

THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité :
Acoustique

Sujet de la thèse :

Production du son par interaction écoulement/résonateur acoustique

*-influence du système amont
-application à la flûte à bec*

Présentée par
Claire Ségoufin

soutenue le 13 décembre 2000
devant un jury composé de :

Mme Michèle Larchevêque
M. Jean Kergomard
M. Michel Roger
M. Xavier Boutillon
M. Benoît Fabre
M. Avraham Hirschberg
M. Pierre-Yves Lagrée

Présidente
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Examineur

Remerciements

Mon travail de thèse a été l'occasion de rencontrer de nombreuses personnes issues d'horizons variés, passionnées pour la plupart, et dont le contact m'a été très enrichissant. La place manque pour citer tout le monde ici, mais qu'il me soit permis néanmoins d'en remercier plus particulièrement certaines...

Je remercie le Laboratoire d'Acoustique Musicale, dirigé par Michèle Castellengo, de m'avoir accueilli et donné les moyens de travailler dans de bonnes conditions pendant trois ans. En particulier, je remercie vivement Benoît Fabre et Xavier Boutillon pour l'énergie qu'ils ont dépensés à la recherche d'un financement.

Ces trois années au contact de Benoît ont été riches d'enseignements divers et les mots me manquent pour lui exprimer toute ma gratitude, que ce soit pour le soutien constant dont il a fait preuve envers moi, pour les heures qu'il a passé à imaginer et améliorer les expériences, ou pour les nombreuses discussions que nous avons eues. Je me contenterai donc ici de lui adresser un grand merci en espérant que nos chemins se croisent à nouveau pour d'autres projets communs. Je remercie aussi les différents stagiaires pour l'aide plus ou moins directe apportée à ce travail : Benjamin Thiria, Jeannie van den Tillart, Laurent Chassot et Fabrice Giraud.

Une grande partie du travail est le fruit de la collaboration avec l'Université Technique de Eindhoven. Je tiens en particulier à exprimer mes remerciements chaleureux à Bram Wijnands pour son aide précieuse et illimitée à la recherche de la perfection, pour sa générosité et sa bonne humeur communicative. La majorité des visualisations présentées dans ce manuscrit sont le résultat de sa grande patience. Elles sont aussi et avant tout le résultat de l'énergie d'Avraham Hirschberg, mine d'idées, de suggestions, d'encouragements et de contrepèteries dont j'ai largement profité. Un grand merci Mico! Merci aussi à toute sa famille pour leurs sympathiques et généreux accueils en terre de croquette. Enfin, la simulation numérique doit tout à l'efficacité, la curiosité et la gentillesse de Pierre-Yves Lagrée du Laboratoire de Modélisation en Mécanique de Paris 6, efficacement secondé par Koen Goorman.

L'introduction et la description du système amont faite au chapitre 1 de ce manuscrit ont été largement nourries des discussions avec le facteur de flûte à bec Henri Gohin, le professeur de flûte à bec Luc Catalifaud et la connaissance encyclopédique de Michèle Castellengo sur les instruments à vent de type flûte. Je leur exprime ici ma gratitude pour le temps qu'ils ont bien voulu me consacrer. La relecture d'une thèse n'étant pas un exercice léger, je tiens à saluer les victimes bénévoles et enthousiastes : Benoît Fabre, Marc-Pierre Verge, Pierre-Yves Lagrée, Xavier Boutillon et Michèle Castellengo. Je remercie tout particulièrement Jean Kergomard et Michel Roger qui ont gentiment acceptés d'être les rapporteurs de ce travail. J'en profite pour saluer Marc-Pierre Verge pour son aide en début de thèse, et son soutien malgré la distance ensuite.

Je pars du laboratoire avec le souvenir vivace de l'ambiance chaleureuse et interactive qui y a régné. Je pense notamment aux doctorants (tel ce boutentrin coburoesque de Corsin), et stagiaires, que ce soit lors des R.A.I.D. (Réunion d'Acoustique Inter Doctorants), lors de l'organisation des Journées Jeunes Chercheurs, ou lors des pauses thé... à ceux qui sont déjà partis et à ceux qui vont terminer, bonne continuation! Je ne peux m'empêcher d'avoir ici une pensée amicale pour

l'oreille infatigable et joviale de Jean-Marc Fontaine. Plus tard, je me souviendrai certainement avec nostalgie des soirées pizza de fin de thèse passées en compagnie d'Alexis, grand manitou du scannage de précision et du soutien moral fléchissant. Si la thèse est belle (en tout cas plus belle qu'avant) c'est grâce à lui ! Je suis infiniment reconnaissante à Rémy de m'avoir appris l'art de la liaison des masses et de la soudure mouillée. . . les mesures de force présentées dans le chapitre 6 lui doivent beaucoup. Elles n'existent aussi que grâce à l'aide matérielle et technique de Laurent Millot. Je n'oublie pas non plus Catherine Fourcin pour la gentillesse dont elle a fait preuve, notamment lorsque les tracas administratifs se sont multipliés en fin de thèse. Dans le registre des remerciements d'ordre personnel, mon regard se tourne affectueusement vers les *Nénettes* pour les chouettes années de colocation et tant d'autres choses encore, et je remercie chaleureusement *El Murciélago* pour son soutien constant à travers vents, marées et tempêtes diverses.

Enfin je ne serais pas là si je n'avais pas eu depuis mon plus jeune âge un professeur de flûte à bec dynamique, enjoué, curieux, ouvert et surtout très patient. C'est donc avec une certaine émotion que je lui dédie cette thèse.

A Luc Catalifaud

Table des matières

Introduction	9
1 Description globale	13
1.1 Mécanisme de production du son	14
1.2 Le résonateur	15
1.3 Le système amont, un élément clé de la production du son	17
1.3.1 Le musicien	17
1.3.2 Le canal de formation du jet	20
1.3.3 Le système couplé pied/canal	22
1.4 Conclusion	23
2 Equations de base, modélisation de l'écoulement	25
2.1 Equations de base régissant un écoulement	26
2.1.1 Equation de Navier-Stokes	26
2.1.2 Notion de fluide parfait	27
2.1.3 Les couches limites	27
2.1.4 Conclusion	29
2.2 Modélisation de l'écoulement dans le canal de formation du jet	29
2.3 Modélisation du système couplé pied/canal	31
2.4 Conclusion	32
3 Etude bibliographique : le mouvement du jet	35
3.1 Instabilité de jet	36
3.1.1 Instabilité d'un jet infini	37
3.1.2 Jet semi-infini : le problème du raccord à la lumière	42
3.2 Réceptivité du jet	43
3.3 Interaction localisée ou répartie?	44
3.4 Conclusion	45
4 Etude expérimentale : longueur/chanfreins	47
4.1 Montage expérimental	48
4.2 Chanfreins	50
4.2.1 Introduction	50
4.2.2 Comportement stationnaire	50
4.2.3 Transitoires d'attaque	52
4.2.4 Discussion	56
4.3 Influence de la longueur du canal	56
4.3.1 Comportement stationnaire	56
4.3.2 Discussion	61
4.3.3 Les transitoires d'attaque	62
4.3.4 Conclusion	65

5	Etude de stabilité de jet	67
5.1	Introduction	68
5.2	Etude schématique avec des profils analytiques de vitesse	68
5.3	Détermination du profil de vitesse par simulation numérique	70
5.3.1	Simulation par résolution de Navier-Stokes	72
5.3.2	Un outil performant : les équations de Navier-Stokes Réduites	72
5.3.3	Validation du système de RNS-p(x)	78
5.3.4	Application à l'étude de la convergence du canal	86
5.4	Une prise en compte de la viscosité sur la stabilité	92
5.5	Un premier modèle de réceptivité	95
5.6	Confrontation expérimentale	95
5.7	Discussion	102
6	Effet du canal sur l'interaction jet/biseau : étude préliminaire	103
6.1	Les sources aéroacoustiques : l'analogie de Lighthill	104
6.2	Mesures de force au biseau et champ lointain rayonné	105
6.3	Mécanisme du son de biseau	107
6.4	Etude expérimentale	109
6.4.1	Mesure des forces	109
6.4.2	Résultats préliminaires	111
6.5	Discussion	115
	Appendice	122
A	Profil trapézoïdal : calcul de L_c et de δ	123
A.1	Calcul de longueur critique L_c	123
A.2	Calcul de l'épaisseur de couche limite δ	124
B	Résolution de l'équation de Rayleigh	125
C	Stabilité FLUENT	127
D	Résolution RNS	129
D.1	L'écoulement dans le canal	129
D.2	L'écoulement dans le jet plan	130
E	Dispositif expérimental	133

Introduction

Ce travail s'inscrit dans le cadre général de la recherche sur la modélisation physique des instruments de musique. Plus précisément, nous nous intéressons ici à la modélisation physique de la production du son dans les instruments à vent de type flûte à bec. Afin de fixer le cadre de l'étude, nous commençons par un bref paragraphe d'organologie et d'histoire sur les instruments à vent. Cela permet de poser la problématique rencontrée dans la flûte à bec et de l'inscrire dans une problématique scientifique et industrielle plus large. Enfin, le plan du document est présenté.

Les différentes catégories d'instrument à vent

Une classification des instruments selon les mécanismes physiques de production du son fait apparaître deux catégories d'instruments à vent [1]. D'un côté, les instruments où la production et l'entretien du son est le résultat du couplage entre un oscillateur mécanique et le champ acoustique interne à l'instrument. C'est par exemple le cas de la trompette ou de la clarinette : dans le premier cas, l'oscillateur mécanique est formé des lèvres de l'instrumentiste, dans le deuxième cas, d'une anche. De l'autre, ceux dont la production du son est assurée et entretenue par le couplage entre un jet hydrodynamique instable et un champ acoustique interne. C'est cette dernière catégorie à laquelle nous nous intéressons ici, et que nous appelons "flûte".

Cette catégorie constitue une vaste famille, composée d'instruments de matériaux et de formes variées suivant le lieu et l'époque. Cette famille peut, du point de vue de la technique instrumentale, se subdiviser en deux groupes principaux, classés cette fois-ci en fonction de la position de l'instrument par rapport au musicien, et que nous présentons succinctement :

- *les flûtes "traversières"* où l'instrument est tenu transversalement. L'élément le plus connu de cette famille est la flûte traversière occidentale, mais elle comporte des instruments variés, comme les flûtes nasales (soufflées par le nez) populaires dans certaines îles du Pacifique.
- *les flûtes "droites"*, l'instrument étant tenu droit, ou légèrement incliné transversalement par le musicien. Dans cette catégorie, le jet d'air est formé soit par un canal naturel formé par les lèvres du musicien, qu'il pose sur la paroi de l'extrémité ouverte d'un tuyau (ex : les flûtes à encoche, telles que le shakuachi [Japon], ou la kena [Amérique du Sud]) soit par un canal fixe, introduit dans la bouche du musicien (flûte à conduit : flûte à bec, galoubet, flageolet. . .).

L'orgue est un cas à part. Il est constitué de deux types de tuyaux : les tuyaux à anche et les tuyaux à bouche. Si ces derniers fonctionnent de manière comparable à celles de la famille des flûtes, ils en diffèrent par la source initiale de surpression. Le jet d'air n'est pas formé par le souffle du musicien, mais par une machinerie complexe, qui provoque un écoulement aboutissant dans un volume fixe, le pied, qui est ouvert en son extrémité par un canal de très petite longueur, à l'issue duquel le jet est formé.

Un peu d'histoire

Les flûtes se distinguent des autres instruments par leur extrême diversité, et leur universalité, tant historique que géographique [2]. Elles sont fortement associées aux divers rites des sociétés primitives. Leur existence est attestée depuis les temps préhistoriques. Les spécimens archéologiques les plus anciens sont des flûtes en os datant du paléolithique (entre 25000 et 12000 ans avant notre

ère) [3]. Certaines des flûtes ont beaucoup évolué au cours des siècles, d'autres sont globalement les mêmes. En particulier, à partir du XIXème siècle, il convient de distinguer les instruments de tradition populaire, de ceux dédiés à la musique dite "savante". Les premiers sont décrits comme suit par Buchner [4] :

" Les instruments de musique populaires, fabriqués, pour la plupart, par les populations rurales, dépassent largement, par leur diversité de sons et de formes ainsi que par leur nombre, les instruments de la musique d'art européenne et sont très étroitement liés au chant et à la danse, différant en cela des instruments de musique d'art, produits artisanaux et industriels."

Ainsi, les instruments populaires ont une conception moins figée et moins travaillée que les instruments "savants", pour lesquels des générations de facteurs¹ ont travaillé à l'amélioration minutieuse de la qualité sonore et esthétique, comme c'est le cas pour la flûte à bec, centre de cette étude. Nous donnons maintenant quelques repères chronologiques dans l'histoire de la flûte à bec en occident.

Dès le haut Moyen Age (XIIème siècle), la flûte à bec est d'usage courant parmi les jongleurs et les ménestrels, puis elle gagne progressivement les musiciens de la cour et de la bourgeoisie. La fin du XVIIème et la moitié du XVIIIème est l'époque des plus grands facteurs, comme la famille Hottetterre à La Couture Boussay, ou la famille Stanesbys à Londres, réputés pour la superbe qualité à la fois sonore et esthétique visuellement de leurs instruments. A partir de 1750, la flûte à bec est rapidement supplantée par la flûte traversière, et tombe quasi-totalement en désuétude. Elle est réhabilitée dans les années 1920, où elle devient très présente dans le répertoire contemporain. Les instruments actuels sont largement inspirés de la facture Baroque ou Renaissance. La principale différence entre ces deux époques est la perce du tuyau, qui répond à des esthétiques sonores différentes : il est cylindrique à la Renaissance, il devient conique inversé à l'époque Baroque (la partie la plus large du tuyau se trouve du côté de l'embouchure), ce qui permet notamment d'étendre la tessiture de l'instrument d'une octave 1/2 à deux octaves, voire deux octaves 1/2. Il existe plusieurs dimensions de flûtes à bec, dont la tonalité est soit alternativement Fa/Do (sopranino, soprano, alto, ténor, basse) soit alternativement Ré/La (flûtes de voix). Il est à noter que la basse se distingue des autres instruments de la famille par le fait qu'on souffle dans un conduit relié à un bocal, où l'air stagne avant de s'écouler dans le canal, et non directement dans le canal de formation du jet, comme c'est le cas pour les autres flûtes à bec.

Les objectifs de ce travail

Dans le cas des instruments "savants" tels que les flûtes traversières, les flûtes à bec, ou les orgues, qui sont le résultat d'un lent et long processus de perfectionnement de la part des facteurs au cours des siècles, on peut supposer qu'ils ont atteint un degré d'évolution particulièrement élevé :

" Un instrument de musique est le point d'aboutissement d'une évolution lente, complexe. Par approximations successives, les facteurs ont mis au point de façon empirique les meilleurs compromis entre les exigences anatomiques, perceptives et musicales du moment. Ces dernières se modifient au cours du temps et les instruments se transforment également, s'adaptent ou disparaissent." [1]

Il apparaît alors peu probable que la recherche scientifique puisse révolutionner la facture. Néanmoins, les mécanismes physiques en jeu sont très complexes et restent mal connus scientifiquement. Les flûtes à bec sont encore aujourd'hui le fruit de l'artisanat et de l'empirisme, transmis de génération en génération. A défaut d'améliorer ce que des générations ont mis au point à force d'expérience, notre but est plutôt de comprendre pourquoi les instruments tels qu'ils sont fonctionnent si bien. Une application musicale de cette recherche pourrait être l'amélioration des logiciels de synthèse sonore basés sur des modèles physiques, qui deviennent de plus en plus populaires car produisant un son de meilleure qualité.

¹artisan fabricant d'instrument de musique

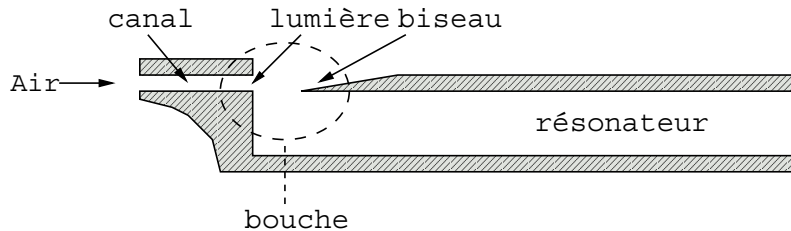


FIG. 1 – Géométrie typique d'un instrument de type flûte, avec définition des termes de base pour la flûte à bec.

Dans un cadre plus large, ce travail trouve sa place dans une problématique scientifique et industrielle. Beaucoup d'industriels ont besoin de comprendre la production du son par l'interaction entre un jet et un champ acoustique. Soit parce que ces phénomènes sont nuisibles à leur installation (mise en place d'une résonance qui, en faisant vibrer les parois peuvent endommager le matériel) soit pour des raisons de nuisance sonore, dont on se préoccupe de plus en plus actuellement (dans les avions commerciaux par exemple). Dans ce cas, le but est plutôt d'atténuer voire d'éliminer ces phénomènes, mais cela passe d'abord par une meilleure compréhension de leur mécanisme. Les instruments de musique étant des systèmes optimisés empiriquement pour la production du son, leur étude peut être, du point de vue de la compréhension physique des phénomènes, plus riche que l'étude des systèmes industriels (transports, conduites industrielles de gaz...). Les flûtes présentent de plus la particularité d'être le siège de plusieurs types de phénomènes qui sont couplés entre eux, tels que jet, phénomènes acoustiques, interaction fluide/structure, tourbillons, turbulence... dans un domaine de taille restreinte.

A l'heure actuelle, une étude critique de la littérature fait apparaître que les principaux mécanismes physiques producteurs de son dans les instruments de type flûte sont grossièrement compris (la géométrie type et les termes sont définis figure 1). Nous en faisons ici une description sommaire : un jet intrinsèquement instable, issu de la séparation d'un écoulement à l'extrémité d'un canal, est soumis à la perturbation d'un champ acoustique de forte amplitude formé dans le corps résonant de l'instrument et interagit avec une structure, le biseau. Sous l'effet de cette perturbation, le jet oscille de part et d'autre du biseau, à la même fréquence que le champ acoustique. Ceci permet l'apport d'énergie nécessaire à la compensation des pertes, et assure l'entretien des oscillations.

Il reste cependant des questions fondamentales qui n'ont pas encore de réponse. En particulier, les problèmes qui apparaissent comme cruciaux et délicats aux facteurs d'instruments, n'apparaissent que comme des points de détail dans les modélisations physiques actuellement à notre disposition. Si les facteurs ne sont pas tous d'accord sur la manière de traiter ces différents points, ou sur leur influence précise, il y a une certaine unanimité quant à la nature de ces détails cruciaux [5]. Ce sont par exemple le léger biseautage des arêtes de sortie du canal de formation du jet (chanfreins), ou l'arrondi de l'arête du biseau. Une partie de ce travail est donc issu de la volonté de comprendre pourquoi ces "points de détail" physiques semblent tellement délicats aux facteurs.

La quantité et la difficulté des problèmes à traiter est vaste. Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes restreint à l'étude de certains "détails" géométriques du canal de formation du jet : longueur, convergence et biseautage de ses extrémités (chanfreins). Nous avons ensuite effectué une étude préliminaire (par manque de temps) de l'effet de la géométrie du canal sur les sources aéroacoustiques de production du son via la mesure de forces au biseau. Le travail présenté ici est le fruit de la collaboration avec l'Université de Technologie de Eindhoven (Pays-bas) et le Laboratoire de Modélisation en Mécanique de l'Université de Paris 6.

Plan du document :

Le premier chapitre est dédié à la description globale du problème. Après une analyse plus poussée des phénomènes physiques de production du son dans la flûte, le comportement du résonateur

est décrit et le modèle couramment accepté présenté. On s'intéresse ensuite plus en détail au système en amont du jet : le musicien, et le canal de formation du jet. Cela nous permet de mettre en évidence le rôle clé de ce système sur la production du son.

Dans le deuxième chapitre, après un rappel des équations de base régissant les écoulements, nous présentons des modélisations pour les différents éléments du système amont, ainsi que pour le couplage entre ces éléments.

Le mouvement du jet est l'objet de l'étude bibliographique du troisième chapitre. Cette étude nous permettra notamment de comprendre le lien entre les paramètres du système amont et le mouvement de jet.

Le chapitre quatre recense l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus sur l'influence de la longueur du canal et la présence de chanfreins.

Dans le chapitre cinq nous avons étudié théoriquement l'influence de divers paramètres géométriques du canal de formation du jet, en utilisant différents outils d'analyse.

Tout paramètre ayant une influence sur le mouvement du jet, aura *a priori* une influence sur le son produit : dans le chapitre six nous discutons de l'interaction entre le jet et le biseau, via l'étude théorique de la production du son à cet endroit, et la mesure de force au biseau.

Chapitre 1

Description globale

Dans ce chapitre, nous proposons une description globale et qualitative de l'instrument. Dans un premier temps, une description des mécanismes de production du son est exposée, ainsi que les grandeurs caractéristiques propres aux flûtes à bec. Le résonateur est ensuite décrit qualitativement. La modélisation linéaire couramment utilisée pour décrire les phénomènes propagatifs dans le corps de l'instrument, et que nous avons adoptée dans toute la suite du travail, est présentée. Enfin, nous nous intéressons aux différents éléments du système amont : élément humain, élément instrumental, ainsi que le couplage entre les deux.

Nous reportons l'étude du mouvement du jet au chapitre 3 qui lui est dédié.

1.1 Mécanisme de production du son

- Une surpression (souffle du musicien, machinerie) dans un volume (bouche du musicien, pied de l'orgue) provoque un écoulement dans un canal. En sortie de canal (lumière), la divergence abrupte des parois provoque la séparation immédiate de l'écoulement sous l'action de la viscosité, pour former un jet.
- le jet traverse la bouche de l'instrument, à une vitesse d'autant plus rapide que la surpression imposée est grande. Le jet atteint le biseau, avec lequel il interagit.
- cela permet le développement d'un champ acoustique dans le tuyau, lequel est susceptible d'accumuler l'énergie grâce à ses résonances. Une partie du son produit est rayonnée par les extrémités ouvertes du résonateur. Le reste est réfléchi et participe à l'entretien des oscillations. Les composantes de haute fréquence sont très bien rayonnées, alors que celles de basse fréquence sont plutôt réfléchies, et leur énergie s'accumule dans le résonateur pour former des ondes stationnaires.
- le champ acoustique transversal présent dans la bouche vient perturber le jet naturellement instable. En fonctionnement normal, c'est-à-dire dans les conditions normales de jeu de l'instrument, celui-ci se synchronise sur la fréquence fondamentale du champ acoustique. La perturbation se propage en s'amplifiant, le jet oscille alors de part et d'autre du biseau, à une fréquence voisine de la première résonance du tuyau. Ce mouvement du jet autour du biseau permet de fournir de l'énergie aux ondes stationnaires dans le tuyau, et compense les différentes pertes : rayonnement, actions visco-thermiques, etc. . . Le son est ainsi entretenu, l'instrument est en auto-oscillation.

Il existe une pression minimum d'alimentation p_f permettant le fonctionnement stable de l'instrument, que nous appellerons par la suite pression seuil. Une fois le seuil atteint, si la pression p_f est augmentée progressivement, la fréquence de jeu de l'instrument augmente très légèrement. Puis, à un certain point, l'instrument passe sur un régime supérieur, correspondant au second mode de résonance longitudinale du tuyau. Et ainsi de suite. Les plages de pressions d'alimentation sur chaque régime, et le nombre de régimes accessibles dépendent de l'instrument.

Le transitoire d'attaque est la partie initiale du son, s'étalant du début de la montée de pression dans le pied, jusqu'à la mise en place de l'oscillation stationnaire. Du point de vue perceptif et musical, c'est un élément crucial du son produit par un instrument de musique. Il est la *signature* de l'instrument sans lequel celui-ci est difficilement reconnu [6, 7, 8].

Afin de fixer les idées, les ordres de grandeurs principaux rencontrés dans la flûte à bec, en condition normale de jeu sont :

- rapport de la distance lumière/biseau W et de la hauteur du canal en sortie h : $W/h = 4$. Dans les tuyaux d'orgues, cette valeur monte aux alentours de 10. L'augmentation de ce rapport a pour influence principale de décaler vers des plages de pressions supérieures le comportement précédemment décrit.

- pression d’alimentation $p_f \in [100 - 500]$ Pa, toutes tailles de flûte à bec confondues
- vitesse caractéristique de jet en sortie de canal $U_j \in [5 - 30]$ m/s
- l’amplitude de la pression acoustique présente dans le résonateur peut atteindre des valeurs de l’ordre de 140dB
- la position du biseau par rapport à la paroi inférieure du canal de formation du jet est aussi un paramètre très important : le décalage plus ou moins important par rapport à l’axe de la sortie du canal de formation du jet modifie le contenu spectral du son de la flûte. En particulier, les harmoniques pairs passent par des minima pour des positions de biseau proche de l’axe de la lumière [9].

1.2 Le résonateur

Description

C’est lui qui par ses modes de résonances va imposer en première approximation la fréquence du son produit. Dans ce qui suit, les parois du résonateur sont supposées rigides : Nederveen [10] pour la flûte à bec, Coltman [11] pour la flûte traversière ont constaté expérimentalement que l’effet des vibrations de paroi est négligeable sur la production du son. Dans le cas de l’orgue, où les parois sont plus fines et plus flexibles, des études récentes étudient l’influence des vibrations de paroi sur le son rayonné, comme par exemple Kob [12] ou Gautier [13]. Si, en première approximation, les vibrations des parois sont négligées, la matière dont est fait le résonateur est indifférente. Dans les faits, la rugosité interne de la paroi et sa porosité modifient les pertes et la propagation acoustique.

Les deux extrémités du résonateur ne sont pas équivalentes, au niveau de la bouche il y a une constriction : la surface de la bouche est plus petite que la surface du tuyau. Ce n’est pas le cas à l’autre extrémité, dite *passive*, du tuyau. Néanmoins, à basse fréquence, Coltman [14] a montré que l’instrument rayonne de manière équivalente par la bouche et par l’extrémité passive du tuyau.

Les dimensions des ouvertures par lesquelles le tuyau rayonne sont très petites par rapport aux longueurs d’ondes correspondant aux premiers modes longitudinaux du tuyau. L’efficacité du rayonnement augmente alors avec le carré de la fréquence, ce qui explique que les hautes fréquences sont principalement rayonnées alors que les basses fréquences accumulent leur énergie dans le résonateur et vont participer à la production et à l’entretien du son. De ce fait, pour le dispositif expérimental que nous présenterons au paragraphe 4.1, la surface de sortie est de l’ordre de 4cm^2 et la longueur de tuyau d’environ 30cm, l’instrument rayonne principalement dans la zone de fréquence de plus grande sensibilité de l’oreille (2-3kHz).

Les trous latéraux dans le tuyau des flûtes permettent d’obtenir les différentes notes de la gamme grâce à certaines combinaisons de trous ouverts ou fermés (les *doigtés*). L’ouverture des trous est équivalente à la réduction de la longueur acoustique du résonateur, ce qui permet de modifier la fréquence émise. La tessiture d’une flûte à bec baroque est de l’ordre de deux octaves. La position des trous est dictée par la physiologie des mains humaines. Le dimensionnement et la perce interne de ces trous est un point délicat de facture afin d’obtenir une bonne justesse sur toute la tessiture de l’instrument.

Modélisation

Le présent travail porte sur l’influence des détails géométriques du système en amont du jet. Aussi, nous considérons par souci de simplification un tuyau sans trous et de section constante.

En approximation basses fréquences, le résonateur est supposé suffisamment bien décrit par la théorie linéaire de propagation des ondes planes (approximation 1D pour la propagation dans le résonateur), car les longueurs d’ondes acoustiques en jeu sont très grandes par rapport aux dimensions transversales (ou diamètre) du tuyau. Le travail présenté ici se concentrant sur le système amont et ses répercussions sur le mouvement du jet, nous présentons le modèle couramment



FIG. 1.1 – Définition de l’axe des x utilisé pour la modélisation du résonateur, L_p longueur physique du résonateur.

accepté comme décrivant suffisamment bien le résonateur, et que nous avons adopté (la figure 1.1 définit l’axe des x utilisé pour la modélisation).

Les pertes viscothermiques associées à la propagation des ondes acoustiques dans le tuyau, et les pertes par rayonnement peuvent être négligées pour décrire la structure spatiale du signal de pression $p(x)$ dans le résonateur, qui est alors de la forme :

$$p(x) = p_{max} \sin(\omega t - k(x + \delta_p)) \quad (1.1)$$

où x est l’axe longitudinal, orienté de l’extrémité passive vers la bouche, l’origine étant prise à l’extrémité passive (figure 1.1), $\omega = 2\pi f$ est la fréquence angulaire, δ_p la correction d’extrémité à ajouter pour prendre en compte le terme d’inertie du rayonnement à l’extrémité passive du tuyau [15], k nombre d’onde, p_{max} l’amplitude maximale de l’oscillation.

Les pertes viscothermiques peuvent être prises en compte de manière simplifiée en considérant un nombre d’onde k complexe [16] :

$$k = \frac{\omega}{c_o} + \alpha(1 - j) \quad (1.2)$$

avec α coefficient d’amortissement. Comme les couches limites visqueuses et thermiques sont fines par rapport à la largeur du tuyau, le coefficient d’amortissement peut être calculé via l’approximation de Kirchhoff [17] :

$$\alpha = \frac{1}{c_o H} \sqrt{2\omega\nu} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\nu/a}} \right) \quad (1.3)$$

avec γ rapport de Poisson des chaleurs spécifiques respectivement à pression constante et à volume constant, a est le coefficient de diffusion de chaleur, ν la viscosité cinématique de l’air : $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} m^2/s$, $\nu/a = 0.737$ pour l’air.

Toujours en approximation basse fréquence, le comportement acoustique au niveau de la bouche semble raisonnablement bien décrit par un modèle 1D où la bouche est modélisée par un tuyau de section $S_m = W \cdot H$, la section de la bouche (W longueur lumière/biseau, H largeur du tuyau), et de longueur δ_m , correspondant à la somme des différentes corrections d’extrémité à la bouche, en particulier les corrections dues à la présence d’une constriction et au rayonnement [17] (figure 1.2).

Fabre&Hirschberg [17] ont montré que la saturation de l’amplitude de jeu est liée en premier lieu au comportement non linéaire de l’écoulement induit dans la bouche par le champ acoustique. Cette zone étant de taille petite par rapport aux longueurs d’ondes acoustiques en jeu, elle est considérée comme compacte, c’est-à-dire que la pression y est uniforme, et les effets de la compressibilité sont localement négligés.

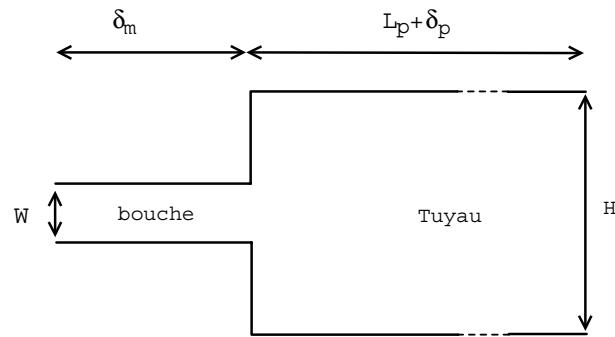


FIG. 1.2 – Modèle 1D pour le résonateur : W longueur lumière/biseau, H largeur du tuyau (d'après Fabre [17])

1.3 Le système amont, un élément clé de la production du son

Nous appelons "système amont" tout ce qui précède la formation du jet. Pour les flûtes, il comporte d'abord une composante humaine : poumon, trachée, larynx, pharynx et cavité nasale, cavité buccale. Pour la plupart des instruments de type flûte, il est suivi d'une partie instrumentale : le canal de formation du jet. Ce canal n'existe pas dans les instruments type flûte traversière ou flûte de Pan : ce sont les lèvres du musicien qui en font office. Pour les orgues, le souffle généré par une machinerie complexe aboutit dans un volume fixe, le pied, et débouche sur un canal très court. La figure 1.3 montre une comparaison entre les systèmes amont typiques d'un orgue et d'une flûte à bec.

1.3.1 Le musicien

Le souffle d'air qui permet la formation du jet est initié par une surpression dans les poumons du musicien, provoquant un écoulement d'air dans la trachée, le larynx et qui traverse enfin la cavité buccale, avant d'entrer dans le canal de l'instrument. Les poumons sont un réservoir de pression contrôlé via le diaphragme et le relâchement des muscles intercostaux. La cavité buccale est mobile et facilement contrôlable par le musicien : il peut en modifier le volume, et les constriction d'entrée et de sortie grâce à la position de la langue par rapport au palais et à l'ouverture du larynx¹. Ce sont des paramètres clés qui font partie intégrante du geste musical du flûtiste : cela lui permet par exemple de conserver la justesse du son produit par l'instrument [20].

Dans d'autres instruments à vent, les paramètres de volume de la bouche et de constriction palatale sont encore plus cruciaux car ils sont indispensables à la production de certaines notes. C'est le cas par exemple dans l'harmonica (Millot [21]) : la modélisation de tout le système poumon/trachée/cavité buccale/constriction palatale s'est avérée nécessaire pour rendre compte de certains modes de jeu instrumentaux.

L'action de la langue, souvent imagée par des consonnes plosives par les instrumentistes, permet aussi de contrôler les transitoires d'attaque [22, 23], comme on peut le voir figure 1.4. En effet, le spectrogramme du signal de pression rayonné pour un musicien utilisant différentes combinaisons de plosives montrent d'importantes différences d'évolution temporelle de richesse spectrale et de répartition d'intensité en fonction des harmoniques.

Coltman [20] a étudié l'influence de la présence et du volume de la cavité buccale sur le son produit par une flûte traversière. La cavité buccale fonctionne principalement comme un second résonateur, couplé au résonateur de l'instrument via le canal de formation du jet. La fréquence de

¹cette constriction, qui est plus ou moins forte en fonction de la position de la langue par rapport au palais, s'appelle la *constriction palatale*.

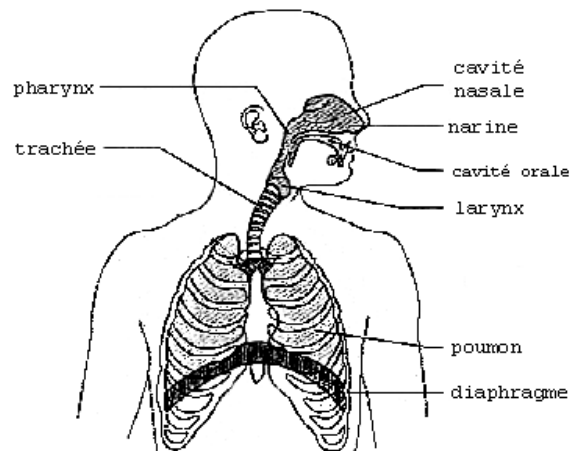
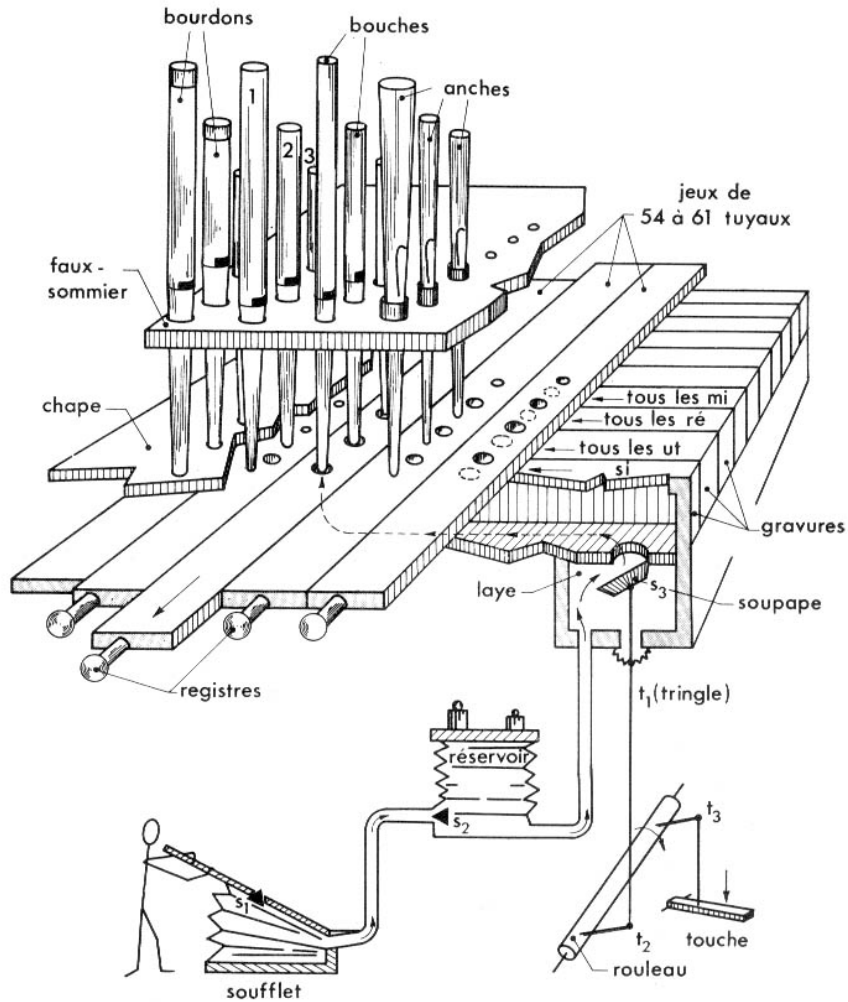


FIG. 1.3 – Deux types de système amont :

Haut : soufflerie d'orgue (d'après Leipp [18]) l'air s'écoule dans différentes cavités avant d'alimenter les tuyaux. **Bas** : dans les instruments de type flûte, ce sont les poumons, la trachée, le larynx, le pharynx et les différentes cavités (buccales, nasales) qui assurent l'écoulement de l'air jusqu'à l'instrument (d'après Marieb [19]).

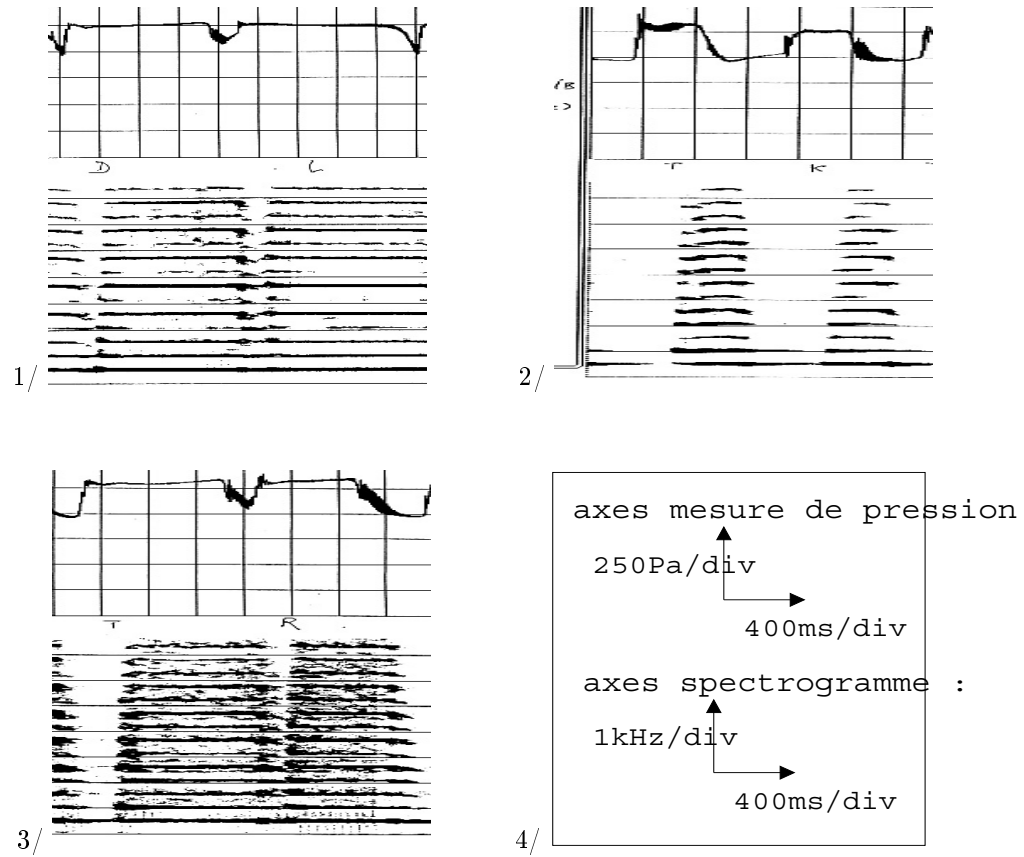


FIG. 1.4 – Mise en évidence de l'influence de l'utilisation de consonnes sur le transitoire du son rayonné. Chaque figure montre : en haut la pression dans la bouche de l'instrumentiste relevée juste avant l'entrée dans le canal de la flûte à bec, en bas, le spectrogramme du son rayonné associé. les figures montrent l'utilisation consécutive des consonnes : 1) D-L 2) T-K 3) T-R (mesures B.Fabre, flûtiste C.Duteurtre). Les axes sont donnés figure 4/

résonance la plus basse de cette cavité est la fréquence de Helmholtz. Sa fréquence est fonction de son volume et de la longueur du canal, et est donc affectée par la position de la langue et des mâchoires. Lorsque la fréquence de jeu est proche de la résonance de la cavité buccale la fréquence de jeu est altérée, quoique légèrement selon Coltman et il y a des pertes.

Dans le cas des orgues, la suppression initiale est produite par un soufflet sur la table supérieure duquel le facteur dépose des masses afin d'ajuster la pression statique. Les soufflets sont eux-mêmes alimentés par des ventilateurs électriques. Des conduites appelées "porte vents" mènent l'air des soufflets jusqu'aux différents sommiers de l'orgue, et permettent d'alimenter un tuyau d'orgue via un volume fixe, le pied, qui débouche sur un canal de formation du jet de très petite longueur pour la majorité des tuyaux. La géométrie est fixe mais le pied agit aussi comme un résonateur secondaire. Lorsque le musicien appuie sur une touche, il ouvre une soupape qui permet l'alimentation en air du tuyau désiré, l'ouverture plus ou moins rapide de la soupape en fonction du geste du musicien est l'équivalent pour l'orgue de l'articulation du flûtiste à bec. L'ensemble de la machinerie en amont peut provoquer des oscillations de la pression d'alimentation qui ne sont pas désirées. Là encore, la géométrie amont influence la production du son, et ce notamment en régime transitoire [24].

Dans le cas des flûtes, la composante humaine et mobile du système amont a une importance fondamentale dans la production du son, mais s'avère difficilement modélisable physiquement car s'ajustant en permanence. Nous avons choisi de nous consacrer plutôt à l'étude de la partie instrumentale du système amont : le canal de formation du jet. Nous avons donc choisi de travailler sur un système simplifié afin d'isoler les paramètres instrumentaux. Ainsi, dans notre étude théorique et expérimentale, tout le système poumon/colonne d'air/cavité buccale est remplacé par une cavité fixe : le pied². La configuration choisie est proche de la géométrie de tuyaux d'orgue de rue, et semble suffisamment proche du contexte musical de l'étude pour être justifiée.

1.3.2 Le canal de formation du jet

Les instruments de type flûte traversière ou flûte à encoche ont un canal qui est formé par les lèvres du musicien. Celui-ci peut en ajuster certains paramètres, comme l'orientation du jet, sa hauteur, la distance lumière/biseau, ainsi que le recouvrement plus ou moins partiel de l'extrémité ouverte. Dans un instrument comme le kaval turc, malgré la présence d'un canal comparable à celui d'une flûte à bec, le musicien utilise sa lèvre inférieure pour couvrir partiellement le trou d'embouchure, affectant simultanément les fréquences de résonance du tuyau et le comportement du jet [1]. Dans la majorité des cas, le jeu de ces instruments nécessite une grande virtuosité.

Dans la flûte à bec et dans les tuyaux d'orgues de rue, la géométrie du canal est fixe et fait partie intégrante de l'instrument. C'est la partie "instrumentale" du système amont, et qui reçoit beaucoup d'attentions de la part des facteurs, dont la plupart considèrent que sa géométrie fine est un élément crucial pour la qualité de l'instrument. Sa géométrie est complexe (*cf.* figure 1.5). Ses principales dimensions sont généralement de l'ordre de : $L \in [35 : 50]$ mm de longueur pour les flûtes à bec, $L \simeq 15$ mm en moyenne pour les orgues de rue, $H \simeq 20$ mm de largeur et une hauteur de l'ordre du millimètre.

Willoughby [5] recense les réponses d'une quarantaine de facteurs et de flûtistes sur l'influence des différents paramètres du canal. Sont cités notamment : l'influence de la longueur, de la largeur, de la convergence en hauteur ou en largeur, du chanfreinage supérieur et/ou inférieur, de la concavité de la paroi supérieure et/ou inférieure, de l'inclinaison vers le haut ou vers le bas du canal, ainsi que de la présence d'un arrondi dans la largeur. Cela représente une liste exhaustive des différents paramètres du canal, dont certains sont illustrés figure 1.6.

Les réponses sont très variables selon les facteurs, et certains avis sont franchement contraires, mais tous ces paramètres apparaissent au minimum comme importants, et la plupart, les chanfreins par exemple, comme cruciaux. L'avis majoritaire est que de toute façon ces paramètres sont interconnectés et certains pensent que cela n'a pas de sens de vouloir en distinguer les effets isolément.

²on emprunte traditionnellement la terminologie utilisée pour les orgues

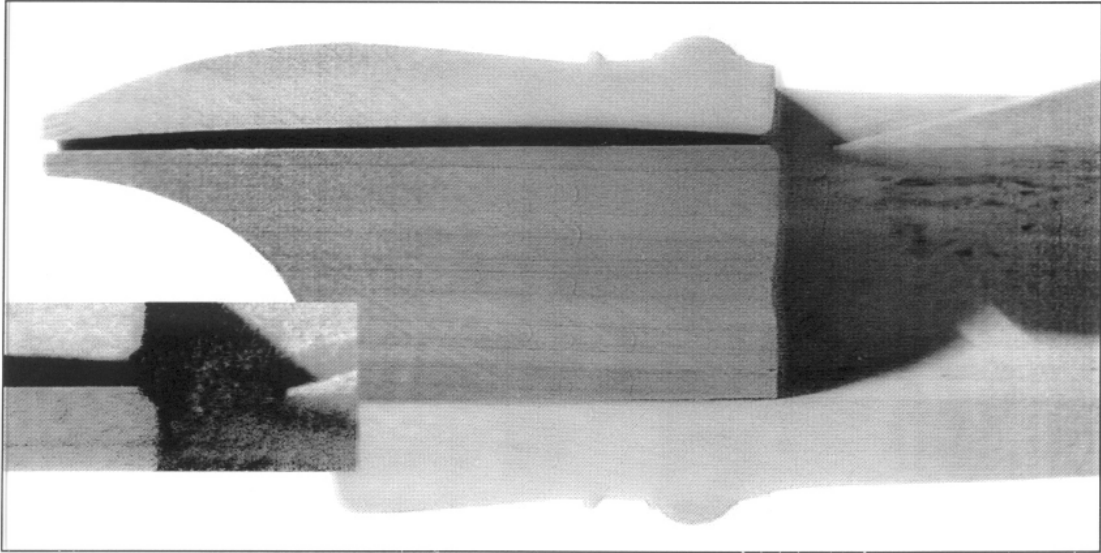


FIG. 1.5 – Photo d'une flûte à bec alto coupée dans sa longueur. On peut voir la courbure complexe de la paroi supérieure du canal, qui devient très convergente en sortie de canal, ainsi que la présence de bords biseautés (chanfreins) à l'extrémité du canal (cf. zone agrandie). La position des chanfreins supérieur et inférieur n'est pas symétrique. (flûte à bec de D.Bariaux, photo : B.Fabre, collection M.Castellengo).

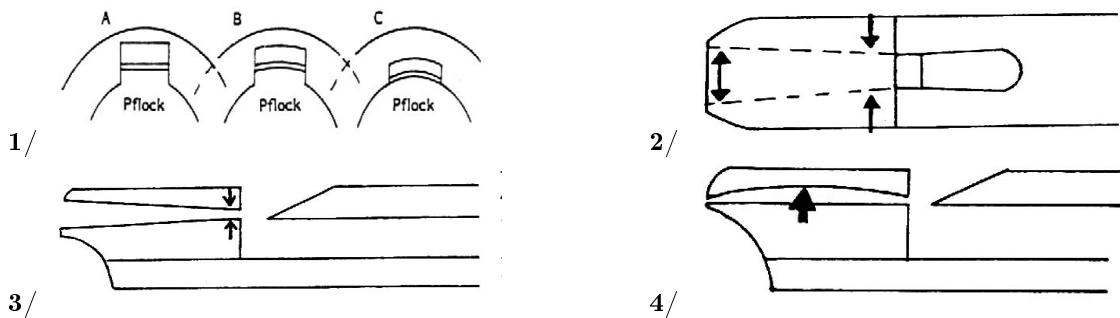


FIG. 1.6 – Illustration de différents points de facture de la flûte à bec reconnus comme délicats 1/ trois possibilités plus ou moins arrondies de profils de canal dans la largeur ("Pflöck" = bloc qui forme le bas du canal) 2/ convergence en largeur 3/ convergence en longueur 4/ convergence de type parabolöide. (D'après Willoughby [5])

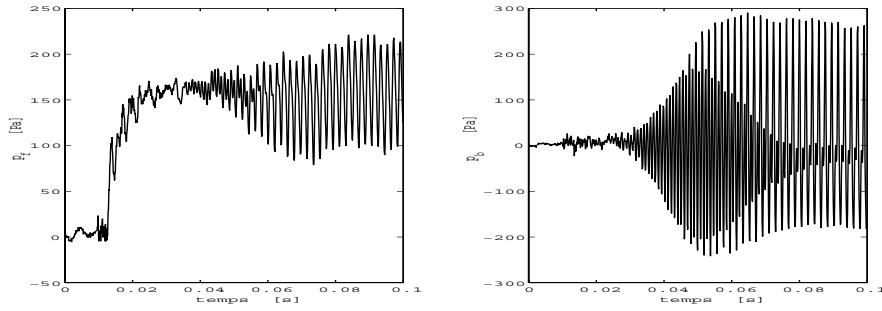


FIG. 1.7 – Mise en évidence de l'influence des oscillations acoustiques sur la pression dans le pied lors d'un transitoire d'attaque. L'amplitude des oscillations acoustique p_b dans l'instrument (*droite*) est du même ordre de grandeur que la pression moyenne dans le pied (*gauche*). On voit apparaître sur le signal de pression p_f dans le pied des oscillations de même fréquence que l'oscillation acoustique p_b dans l'instrument. [les conditions expérimentales sont précisées paragraphe 4.1].

Ce travail est très délicat à exploiter, car les termes employés, dont certains issus du jargon scientifique (tels que "friction", "turbulence" ...), ne sont pas définis précisément. Néanmoins, certaines notions, comme celle de "résistance" du canal, est systématiquement employée par les facteurs et par les instrumentistes, et mérite que l'on s'y intéresse d'un peu plus près. Selon Catalifaud [23], flûtiste à bec professionnel, cette notion est déterminante dans le choix d'un instrument. Un instrument ayant une forte résistance nécessite moins de préparation en amont par le musicien (la préparation se faisant par modification de la cavité buccale), mais présente de ce fait moins de possibilités de nuances de jeu, alors qu'une moins grande résistance permet plus de souplesse et de latitude au musicien, tout en ayant la contrepartie de rendre la justesse du son plus difficile à obtenir. Ce choix est propre à chaque musicien. La résistance d'un instrument semble être fortement liée à la hauteur du canal (plus le canal est étroit en hauteur, plus l'instrument est résistant), et certains facteurs pensent qu'elle est liée aussi à d'autres paramètres, comme la convexité des parois par exemple. Cette notion qui semble déterminante pour le choix d'un instrument est donc fortement reliée au profil géométrique interne du canal.

Voyons maintenant schématiquement ce qui se passe physiquement dans le canal, lors de la production d'un son. La surpression dans la bouche de l'instrumentiste (ou dans le pied d'un tuyau d'orgue) exerce une force sur le fluide dans le canal. Du fait de la viscosité du fluide, l'écoulement ainsi accéléré est aussi soumis aux forces de frottement contre les parois du canal. C'est pourquoi on considère une zone de transition proche des parois où s'exercent ces frottements visqueux. Ces "couches limites" se développent à mesure que l'écoulement parcourt le canal, jusqu'à éventuellement se rejoindre si le canal est suffisamment long. Le développement de ces couches limites va être fortement fonction de la géométrie détaillée du canal.

1.3.3 Le système couplé pied/canal

Le pied est alimenté à l'une de ses extrémités par un écoulement d'air, qui provoque une surpression. Cette surpression résulte en un écoulement dans le canal qui se trouve à l'autre extrémité du volume. L'ensemble pied/canal va fonctionner comme un système couplé.

L'écoulement dans le canal est provoqué par la chute de pression entre l'entrée et la sortie. En sortie de canal, la pression est en moyenne nulle mais présente des fluctuations de grande amplitude, du fait de la présence d'un champ acoustique résonant, issu du tuyau. Ces fluctuations vont "remonter" dans le canal et moduler la pression dans le pied. La figure 1.7 montre les signaux de pressions obtenus simultanément dans le pied de l'instrument, et dans le tuyau, sous le biseau. L'amplitude des oscillations acoustiques dans le tuyau est du même ordre de grandeur

que la pression statique dans le pied. Une fois la pression statique établie dans le pied, il apparaît des fluctuations de pression à la même fréquence que les oscillations acoustiques présentes dans le corps de l'instrument.

La fluctuation de la différence de pression entre l'entrée et la sortie du canal qui en découle va moduler l'accélération imposée à la masse totale de fluide dans le canal, agissant ainsi sur la vitesse du jet formé en sortie du canal. L'amplitude des fluctuations de pression à la sortie du canal étant du même ordre de grandeur que la pression dans le pied, cette vitesse est susceptible de beaucoup varier. La masse d'air présente dans le canal va jouer un rôle filtrant sur ces fluctuations, et ce d'autant plus qu'il est long. En effet, l'inertie de la masse de fluide présente dans le canal fait apparaître une dépendance forte en fréquence (filtrage passe-bas). La longueur du canal détermine la masse de fluide qui y est présente : plus le canal est long, plus l'inertie contrecarrant les fluctuations est grande.

1.4 Conclusion

Le système amont des flûtes à conduit est un ensemble complexe de composantes humaines et de délicates composantes instrumentales. Si le musicien, notamment via le contrôle de paramètres de sa cavité buccale, est un élément crucial dans la production du son, il est difficilement modélisable. Nous avons préféré nous concentrer sur la partie instrumentale du système amont : le canal de formation du jet. Pour cela, le système poumon/trachée/bouche est remplacé par un volume fixe, le pied, rappelant la géométrie d'un tuyau d'orgue de rue.

Le canal de formation du jet est un élément délicat et déterminant dans la facture d'une flûte à bec. La configuration optimale ne semble pas exister, et les facteurs ont des avis divergents sur la manière de le faire. Le dimensionnement et la réalisation peuvent varier notamment suivant le type d'instrument réalisé, en rapport avec un style musical ou une période (Renaissance ou Baroque par exemple). Nous en avons décrit les principales caractéristiques selon les instruments et évoqué les phénomènes s'y déroulant, en particulier l'influence de la géométrie interne (telle que la longueur ou la convergence) sur les caractéristiques de l'écoulement. Nous en discuterons plus en détails au chapitre suivant lors de la modélisation de l'écoulement.

Enfin, nous avons montré le couplage de l'ensemble pied/canal, qui génère de fortes fluctuations de vitesse en sortie de canal. L'inertie de la masse de fluide présente dans le canal permet d'atténuer les fluctuations de hautes fréquences, et ce d'autant plus que le canal est long, donc que la masse de fluide est grande. Un modèle est proposé au chapitre suivant.

Chapitre 2

Equations de base, modélisation de l'écoulement

Après avoir décrit qualitativement les phénomènes dans le chapitre précédent, nous allons maintenant présenter la modélisation de l'écoulement dans le canal, et la modélisation du couplage pied/canal. Pour cela nous commençons par rappeler les équations de base de l'hydrodynamique régissant un écoulement, ainsi que les simplifications les plus couramment utilisées pour modéliser un écoulement.

2.1 Equations de base régissant un écoulement

2.1.1 Equation de Navier-Stokes

Par application de la loi fondamentale de la dynamique, le mouvement d'un fluide peut être décrit par les équations de conservation de masse et de moment. Si ces lois sont appliquées à un élément de volume infinitésimal, les équations obtenues sous forme différentielle sont les suivantes [25] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{\nabla} (\rho \vec{V} \cdot \vec{V}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \vec{f} \quad (2.2)$$

avec ρ la masse volumique du fluide, \vec{V} le vecteur vitesse, p la pression, $\vec{\tau}$ le tenseur de contrainte visqueuse et \vec{f} une force extérieure appliquée au fluide. Il est usuel de faire l'hypothèse d'une relation linéaire entre le tenseur de viscosité τ_{ij} et le taux de déformation de l'élément de fluide $\partial V_j / \partial x_i$:

$$\tau_{ij} = \mu \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

avec μ viscosité du fluide. Les fluides qui vérifient cette relation sont dits Newtoniens.

Si le système d'équations obtenu est linéarisé en considérant des petites variations des grandeurs p et ρ autour de leur valeur statique, on aboutit aux équations traditionnelles de l'acoustique. Dans le cadre d'un écoulement fluide, il sera souvent possible de faire l'hypothèse d'incompressibilité, l'équation obtenue est l'équation de Navier-Stokes et s'écrit généralement sous la forme approchée :

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot \vec{\nabla} (\vec{V}) = -\vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{v} + \vec{f} \quad (2.4)$$

Le système d'équations 2.1 et 2.4 est très complexe, notamment du fait de sa non-linéarité. Mais il peut être plus ou moins simplifié dans bien des cas, en négligeant l'effet de la viscosité dans certaines parties de l'écoulement notamment. Afin de déterminer les circonstances pour lesquelles différents types d'écoulements se produisent, il est intéressant d'introduire un nombre adimensionné, le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (2.5)$$

où V et L sont respectivement une vitesse et une longueur caractéristiques de l'écoulement, et $\nu = \mu/\rho$ est la viscosité cinématique du fluide (pour l'air $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} m^2/s$). Le nombre de Reynolds quantifie le rapport entre les forces convectives ($\vec{V} \cdot \vec{\nabla} (\rho \vec{V})$), d'ordre U_0^2/L , et les forces visqueuses présentes dans le fluide ($\mu \cdot \vec{\nabla}^2 \vec{v}$), d'ordre $\nu U_0/L^2$. Quand ce rapport est grand, les forces convectives deviennent prépondérantes par rapport aux forces visqueuses. Dans ce cas la viscosité peut être négligée, et cela permet une simplification forte des équations de Navier-Stokes. Pour des Reynolds suffisamment élevés, l'écoulement devient instable avec l'apparition de structures tourbillonnaires 3D qui transfèrent en cascade l'énergie cinétique de l'écoulement vers de plus petites structures. C'est ce phénomène que l'on nomme turbulence. Actuellement, la turbulence reste difficile à décrire théoriquement. Pour des nombre de Reynolds plus faibles, l'écoulement est "contrôlé" par la friction découlant de la viscosité, et l'écoulement est dit "laminaire". La transition

entre un écoulement laminaire et un écoulement turbulent semble apparaître, de manière très difficilement prévisible, pour des valeurs de Reynolds de l'ordre de 10^3 . Le nombre de Reynolds de fonctionnement de la flûte à bec se situe entre 1000 et 2000, ce qui reste généralement en dessous de la transition laminaire-turbulent comme le montrent les visualisations de jet dans les flûtes à bec [26]. Dans toute la suite du document, la turbulence est donc négligée et le jet supposé laminaire.

2.1.2 Notion de fluide parfait

Dans beaucoup d'applications, la viscosité peut être négligée : soit le fluide est peu visqueux, soit la vitesse est grande et on peut négliger les forces visqueuses devant les forces d'inertie. Dans les deux cas le nombre de Reynolds correspondant est grand et indique que la viscosité peut être négligée. Si la viscosité est négligée, l'équation de Navier-Stokes se simplifie pour donner l'équation d'Euler :

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \nabla p + \vec{f} \quad (2.6)$$

et le fluide est dit *parfait*.

Dans le cadre d'un fluide parfait, le rotationnel est conservé. Il existe un cas particulier intéressant, quand le rotationnel de la vitesse est nul. Pour que l'écoulement ait un rotationnel de vitesse nul, il suffit donc que celui-ci soit nul à l'origine. L'écoulement est dit *potentiel* car la vitesse \vec{V} dérive alors d'un seul potentiel scalaire φ :

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}}\varphi. \quad (2.7)$$

L'équation d'Euler peut s'intégrer entre deux points 1 et 2 quelconques de l'écoulement pour donner l'équation de Bernoulli [25] que l'on présente ici sous forme instationnaire :

$$\rho_o \frac{\partial (\varphi_2 - \varphi_1)}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho_o (V_1^2 - V_2^2) = p_1 - p_2 \quad (2.8)$$

où φ est le potentiel des vitesses, V est la vitesse et p la pression, respectivement aux points 1 et 2. Dans le cas où la viscosité est négligeable mais où le rotationnel de la vitesse n'est pas nul, cette équation reste valable mais seulement pour des points de départ et d'arrivée situés sur une même ligne de courant. Cette équation est très utile car elle permet de relier variations de vitesse et variations de pression.

Un écoulement modélisé par la théorie potentielle néglige tout effet visqueux. En particulier, cette modélisation ne peut pas rendre compte de la séparation de l'écoulement observée aux points singuliers, comme les arêtes vives par exemple. Dans ce cas, la théorie potentielle prévoit une vitesse infinie, peu compatible avec la réalité physique, et avec l'hypothèse de fluide parfait, car la viscosité devient certainement non négligeable localement. Néanmoins, ces points singuliers sont le plus souvent très localisés dans un écoulement. Ainsi, on modélise l'écoulement comme étant parfait pratiquement partout, et on considère la viscosité nécessaire à l'obtention d'une vitesse finie aux points délicats. C'est le rôle de la condition de Kutta, qui est largement discutée dans l'article de Crighton [27]. L'application de cette condition implique la formation d'un jet ayant une couche de cisaillement tangentielle à l'écoulement au point singulier.

2.1.3 Les couches limites

La modélisation d'un écoulement en fluide parfait induit un comportement non réaliste, notamment près des parois, puisque la condition de non glissement n'y serait pas respectée. A cet endroit, la viscosité joue un rôle prépondérant et ne peut être négligée, même si partout ailleurs le fluide est modélisé en fluide parfait.

En fait, les couches limites développent leur propre échelle de longueur, l'épaisseur de couche limite δ , qui est nettement plus petite que la longueur caractéristique de l'écoulement global L .

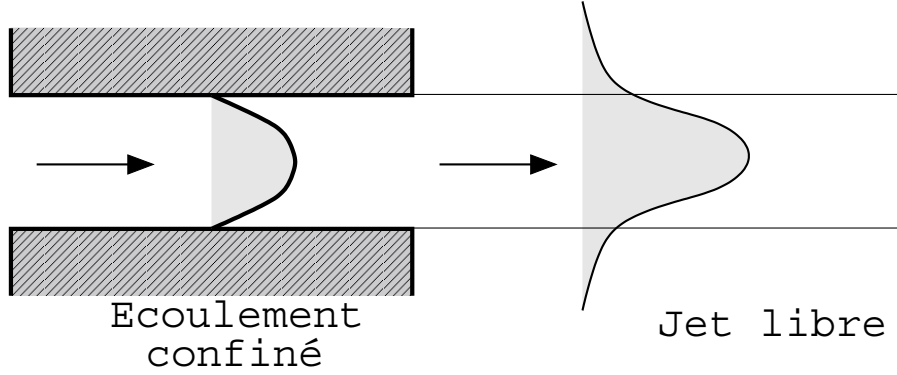


FIG. 2.1 – *Ecoulement confiné et jet libre. La différence fondamentale réside dans la présence d'un point d'inflexion dans les couches de cisaillement du jet libre, qui n'existe pas dans les couches limites de l'écoulement confiné.*

Cette nouvelle échelle de longueur rend compte de l'importance de la viscosité à cet endroit. Dans ce cas, les équations de Navier-Stokes sont encore simplifiables au vu des rapports des différentes grandeurs caractéristiques ($\delta \ll L$).

Le cadre de modélisation d'écoulement en 2D, et d'une couche limite laminaire implique qu'on peut négliger le terme de diffusion longitudinale par rapport à celui de diffusion transversale. De plus la vitesse transversale est négligeable devant la vitesse longitudinale. Une analyse des ordres de grandeurs sur la composante transversale de la conservation du moment montre que la dérivée $\partial p/\partial y$ est petite devant $\partial p/\partial x$, et on la néglige. Cela revient à considérer qu'il n'y a pas de gradient de pression transversal dans les couches limites et que la pression y est égale à la pression $p(x)$ de l'écoulement principal. Si les grandeurs sont adimensionnées selon :

$$x^* = Lx \quad y^* = \delta y \quad u^* = U_o u \quad v^* = \frac{\delta}{L} U_o v \quad (2.9)$$

et l'écoulement stationnaire 2D, les équations de Prandtl sont obtenues [28] :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

La jauge de mesure de y est défini par $\delta = L/\sqrt{Re}$, avec Re nombre de Reynolds. On parle d'épaisseur de couche limite. Cette épaisseur n'a pas de réalité physique, puisque dans la réalité la transition est continue entre l'écoulement principal et la zone où la vitesse décroît. Elle est souvent définie comme la distance à la paroi où la vitesse de l'écoulement approche à mieux de 99% de la vitesse limite, obtenue par l'application de l'hypothèse de fluide parfait dans la zone d'écoulement principal.

Un jet libre s'écoulant dans un milieu de vitesse différente présente aussi des zones de transition, appelée couches de cisaillement, de part-et-d'autre d'un écoulement central parfait. L'action de la viscosité empêche en effet l'existence de discontinuité de vitesse. Les équations sont les mêmes que pour les couches limites, la différence fondamentale entre les couches limites d'un écoulement confiné et d'une couche de cisaillement d'un jet libre étant dans le dernier cas la présence d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse [28], comme montré figure 2.1.

Nous verrons par la suite que la présence ou non d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse de l'écoulement est déterminant pour la stabilité de cet écoulement.

2.1.4 Conclusion

A part les équations de Navier-Stokes qui sont les équations de base régissant l'écoulement, les approximations présentées ensuite ne représentent que les simplifications les plus couramment rencontrées. Le plus souvent possible, on essaye de simplifier au maximum la modélisation de l'écoulement, en considérant le fluide comme globalement parfait et en isolant ponctuellement les zones proches des parois, les couches de cisaillement ou les points singuliers tels que les arêtes ou les angles vifs pour les traiter à part. Dans un canal, si la gamme de nombre de Reynolds utilisée convient, on considèrera un cœur fluide parfait, entouré de deux couches limites. En sortie du canal, les angles vifs provoquent la séparation de l'écoulement des parois du canal. Dans le cadre d'une modélisation par la théorie potentielle cela rend nécessaire l'introduction d'une condition de Kutta à cet endroit. Ensuite un jet est formé, qui est lui-même modélisé par un cœur en fluide parfait, entouré de deux couches de cisaillement où est concentré le rotationnel. Le rotationnel est injecté en sortie de canal par les deux couches limites de l'écoulement. Les couches de cisaillement du jet sont modélisées par les équations de couche limite.

Nous allons maintenant nous pencher plus en détail sur la modélisation de l'écoulement dans notre configuration de flûte à bec.

2.2 Modélisation de l'écoulement dans le canal de formation du jet

Pour notre cas d'étude, la hauteur du canal est très petite devant sa largeur : $h/H \ll 1$. La modélisation du canal et de l'écoulement se fait en 2D. De ce fait, on néglige l'effet de l'éventuelle présence d'une convergence ou d'un profil arrondi dans la largeur, comme discuté dans le paragraphe 1.3.2, ainsi que les effets de paroi sur les deux faces latérales du canal. Cela revient à considérer un écoulement infini selon l'axe mesurant la largeur du canal. Les longueurs d'onde acoustiques caractéristiques de notre étude sont très grandes devant la longueur du canal, cela nous permet de négliger la compressibilité du fluide.

Les nombres de Reynolds rencontrés dans les flûtes à bec étant dans la gamme $500 \leq Re \leq 3000$ [29], l'écoulement est considéré comme laminaire à la sortie du canal. Ces nombres de Reynolds justifient qu'on néglige la viscosité en première approximation. Pour une description plus fine de l'écoulement, on le décompose en deux parties : un cœur qui se comporte en fluide parfait, entouré de deux couches limites au niveaux des parois, où agissent la viscosité.

Si on considère un écoulement de vitesse uniforme transversalement en entrée de canal, et de valeur U_o , la viscosité provoque le ralentissement immédiat du fluide près des parois, créant ainsi des couches limites. Ces couches limites se développent et s'épaississent à mesure que l'écoulement parcourt le canal, jusqu'à se rejoindre. Quand l'état stationnaire est atteint, pour un canal de hauteur constante, petite devant la longueur, et avec les hypothèses précédemment faites, on aboutit à un profil de vitesse $U(y)$ dit de Poiseuille [25] :

$$U(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - H^2) \quad (2.13)$$

où H est la demi-hauteur du canal et y est la position transversale par rapport au sens de l'écoulement x dans le canal, l'axe x étant l'axe de symétrie du canal. Pour un écoulement uniforme U_0 en entrée, partant de l'équation 2.13 et en appliquant la conservation du flux, on déduit :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -3\mu U_o \quad (2.14)$$

Ainsi, pour un écoulement uniforme en entrée, l'écoulement stationnaire aura un profil de Poiseuille, dont la vitesse centrale sera $1.5 \times U_o$.

Si le canal n'est pas suffisamment long pour qu'un profil proche de Poiseuille soit atteint, les deux couches limites encadrent un cœur où la vitesse est constante. Rayleigh [30] propose alors une

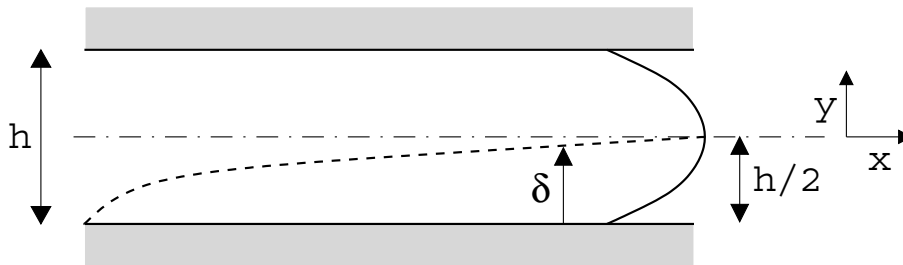


FIG. 2.2 – Développement des couches limites dans un canal. Si le canal est suffisamment long, les couches limites se rejoignent ($\delta = h/2$ où h est la hauteur du canal) et un écoulement stationnaire de Poiseuille est atteint.

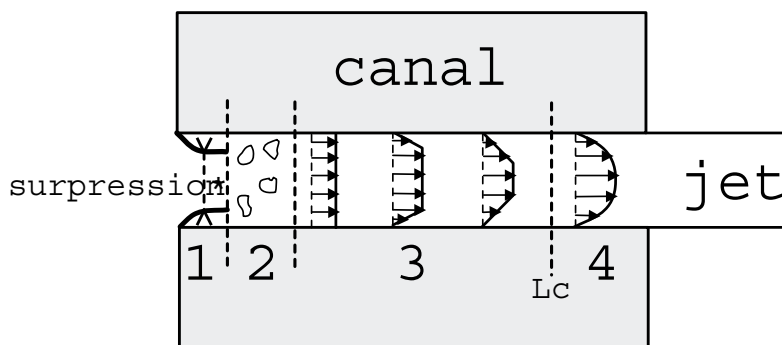


FIG. 2.3 – Développement des couches limites dans l'écoulement d'un canal plan : formation d'un jet en entrée (1) avec présence d'une vena-contracta (*), zone de mélange (2), rattachement aux parois et développement des couches limites (3) avec passage du modèle trapézoïdal au profil de vitesse de Poiseuille (4) en L_c , formation d'un jet en sortie de canal.

modélisation du profil de vitesse de l'écoulement en trapèze : dans les couches limites, la vitesse varie linéairement avec la position transversale (figure 2.3).

Cette modélisation présente l'avantage de la simplicité. Un tel modèle ne peut pas aboutir à un écoulement de Poiseuille. On impose alors un changement de description dès lors que la quantité de mouvement et le débit atteint par l'écoulement trapézoïdal sont égaux à ceux d'un profil de Poiseuille. L'écriture de cette égalité fournit la longueur dite "critique" L_c avant laquelle un profil trapézoïdal convient mieux à la modélisation. Si le canal est plus long que L_c , alors un profil de vitesse de Poiseuille devient une meilleure approximation. Cette longueur L_c a été calculé théoriquement par van Zon *et coll.* [31] et est donnée en annexe A.

En entrée de canal, si les angles sont vifs, ils représentent un point singulier dans l'écoulement entrant, l'écoulement va se séparer des parois sous l'action de la viscosité pour former un jet. Le jet a une hauteur inférieure à celle du canal : il existe un vena-contracta, comme Hirschberg [32] l'a montré à l'entrée de la clarinette. Puis il y a une zone de mélange où l'écoulement se rattache aux parois, et y reste "accroché" sous l'action de la viscosité (figure 2.3).

En général, les facteurs biseautent les angles d'entrée du canal. On peut supposer que cela permet de réduire ce phénomène de séparation d'écoulement en diminuant l'importance de la singularité dans l'écoulement. Néanmoins, une étude plus poussée sur ce point serait nécessaire. En première approximation nous avons supposé un profil de vitesse uniforme sur toute la hauteur du canal en entrée de celui-ci.

Dans la discussion précédente, nous n'avons considéré que l'influence de la longueur d'un canal plan sur le profil de vitesse de l'écoulement en sortie du canal. Nous montrerons à la paragraphe

5.3.4 que la présence d'une convergence a le même type d'influence sur le profil de vitesse.

La conséquence de la modification de la longueur du canal sur le profil de vitesse de l'écoulement à sa sortie à été mise en évidence : si le canal n'est pas suffisamment long, les couches limites ne sont pas fusionnées et un modèle de profil de vitesse en trapèze doit être adopté plutôt qu'un profil de vitesse de Poiseuille. On s'attend à ce que la modification du profil de vitesse dans l'écoulement juste avant la sortie influe sur le profil de vitesse du jet juste après la sortie, même si aucune relation quantitative n'est possible actuellement. Le chapitre suivant va nous permettre de relier la théorie d'instabilité du jet au profil de vitesse du jet à la sortie du canal.

2.3 Modélisation du système couplé pied/canal

Nous avons présenté le couplage pied/canal dans le chapitre précédent, nous présentons maintenant les éléments principaux de la modélisation proposée par Verge [26].

La longueur du canal étant petite par rapport aux longueurs d'ondes acoustiques en jeu, l'écoulement peut être considéré comme incompressible. La viscosité est négligée dans le canal. Du fait de la séparation de l'écoulement en sortie du canal, à l'endroit où se forme le jet, la pression y est supposée égale à la pression dans la bouche p_m . C'est grâce à cette hypothèse que l'effet prédominant de la viscosité au point de séparation est prise en compte implicitement. Si la vitesse dans le pied de l'instrument est négligée, en estimant que le volume est suffisamment grand, l'équation de Bernoulli instationnaire 2.8 entre un point d'entrée f du canal et un point de sortie m s'écrit :

$$\rho_o \frac{\partial (\varphi_m - \varphi_f)}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho_o U_j^2 = p_f - p_m \quad (2.15)$$

où t est le temps, ρ_o est la densité de l'air, φ_m , φ_f , p_m et p_f sont respectivement le potentiel de vitesse et la pression dans la bouche (*mouth*) et dans le pied (*foot*) du résonateur, et U_j la vitesse du jet à la sortie du canal. Afin de calculer la différence de potentiel, la vitesse $U(x)$ de l'écoulement le long du canal doit être connue. Si l'écoulement est considéré comme incompressible et la vitesse uniforme transversalement, la conservation du débit dans un canal de hauteur $h(x)$ variable donne :

$$U(x) = \frac{U_j h_e}{h(x)} \quad (2.16)$$

avec x direction parallèle à l'écoulement, h_e hauteur de sortie du canal, $h(x)$ la hauteur du canal au point considéré. En utilisant l'équation 2.16 on peut alors calculer la différence de potentiel entre le pied et la bouche par :

$$\varphi_m - \varphi_f = \int_f^m U(x) dx = U_j h_e \int_f^m \frac{dx}{h(x)} = l_{eff} U_j \quad (2.17)$$

où l_{eff} est la longueur effective du canal. A partir des équations 2.8 et 2.17 on obtient finalement la relation suivante :

$$\rho_o l_{eff} \frac{dU_j(t)}{dt} + \frac{1}{2} \rho_o U_j^2 = p_f - p_m \quad (2.18)$$

Pour un transitoire d'attaque généré par une montée brusque de pression dans le pied, le terme inertiel de gauche va dominer au démarrage. Plus tard, lorsque le régime stationnaire est atteint, c'est le deuxième terme de gauche qui va dominer, et au final, la vitesse moyenne est proportionnelle à la racine carrée de la différence de pression entre le pied et la bouche de l'instrument.

Nous avons vu précédemment que les oscillations acoustiques dans le canal induisent de fortes variations de vitesse de jet en sortie du canal. Ces variations de vitesse sont un facteur de perte d'énergie non négligeable dans l'instrument, comme cela a été montré par Cummings et Eversman [33]. Un modèle pour ces fluctuations de vitesse a été proposé par Verge [26] qui aboutit après certaines hypothèses à l'équation suivante :

$$\frac{d^2 U_j'}{dt^2} + \gamma \frac{dU_j'}{dt} + \omega_o^2 U_j' = -\frac{1}{\rho_o l_c} \frac{dp_m'}{dt} - \frac{\omega_o^2 \langle U_j \rangle}{\rho_o c_o^2} p_m' \quad (2.19)$$

avec :

$$\omega_o^2 = \frac{c_o^2 S_e}{V_f l_c} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\langle U_j \rangle}{l_c} \quad (2.20)$$

où le prime dénote la partie fluctuante de la variable, et $\langle \rangle$ la composante constante, avec V_f le volume du pied, $S_e = h_e H$ la section du canal en sortie, c_o la vitesse du son. Ainsi, l'équation 2.19 montre que le système pied/canal agit comme un résonateur de Helmholtz amorti, de pulsation de résonance ω_o inversement proportionnelle au volume du pied et à la longueur du canal. Le facteur d'amortissement est déterminé par la présence de l'écoulement moyen et par la longueur du canal.

L'amplitude des fluctuations de vitesse du jet est alors donnée par :

$$\frac{\widehat{v}_j}{\langle U_j \rangle} \approx \frac{(\widehat{p}_f - \widehat{p}_m)(1 - iS_r)}{2 \langle p_f \rangle (1 + S_r^2)} \quad (2.21)$$

avec

$$S_r = \frac{\omega l_c}{\langle U_j \rangle} \quad (2.22)$$

où les quantités chapeautées sont les amplitudes des quantités complexes correspondantes. Une configuration expérimentale typique donne $\langle p_f \rangle$ de l'ordre de 180Pa et le nombre de Strouhal S_r de l'ordre de 5. De l'équation 2.21, Verge conclut que pour son système expérimental, qui est proche du nôtre (et que nous décrirons au chapitre 4), la composante de la fluctuation de vitesse de jet en opposition de phase avec la pression acoustique en sortie de canal représente environ 20% de l'amplitude des fluctuations totales. C'est cette composante qui est responsable des pertes acoustiques induites par les fluctuations de la vitesse du jet. Cette équation met aussi en évidence l'influence de la longueur de canal l_c . Si celle-ci est réduite, comme c'est le cas dans les tuyaux d'orgue, le facteur d'amortissement de la résonance de Helmholtz γ est plus élevé, mais la composante des fluctuations de vitesse en opposition de phase avec le champ acoustique augmente, ce qui induit un facteur de perte acoustique supplémentaire. La résonance sera de moins forte amplitude mais les oscillations de jet induites seront plus destructrices sur le champ acoustique dans la bouche.

Il est à noter que le facteur de perte induit par les fluctuations de jet n'est pas négligeable devant les autres facteurs de pertes, pertes par rayonnement ou pertes visco-thermiques. Verge calcule des pertes de l'ordre de 3×10^{-4} W pour son tuyau expérimental et pour une pression moyenne d'alimentation $\langle p_f \rangle = 180$ Pa. Pour le même système expérimental, Fabre [34] calcule des pertes par rayonnement du fondamental de l'ordre de 8×10^{-5} W et des pertes visco-thermiques de l'ordre de 2.5×10^{-4} W. Les fluctuations de vitesse du jet en sortie de canal représentent donc un facteur non négligeable d'amortissement des oscillations acoustiques dans le corps de l'instrument.

2.4 Conclusion

Au vu des dimensions en jeu dans la flûte à bec, la viscosité est négligée pratiquement partout dans l'écoulement hydrodynamique. L'écoulement dans le canal est décrit par un cœur potentiel, entouré au niveau des parois par deux couches limites où se concentre l'action de la viscosité. Selon la longueur du canal et la vitesse de l'écoulement, les couches limites peuvent se rejoindre avant la fin du canal, ce qui a une forte influence sur le profil de vitesse de l'écoulement à cet endroit. Au niveau des arêtes vives de sortie du canal, le phénomène de séparation de l'écoulement, qui est le résultat de l'action dominante de la viscosité à cet endroit, et qui ne peut donc pas être pris en compte dans le cadre d'une théorie potentielle, est modélisé par l'application de la condition de Kutta. Cette condition implique un départ du jet formé tangentiel à la paroi. Le jet formé en sortie du canal est lui aussi modélisé par un cœur potentiel, entouré de deux couches de cisaillement où

se concentre le rotationnel.

Le système pied/canal fonctionne comme un résonateur de Helmholtz, et provoque des fluctuations de vitesse du jet en sortie de canal qui induisent des pertes non négligeables dans le bilan énergétique de l'instrument. La fréquence de résonance de l'ensemble est notamment fonction de la longueur du canal, et de la vitesse du jet.

Chapitre 3

Etude bibliographique : le mouvement du jet

Nous nous intéressons maintenant plus en détails aux différents modèles permettant de décrire le mouvement du jet. Le champ acoustique présent dans le corps de l'instrument perturbe le jet par ailleurs intrinsèquement instable. Cette perturbation se propage en s'amplifiant sur le jet. Comment? C'est le problème de l'*instabilité du jet* lequel est développé dans le premier paragraphe. Nous y présentons en particulier deux théories couramment utilisées pour modéliser le mouvement du jet. Une théorie linéaire décrit le mouvement du jet par l'instabilité d'un jet infini et permettra d'interpréter partiellement les résultats expérimentaux présentés précédemment. Mais son application présente des limitations importantes compte tenu des ordres de grandeurs de l'amplitude mouvements du jet observés dans la flûte à bec, par rapport à son épaisseur. Une théorie non-linéaire est alors exposée.

La manière dont le jet réagit à cette perturbation est un problème connu sous le nom de *réceptivité*, c'est l'objet du deuxième paragraphe.

Dans les deux premiers paragraphes, nous supposons, comme cela est fait couramment, que les interactions champ acoustique/jet et jet/biseau sont localisées. Des études prennent en compte des interactions réparties tout le long du parcours du jet. Nous discutons rapidement dans un troisième paragraphe de l'opposition interaction répartie/interaction localisée.

3.1 Instabilité de jet

Le jet est formé par séparation de l'écoulement de la paroi à la sortie du canal, sous l'action de la viscosité. Ce jet est hautement instable et a tendance à amplifier la moindre perturbation, que celle-ci provienne de l'action du champ acoustique, ou d'un champ hydrodynamique induit directement par l'interaction avec le biseau, comme c'est le cas dans le son de biseau [35].

Dans les flûtes à bec, la distance W parcourue par le jet est de l'ordre de 4 fois l'épaisseur h du jet. Sur tout le parcours, le jet est soumis à un écoulement transversal induit par l'énergie acoustique emmagasinée dans le résonateur. Les visualisations de jet dans les flûtes à bec [17] montrent que celui-ci reste laminaire jusqu'au biseau en conditions normales de jeu. Cela n'est pas le cas dans les orgues, où la distance lumière/biseau est plus grande (de l'ordre de 10 à 20 fois la hauteur h de la lumière) et les visualisations montrent un jet rapidement turbulent avant l'arrivée au biseau.

La modélisation du comportement du jet dans les conditions ci-dessus étant complexe, on s'intéressera à un jet plan 2D infini, suivant ainsi la méthode généralement employée dans ce type d'étude, par Rayleigh [30], Michalke [36, 37], Mattingly et Criminale [38] ou Nolle [39] par exemple. Cette simplification pose malgré tout certaines questions lorsque l'on cherche à appliquer les résultats obtenus à la configuration qui nous intéresse. Tout d'abord, comment raccorder le jet infini à l'écoulement en sortie de canal? Quel critère de raccordement utiliser? Même si un critère est trouvé quelle est l'adéquation entre un modèle de jet infini et le jet réel qui ne parcourt que 4mm? Les théories employées négligent généralement le biseau. Or la présence de celui-ci est déterminant en particulier parce qu'il favorise l'oscillation du jet. La modélisation 2D néglige tous les phénomènes de nature tridimensionnels, en particulier la turbulence, qui pourtant joue un rôle fondamental dans la production du son, et cela ne prend pas en compte l'influence de la largeur finie du jet. Enfin, les théories présentées étudient l'instabilité intrinsèque du jet. Dans notre cas, le jet est soumis à une perturbation transversale oscillante, due à la présence d'un champ acoustique transversal, comment cela va-t-il influencer sur l'instabilité intrinsèque du jet?

Sur ce dernier point, comme cela est fait généralement, on suppose que la perturbation se développe le long du jet, indépendamment de tout autre phénomène, en particulier de la cause de la perturbation, qui est supposée localisée au point de formation du jet. Nous verrons plus tard (paragraphe 3.2) que ce n'est pas forcément un point admis : il existe des modèles où les interactions sont traitées sous forme intégrale.

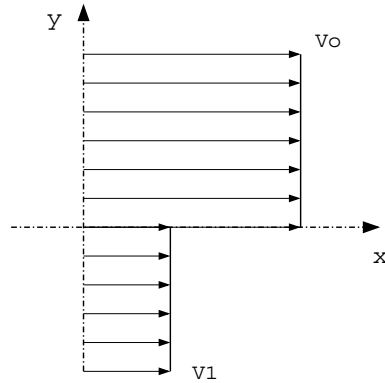


FIG. 3.1 – Interface infinie considérée par Rayleigh entre deux fluides se déplaçant à des vitesses différentes V_0 et V_1 , définition des axes.

3.1.1 Instabilité d'un jet infini

Théorie linéaire

Helmholtz en 1868 [40] fait les premières remarques physiques sur l'instabilité d'un écoulement parallèle. Rayleigh [30] développe ensuite un modèle théorique de l'instabilité de jet, en le traitant comme une interface plane infinie entre deux fluides s'écoulant à des vitesses différentes. De part et d'autre de l'interface, la vitesse est constante, et la viscosité de l'écoulement moyen est nulle. Le rotationnel de la vitesse est concentré dans l'interface où il y a discontinuité de vitesse. Cette interface est modélisée par une ligne de tourbillon.

Rayleigh [30] considère les modes d'oscillation de cette interface, sous certaines hypothèses restrictives : il se place dans un cas non visqueux, linéaire, 2D, et il fait l'hypothèse d'une perturbation harmonique dont le potentiel des vitesses n'implique x et t qu'à travers les facteurs $e^{i\alpha x}$ et $e^{i\omega t}$, l'axe x étant l'axe d'écoulement, comme indiqué à la figure 3.1. Cette hypothèse a été confirmée plus tard par les mesures expérimentales de Sato [41] confirmant la croissance exponentielle des perturbations par rapport à x , puis par la visualisation d'écoulement de jet [29]. L'idée sous-jacente est de considérer que toute perturbation peut se décomposer sur cette base de vecteurs propres supposée orthogonale (Drazin et Howard [42]). Physiquement cela suppose qu'il n'y a pas d'interaction entre les différents modes d'oscillations du jet, ce qui a été confirmé expérimentalement par Coltman [43].

Ainsi, Rayleigh cherche la fonction courant ψ de la perturbation agissant sur l'interface sous la forme :

$$\psi(X, Y, T) = \Re \left(\varphi(Y) e^{j(\alpha X - \omega T)} \right) \quad (3.1)$$

où \Re est la partie réelle, φ l'amplitude complexe, X , Y et T sont les grandeurs réelles x , y et t adimensionnées par des grandeurs caractéristiques du problème donné, α représente le nombre d'onde spatial et ω la pulsation temporelle de la perturbation. Les résultats de cette analyse sont applicables au jet si on le considère comme étant constitué de deux interfaces ayant l'axe $y=0$ comme axe de symétrie. Les perturbations peuvent alors être (figure 3.2) :

- **symétriques** par rapport à la ligne moyenne : ce sont les modes dits *varicoses* et qui peuvent par exemple être induits par des variations de débit à la lumière.
- **antisymétriques** : ce sont les modes *sinueux*.

suivant que la cause des perturbations est à géométrie plutôt symétrique ou plutôt antisymétrique.

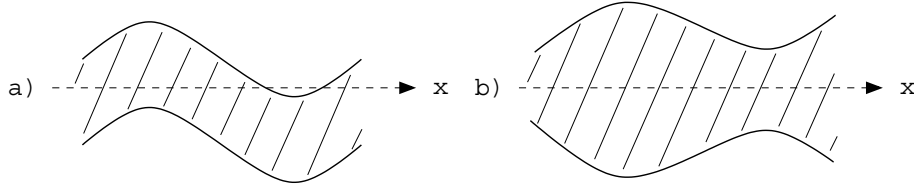


FIG. 3.2 – (a) Mode sinueux et (b) mode varicose du mouvement de jet par rapport à l'axe $y=0$.

En utilisant le principe de la conservation de la vorticité, celui de la conservation de la masse pour un écoulement incompressible, et en linéarisant, on aboutit à une équation diff erentielle entre φ , le profil de vitesse du jet $U(y)$, ω et α , connue sous le nom d'équation de stabilité de Rayleigh [30] :

$$\left(U(y) - \frac{\omega}{\alpha}\right) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \alpha^2 \varphi\right) - \frac{d^2 U}{dy^2} \varphi = 0 \quad (3.2)$$

Orr-Sommerfeld a généralisé la théorie pour le cas où le fluide est visqueux [42] :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \alpha^2\right)^2 \varphi = j \alpha Re \left\{ (\omega - c) \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \alpha^2\right) \varphi - \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \varphi \right\} \quad (3.3)$$

Cette équation fait intervenir le nombre de Reynolds : $Re = UL/\nu$, avec U et L vitesse et longueur caractéristiques de l'écoulement, ν viscosité de l'air. Cette équation étant très difficile à manier, c'est en général la théorie de Rayleigh qui est utilisée pour l'étude d'instabilité de jet. Il convient alors de garder à l'esprit que des solutions stables pour l'équation de Rayleigh, peuvent être instables pour l'équation d'Orr-Sommerfeld [42].

L'équation de Rayleigh ( quation 3.2) montre l'importance cruciale du profil de vitesse sur l'instabilité du jet. Pour un profil donné, la résolution de l'équation permet de déterminer l'évolution de la constante de propagation α en fonction de la fréquence angulaire ω ou vice-versa. Ce choix provient de la décision d'étudier l'évolution de la perturbation d'un point de vue temporel ou spatial : si on fixe α et qu'on observe l'évolution de ω , on est dans le cadre de la théorie temporelle, si au contraire on fixe ω et on regarde l'évolution de α on est dans le cadre d'une analyse spatiale de la perturbation.

Historiquement c'est le choix de Rayleigh d'une analyse temporelle qui a été adoptée en premier lieu. Mais Michalke en 1964 et 1965 effectue des résolutions numériques de cette équation sur un demi-profil très abrupt, et compare analyse temporelle et spatiale dans deux articles successifs [36, 37]. Il conclut que dans le cas d'un jet libre et plan oscillant à l'entrée d'un tuyau, la théorie spatiale représente mieux l'observation expérimentale. C'est donc la théorie spatiale qui est maintenant retenue dans les études d'instabilité de jet (*cf.* par exemple Verge [26]).

La stabilité d'un tel jet, dans le cadre d'une théorie spatiale, est fonction du signe de la partie imaginaire α_i du coefficient de propagation α . En effet, ce coefficient α_i représente l'amplification de la perturbation. Si α_i est négatif, la perturbation s'amplifie de manière exponentielle, le jet est instable, alors que pour α_i positif, la perturbation est évanescente. La vitesse de phase c_p de la perturbation est quant à elle reliée à la partie réelle α_r de α par $c_p = \omega/\alpha_r$.

L'écriture de la condition de stabilité dans un cadre 2D, non visqueux et non compressible, permet à Rayleigh d'aboutir à la conclusion qu'une condition nécessaire à l'instabilité de jet est l'existence d'un point d'inflexion (point où la dérivée seconde du profil de vitesse est nulle) dans le profil de vitesse du jet [30].

Or la présence d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse est caractéristique des jets, par rapport aux écoulements confinés [28]. Cela explique la différence de comportement d'instabilité

entre un jet libre et un écoulement confiné : les jets sont intrinsèquement instables [41]. Néanmoins, cette condition n'est pas suffisante, et il existe des plages de (ω, α) où le jet est stable et d'autres où le jet est instable.

Dans le premier cas étudié par Rayleigh, c'est-à-dire une transition abrupte de vitesse entre le jet et le fluide environnant, la théorie développée permet de fournir une explication générale de la sensibilité des jets. Mais dans ce cas, le jet est toujours instable et le coefficient d'amplification augmente indéfiniment avec la fréquence. Ceci n'est pas le comportement observé dans la réalité : il existe une fréquence de sensibilité maximale, et une fréquence de coupure au-delà de laquelle le jet n'est plus instable. Ce comportement peut-être retrouvé dans l'application de la théorie si le profil de vitesse choisi est plus réaliste, c'est-à-dire n'ayant pas de discontinuité, comme cela est le cas dans la réalité : l'action de la viscosité interdit l'existence d'une telle discontinuité.

Ainsi, Rayleigh propose de prendre un profil de vitesse où la continuité est assurée. En particulier, il propose un profil de vitesse linéaire par morceaux, qui permet d'obtenir des solutions analytiques simples. La résolution de l'équation donne alors un comportement d'amplification ayant un maximum de sensibilité et la présence d'une fréquence de coupure [42], dont la valeur varie en fonction de la pente maximale du profil.

Bickley [44] en 1937 détermine théoriquement le profil de vitesse d'un jet issu d'un canal infiniment long dans un fluide au repos. Il applique la conservation du moment, et se place dans le cadre d'un écoulement incompressible avec l'hypothèse supplémentaire que la pression est indépendante de x et de y . Il obtient alors une famille de profils de vitesse semblables de la forme :

$$U(x, y) = U_o(x)\operatorname{sech}^2(y/b(x)) \quad (3.4)$$

connus sous le nom de *profil de Bickley* (cf. figure 3.4), avec U_o la vitesse centrale qui évolue proportionnellement à $x^{-1/3}$ et b , qui représente l'étalement du jet, évoluant proportionnellement à $x^{2/3}$. Andrade [45] confirme expérimentalement ce comportement pour un jet issu d'un canal de dimension finie.

Mattingly et Criminale [38] résolvent numériquement l'équation de Rayleigh pour un profil de vitesse de Bickley fixé (U_o et b indépendant de x), plus réaliste puisqu'il prend en compte la viscosité. Ils étudient les deux types de modes, varicoses et sinueux, et concluent aussi que la perturbation la plus instable pour un jet rasant un résonateur, sont les perturbations sinueuses. En effet, pour une même valeur de fréquence angulaire ω , il existe deux solutions à l'équation de Rayleigh pour le coefficient α , l'une correspondant à une perturbation sinueuse, l'autre à une perturbation varicose. Or c'est toujours la perturbation sinueuse qui a la valeur négative la plus forte de coefficient d'amplification α_i , donc la plus forte amplification, comme montré figure 3.3.

Cela est confirmé lors de la visualisation des oscillations de jet dans une flûte à bec : celles-ci sont nettement dominées par les oscillations sinueuses [17]. Remarquons cependant que la présence de la perturbation acoustique transverse est aussi de nature à favoriser les modes sinueux dans la mesure où elle agit vraisemblablement de manière anti-symétrique sur les deux couches de cisaillement du jet.

Le profil de vitesse obtenu par Bickley (équation 3.4) n'est pas valable trop près de la lumière, où le profil de vitesse évolue rapidement sous l'influence de l'entraînement de l'air environnant qui provoque l'étalement du jet. Nolle [39] propose une famille de profils plus réalistes que le profil de Bickley près de la lumière :

$$U(y) = U_o \operatorname{sech}^2((y/b)^n) \quad (3.5)$$

Ces profils sont d'autant plus abrupt que n est grand, comme on peut le voir sur la figure 3.4.

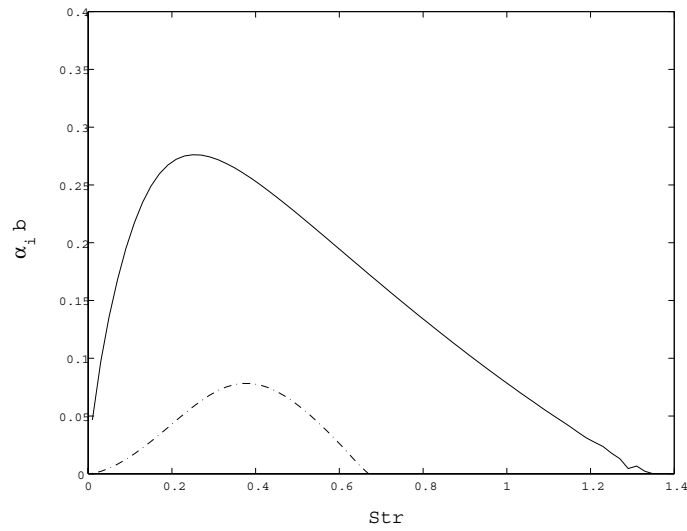


FIG. 3.3 – Valeur absolue du coefficient adimensionné d’amplification spatiale $\alpha_i * b$ en fonction du nombre de Strouhal $Str_b = \omega b / U_o$, obtenus par résolution de l’équation de stabilité de Rayleigh. [trait plein] modes sinueux, [pointillés] modes varicoses. Les valeurs du coefficient d’amplification spatiale des modes varicoses sont toujours plus petits que ceux des perturbations sinueuses. Les perturbations sinueuses dominent le mouvement du jet.

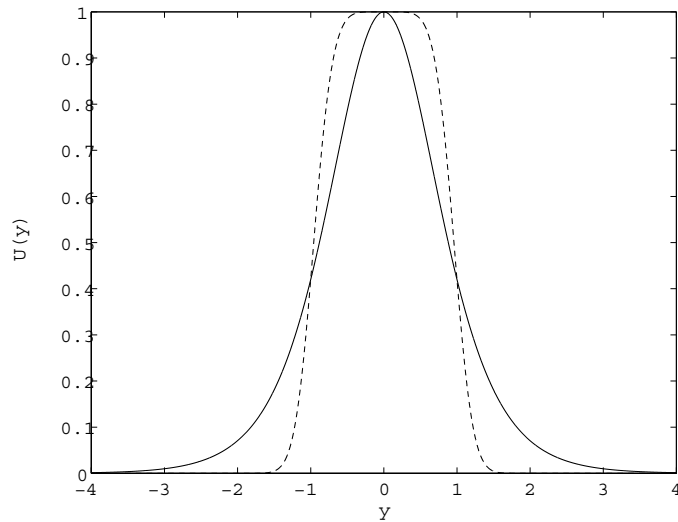


FIG. 3.4 – Comparaison du profil de vitesse de Bickley (qui correspond au profil de vitesse Nolle avec $n=1$) en trait plein, et du profil de vitesse de Nolle pour lequel $n=3$ (-.-).

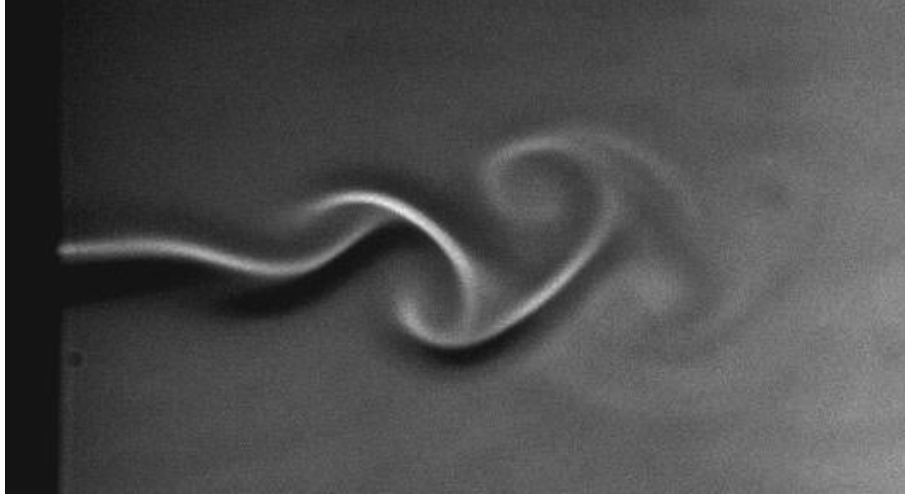


FIG. 3.5 – Visualisation d’un jet issu d’un canal long et soumis à un champ acoustique transversal. Le champ acoustique est une fréquence pure produite par un haut-parleur placé au-dessus du jet, ici $f = 254\text{Hz}$, pression d’alimentation $p_f = 13.8\text{Pa}$. L’image est obtenue par un procédé de Schlieren. On peut voir un phénomène d’enroulement se produire sur le jet après une distance de quelques hauteurs de canal h .

Théorie non linéaire

Les différentes visualisations du jet réalisées sur des flûtes [17, 26, 46] montrent toutes des mouvements latéraux du jet qui peuvent atteindre des amplitudes égales ou supérieures à l’épaisseur du jet. On peut alors s’interroger sur la pertinence, dans ce cas précis, des théories présentées ci-dessus dans la mesure où ce sont des théories linéaires de perturbations qui supposent donc de petits déplacements. La figure 3.5 montre un jet soumis à un champ acoustique transversal, issu d’un canal de type flûte à bec. Après avoir parcouru une distance de quelques hauteurs du canal h , des phénomènes d’enroulement de l’écoulement du jet sur lui-même apparaissent.

En complément des théories linéaires précédemment développées, nous allons maintenant faire une revue des théories non-linéaires.

Powell [47] d’abord, Holger [48] ensuite proposent un autre modèle d’instabilité de jet, basé sur les observations de Brown [46], dont les visualisations avec fumée dans une configuration de son de biseau (c’est-à-dire sans le résonateur) montrent la formation d’une allée de tourbillons alternés sur le jet, à la manière d’une allée de von Kármán [49].

La configuration étudiée par Holger est montrée figure 3.6 : il modélise le jet par une allée de tourbillons. Il considère une zone de transition où la force des tourbillons croît jusqu’à atteindre la valeur seuil de $\pm K$. Comme cela est fait en général dans les théories linéaires, il néglige la turbulence et la viscosité (donc l’étalement du jet). Il propose comme modèle de bouclage du système une rétroaction au niveau de la lumière, qui initie la formation du tourbillon suivant, due à l’interaction du jet avec le biseau.

La principale différence avec le modèle de Powell est que Holger considère l’allée comme pleinement développée quand elle parvient au biseau, contrairement à Powell qui suppose que les tourbillons ont vu leur force amplifiée d’un facteur q . De plus, Powell considère la rétroaction au niveau de la lumière comme la conséquence de la présence d’un dipole au biseau, sous l’effet de l’oscillation de jet alors que Holger prend en compte l’induction de chaque élément de l’allée sur l’écoulement, comme on le ferait pour un champ proche d’un dipole, la distance parcourue par le jet étant faible. Holger, de son côté, propose de prendre la localisation des points d’inflexion du mouvement de jet comme lieu de concentration du rotationnel. Il en existe un par période spatiale d’oscillation. D’après ce modèle, la distance entre les tourbillons sera donc un nombre entier de

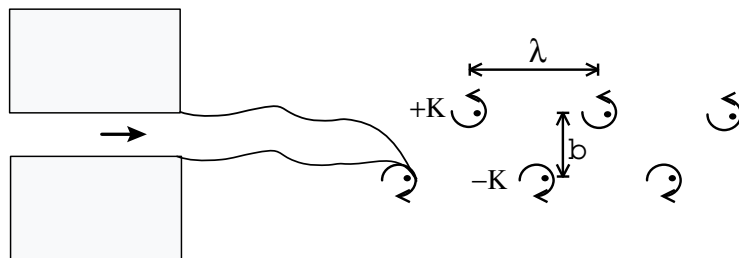


FIG. 3.6 – Configuration d'étude choisie par Holger : allée de tourbillons alternés, avec une zone de transition où la force des tourbillons croît, jusqu'à atteindre une valeur limite stable $\pm K$.

longueurs d'ondes. Comme démontré par von Kármán [49], chaque rangée de l'allée de tourbillons induit sur l'autre rangée une vitesse V qui provoque le déplacement en groupe de l'allée. Cette vitesse est reliée aux différents paramètres définis figure 3.6 par :

$$V = \frac{k\pi}{\lambda} \tanh \frac{\pi b}{\lambda} \quad (3.6)$$

Holger suppose que la vitesse de déplacement pour l'allée non-infinie est bien approximée par cette équation. La stabilité d'une telle allée impose des relations entre les paramètres b , λ et K . En plus de la conservation du moment, Holger propose une considération cinématique : le nouveau tourbillon en cours de formation subit l'influence des tourbillons déjà formés en aval. La vitesse transversale totale induite par ces tourbillons doit être nulle pour que l'allée soit stable. En considérant l'influence des deux tourbillons précédemment formés (un sur chaque rangée), sur le tourbillon en cours de formation, la condition pour avoir une vitesse transversale totale de ce tourbillon nulle est $b/\lambda = 0.5$. En considérant l'influence mutuelle d'une allée infinie sur le tourbillon en cours de formation, la valeur de ce rapport devient $b/\lambda = 0.65$. Dans tous les cas il trouve un valeur moyenne pour b/λ de 0.5. La vitesse de propagation V/U_o théorique qu'il obtient concorde alors très bien avec les mesures de Brown [46].

Holger constate qu'à l'heure actuelle, il est difficile de dire quelle est la meilleure théorie de la théorie linéaire ou de la sienne.

3.1.2 Jet semi-infini : le problème du raccord à la lumière

Le jet infini reste un problème purement théorique qui n'existe pas dans la réalité : le jet est issu d'un canal de formation qui lui impose certaines contraintes initiales. Les modes d'oscillations du jet dans la flûte sont généralement calculés à partir des modes d'oscillations linéaires d'un jet infini théorique, raccordés à l'écoulement issu du canal par certaines conditions limites.

Le déplacement latéral $\eta(x, t)$ dans la direction y de la ligne centrale du jet semi-infini ainsi formé est l'intégrale du mouvement d'une particule depuis sa sortie du canal. Verge [50] a calculé ce déplacement par l'intégration de la vitesse transversale dérivée de la fonction courant de la perturbation. La plupart des modèles [51, 52, 53] considèrent les modes dérivés de la fonction courant comme la représentation de la forme du jet, ce qui est faux en général : la forme du jet s'obtient par l'intégration à partir de la lumière de la vitesse d'une particule. Selon le choix effectué, il convient de considérer un ou deux modes d'oscillation du jet :

- dans le second cas, faux en général, où le déplacement latéral du jet est assimilé aux mouvements de sa ligne de courant il y a deux conditions limites : $\eta(0, t) = 0$ et $d\eta/dx|_{x=0} = 0$. La deuxième condition est la conséquence de l'application de la condition de Kutta à la lumière, qui permet de garder une vitesse finie au point de séparation de l'écoulement, dans une représentation potentielle de l'écoulement [25]. Etant donné qu'on dispose de deux conditions

limites, on considère un mouvement de jet composé de deux modes d'oscillations.

- dans le cas où le déplacement latéral effectif est considéré, par intégration du mouvement des particules depuis la lumière, il n'y a plus qu'une condition limite : celle imposée par Kutta, la première condition $\eta(0, t) = 0$ étant implicitement vérifiée. Dans ce cas, un seul mode d'oscillation est considéré.

Afin de rendre compte de la séparation de l'écoulement en extrémité de canal dans le cadre d'une théorie potentielle, on fait appel à la condition de Kutta. Cette condition impose un départ tangentiel du jet par rapport aux parois du canal de formation. En l'absence de perturbation acoustique, cette condition est remplie en introduisant deux couches de cisaillement de part et d'autre du jet naissant, ayant une circulation donnée par la vitesse du jet [50] :

$$d\Gamma = \mp U_j dx \quad (3.7)$$

On sait maintenant comment modéliser les perturbations se développant sur le jet. Comment ces perturbations sont-elles initiées ? comment déterminer leur amplitude ? C'est le délicat problème de la réceptivité du jet que l'on va aborder maintenant.

3.2 Réceptivité du jet

Le problème de la réceptivité du jet se penche sur le lien entre l'amplitude de la perturbation, en l'occurrence le champ acoustique et l'amplitude de la perturbation se propageant sur le jet. Un jet est intrinsèquement instable et la moindre perturbation est propagée et amplifiée. Il est soumis dans la flûte à trois types de perturbations : celle issue de l'interaction entre le jet et le biseau, celle issue de la présence d'un champ acoustique transversal, et celle liées aux fluctuations de débit lorsque ces dernières n'ont pas été filtrées par le canal, comme nous l'avons discuté au paragraphe 1.3

Le premier type de perturbation provoque une rétroaction quasi-instantanée à la lumière. On parle dans ce cas de *rétroaction hydrodynamique*. Ainsi un système jet/biseau sans résonateur peut aussi se mettre en auto-oscillation, et émettre un son de fréquence proportionnelle à la vitesse du jet, en première approximation [54], c'est le *son de biseau*.

Dans le cas d'une flûte à bec, Verge [50] a montré qu'en présence d'un champ acoustique transversal, cette rétroaction hydrodynamique est négligeable par rapport à la perturbation induite par le champ acoustique résonant. C'est ce dernier qui va alors imposer ses conditions au jet, et celui-ci va se mettre à osciller à la fréquence de la perturbation acoustique. La rétroaction hydrodynamique ne pourra être dominante que lorsque la résonance n'est pas mise en place dans le résonateur, pendant les transitoires d'attaque par exemple [6].

On ne considère donc que la perturbation induite par le champ acoustique. En première analyse, cela ne fait que provoquer un déplacement transversal "en bloc" de l'écoulement, par combinaison des vitesses [55]. A la lumière l'action de la viscosité ne peut être négligée puisque c'est elle qui provoque la séparation de l'écoulement. La viscosité module la force des tourbillons non symétriquement de part et d'autre du cœur du jet, ce qui va modifier leur induction mutuelle et perturber le jet. Le jet étant lui-même intrinsèquement instable, cette perturbation va se propager en s'amplifiant, comme nous l'avons vu précédemment. Cette approche n'est cependant pas unanimement acceptée. Plusieurs modèles sont trouvés dans la littérature qui diffèrent principalement suivant la nature du mécanisme physique de perturbation du jet. Plusieurs possibilités ont été successivement étudiées et comparées :

- le déplacement acoustique
- la vitesse acoustique

- le gradient de pression acoustique

La première hypothèse, qui semble apparaître avec Fletcher [56], et qui est reprise dans Thwaites&Fletcher [57] est basée sur l’hypothèse de convection acoustique du jet : on étudie l’instabilité d’un jet émergeant dans un fluide au repos, dans un référentiel lié au déplacement acoustique transverse. Cette condition limite implique qu’à la lumière le déplacement acoustique et le déplacement de la perturbation sont de phases opposées, afin d’avoir un déplacement total nul, ce qui est nécessaire à l’obtention d’une vitesse finie à la lumière. C’est grâce à cette hypothèse que Fletcher aboutit à la formulation semi-empirique du mouvement du jet [51] :

$$\eta(x, t) = \Xi_a [1 - e^{\mu x} e^{jkx}] e^{-j\omega t} \quad (3.8)$$

où μ est le coefficient d’amplification spatiale et Ξ_a est l’amplitude du déplacement acoustique. Cette hypothèse n’a cependant pas de fondement physique car un fluide ne s’oppose pas à un déplacement, mais plutôt à une vitesse ou à un gradient de pression [50].

Les hypothèses 2 et 3 sont toutes deux aussi bien justifiées physiquement. Elles ont été étudiées en détail par Coltman [43]. La mesure de la déflexion du jet proche de la lumière lui permet de conclure que si cette déflexion a une phase opposée à celle de la vitesse acoustique, par contre son amplitude semblerait plutôt reliée au gradient de pression acoustique. De toute façon la présence d’une vitesse acoustique implique la présence d’un gradient de pression et les deux dernières hypothèses semblent donc difficiles à départager. Les seuls paramètres qui diffèrent entre les deux sont :

- la phase : vitesse et gradient de pression acoustique sont déphasées de 90°
- la dépendance en fréquence de l’amplitude : la vitesse acoustique étant proportionnelle à l’intégrale sur le temps du gradient de pression, la vitesse acoustique est inversement dépendante de la fréquence, alors que le gradient de pression induit des amplitudes indépendantes de la fréquence.

Verge [50] fait l’hypothèse que la perturbation du jet par un champ acoustique transversal agit comme une modulation localisée du rotationnel. Par analogie avec l’équation 3.7, il propose que l’effet de la perturbation acoustique sur le rotationnel soit pris en compte par :

$$d\Gamma = \mp (U_j \mp v'_m(0))$$

où $v'_m(0)$ est le champ acoustique transversal présent dans la bouche. C’est cette dernière équation que Verge prend comme condition limite à raccorder avec la distribution du rotationnel dans les couches de cisaillement du jet infini afin d’obtenir les modes d’oscillation d’un jet semi-infini perturbé par un champ acoustique.

3.3 Interaction localisée ou répartie ?

La plupart des modèles de flûte considèrent un modèle de boucle de rétroaction où les interactions entre jet/champ acoustique/biseau sont localisées selon le schéma reproduit figure 3.7 [58, 52].

Le jet est perturbé à la lumière par le champ acoustique, la perturbation se propage en s’amplifiant le long du jet, indépendamment de toute autre perturbation. Le mouvement oscillant résultant au biseau permet le transfert d’énergie vers le champ acoustique. Afin d’avoir des oscillations auto-entretenues stables, il faut que le déphasage total autour de la boucle soit un multiple entier de 2π et que le gain total soit de $G = 1$. On a vu précédemment qu’en présence d’une résonance acoustique établie, la rétroaction hydrodynamique devient négligeable devant la rétroaction acoustique.

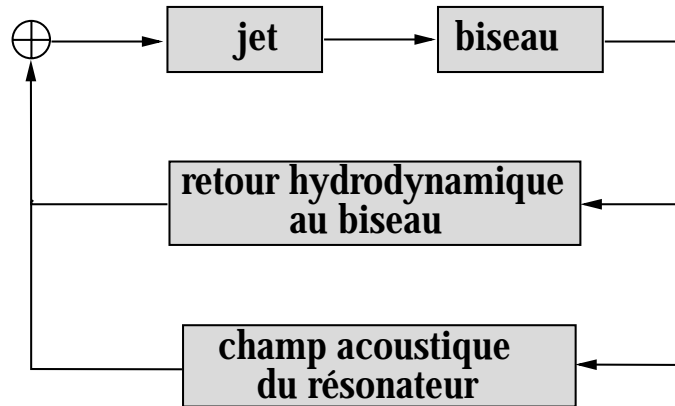


FIG. 3.7 – Schéma de la boucle de rétroaction généralement utilisée pour modéliser l'auto-oscillation de la flûte à bec.

Cette modélisation n'est pas entièrement justifiée. Dans leur article de revue critique des modèles de flûte à bec, Hirschberg et Fabre [59] rappellent notamment que :

- dans le cas de mouvements varicoses, les perturbations de vorticit  tant de signes opposées forment donc un dipole qui induit une vitesse longitudinale d'amplitude inversement proportionnelle à l'épaisseur de jet, et au carré de la distance r au dipole. **Ainsi on peut considérer comme locale l'influence du dipole formé.**
- dans le cas du mouvement sinueux, l'influence d'un tourbillon en fonction de la distance à son coeur évolue en $1/r$, cette influence se fera donc sentir sur une demi longueur d'onde hydrodynamique de la perturbation sinueuse. Or dans le cas de la flûte à bec, on n'a en général pas plus d'une demi-longueur d'onde entre la lumière et le biseau. **Il semblerait nécessaire de considérer dans ce cas un modèle intégral.**

Certains auteurs se sont lancés dans des tentatives de développement de théorie intégrale, prenant en compte les interactions sur tout le trajet du jet (par exemple Möhring [60]). Néanmoins, à l'heure actuelle, cela implique de fortes simplifications géométriques, telles que l'hypothèse de murs infiniment fins, et des théories mathématiques très complexe rendant le tout difficilement exploitable.

3.4 Conclusion

Notre approche dans ce document sera de considérer des interactions localisées : la perturbation acoustique du jet est supposée localisée au point de formation du jet (lumière), la perturbation se propageant alors librement. Néanmoins, une proposition de modèle simple de réceptivité répartie le long du parcours lumière/biseau est proposée au paragraphe 5.5. L'interaction entre le jet et le champ acoustique est supposée localisée au biseau.

Le modèle linéaire d'instabilité de jet est adopté pour l'étude des perturbations. Nous nous plaçons dans le cadre de la théorie spatiale : nous cherchons à déterminer le coefficient α complexe pour une fréquence réelle fixée. Néanmoins, au paragraphe 5.6 nous avons effectué des expériences préliminaires visant à essayer de délimiter les zones de fréquences et/ou de vitesse de jet où la théorie non-linéaire convient mieux pour modéliser le comportement du jet.

A travers l'étude bibliographique dédiée au comportement du jet, nous avons mis en évidence l'importance cruciale du profil de vitesse du jet, à la lumière notamment, sur le comportement de celui-ci : instabilité et réceptivité. Comme nous l'avons expliqué au chapitre précédent, ce profil va

être fortement déterminé par la géométrie du canal, notamment sa longueur, et vraisemblablement sa convergence.

Chapitre 4

Etude expérimentale : longueur/chanfreins

Dans l'introduction à ce document, nous avons déjà présenté l'apparente contradiction suivante comme motivation à notre recherche : certains points de détails géométriques ont une importance cruciale pour les facteurs.

C'est le cas par exemple pour le biseautage des extrémités du canal, que les facteurs appellent chanfreins. Cela semble un point très délicat dans la facture de l'instrument, or cela ne représente bien souvent qu'un angle de 45° sur une largeur de 0.7mm , à comparer aux 15mm de longueur et 1mm de hauteur de canal généralement trouvés dans les instruments de type flûte à bec. On a donc voulu apprécier expérimentalement le type et l'importance de leur influence.

Dans le chapitre 1 nous avons discuté de l'influence de la longueur de canal, en particulier sur le profil de vitesse en sortie de canal. Le chapitre 2 a permis de montrer l'implication de ce profil de vitesse dans l'instabilité du jet. Il nous est apparu nécessaire de commencer par étudier les phénomènes expérimentalement. Ce chapitre a donc pour objet la présentation des résultats des deux expériences. Le travail présenté dans ce chapitre, et pour parties dans le chapitre suivant, a fait l'objet d'une publication [61] qui est largement reprise ici.

4.1 Montage expérimental

La majeure partie de ces expériences s'est déroulée à l'Université Technique de Eindhoven aux Pays-Bas. Nous utilisons un tuyau expérimental construit par A.P.J. Wijnands de caractéristiques géométriques proches de celle d'un tuyau des orgues de rue hollandais. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, cela permet d'éliminer de l'analyse tout facteur humain (bouche, poumons) et permet des expériences reproductibles. De plus, les caractéristiques géométriques sont voisines de celles utilisées pour une flûte à bec soprano.

Par rapport à une flûte réelle, les angles sont vifs en sortie de canal et de tuyau, ainsi qu'à l'extrémité du biseau, et la géométrie du canal est simplifiée : les deux parois sont planes, afin de se rapprocher de conditions d'écoulement 2D. Notre système expérimental ne correspond évidemment pas à une configuration optimale d'instrument de musique, mais facilite la modélisation physique.

La géométrie est décrite figure 4.1. Le montage expérimental est identique à quelques détails près à celui utilisé par M.P.Verge et B.Fabre et qui est décrit en détail dans [26]. On ne rappelle donc ici que les éléments les plus importants.

Le tuyau a une section carrée de côté $H = 20\text{mm}$ et une longueur $L_p = 283\text{mm}$. La paroi supérieure du tuyau se termine en biseau et est alignée avec la paroi inférieure du canal, ce qui est un réglage fréquent dans les flûtes à bec. La paroi supérieure du canal est une plaque plane. La paroi inférieure est faite d'un bloc et d'une plaque plane d'épaisseur $W_{chf} = 0.71\text{mm}$ qui est tenue contre le bloc par l'intermédiaire d'un aimant. Différents blocs et plaques peuvent être utilisés. Cela permet d'ajuster la longueur et la convergence du canal ainsi que la géométrie des arêtes de sortie du canal (lumière). La figure 4.2 détaille les caractéristiques géométriques des deux blocs qui ont été utilisés : a) un canal long $\ell_1 = 0.015\text{m}$, qui rappelle la configuration d'une flûte à bec, et b) un canal court $\ell_2 = 0.003\text{m}$, qui se rapprocherait plutôt de la configuration d'un orgue.

Dans toutes les expériences, le canal a une hauteur $h \simeq 1\text{mm}$ constante, et la même largeur H que le tuyau. La distance lumière biseau est de $W/h = 4$, qui est la valeur couramment employée dans les flûtes à bec. Mis à part la géométrie du canal qui est fortement simplifiée afin de pouvoir séparer les phénomènes observés, les grandeurs caractéristiques et la géométrie de notre instrument expérimental sont proches de la géométrie d'une flûte à bec réelle.

L'écoulement de l'air et l'acquisition des données sont déclenchées par l'ouverture d'une valve en amont du pied de l'instrument (figure 4.1a). La valve est une petite plaque de métal qui peut être poussée mécaniquement grâce à une arbalète. Le temps de montée typique de la pression dans le pied p_f est de 12ms , ce qui est une attaque rapide réaliste pour le jeu de la flûte à bec. M.P.Verge [26] a utilisé soit un temps de montée beaucoup plus court ($\simeq 1\text{ms}$) soit beaucoup plus long

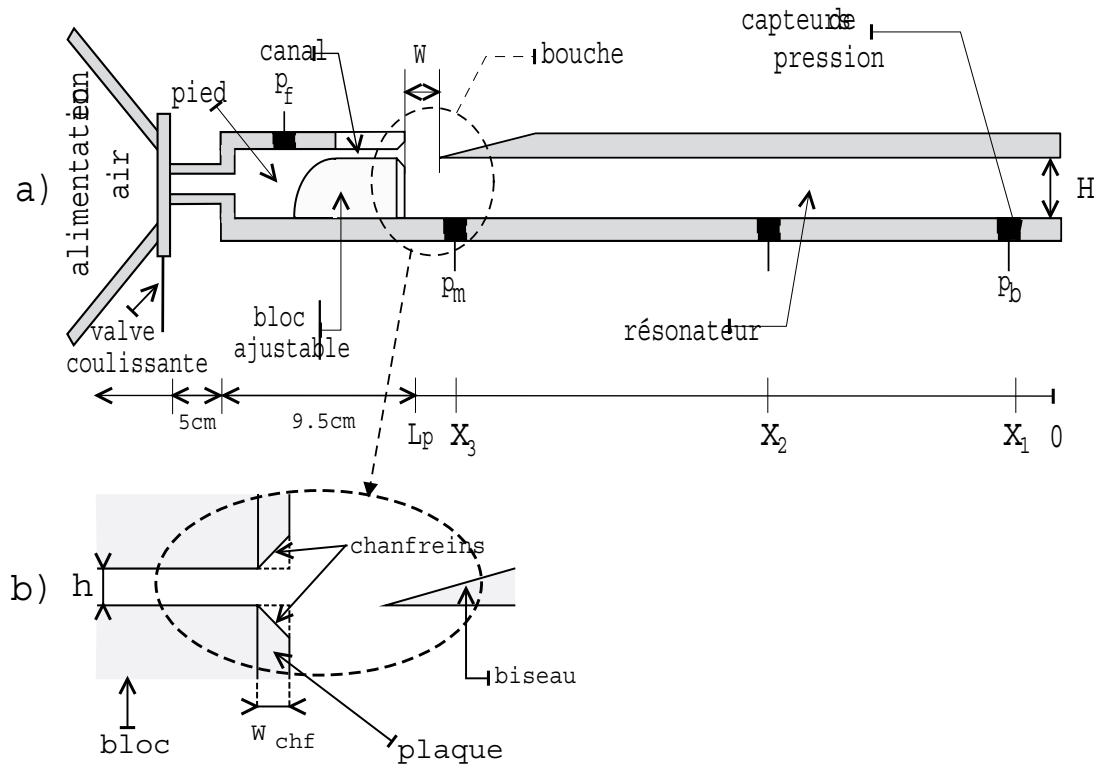


FIG. 4.1 – Montage expérimental : le tuyau est de longueur $L_p = 0.283\text{m}$, de largeur $H = 20\text{mm}$. Le canal est de longueur variable selon les blocs utilisés, et de hauteur finale $h = 1\text{mm}$. La distance lumière/biseau $W = 0.004\text{m}$. Les capteurs de pression sont positionnés respectivement à $X_1 = 50.6\text{mm}$, $X_2 = 141.95\text{mm}$, $X_3 = 278.18\text{mm}$ par rapport à l'extrémité passive du tuyau. Le capteur dans le pied permet la mesure de la pression d'alimentation p_f . En b), zoom sur la bouche avec $W_{chf} = 0.707\text{mm}$ largeur de la plaque permettant de terminer le canal soit avec un angle droit, soit avec un bord biseauté à 45° (chanfrein).

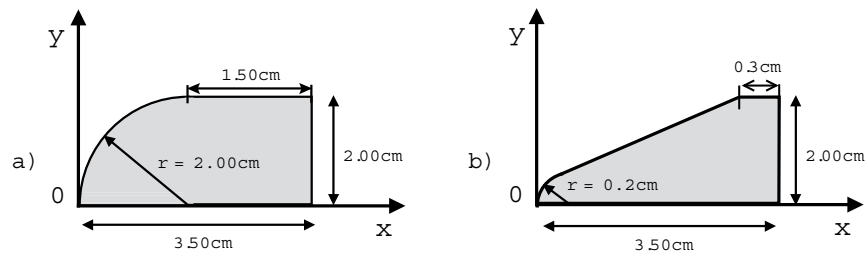


FIG. 4.2 – Blocs utilisés pour la paroi inférieure du canal de formation du jet : (a) canal long (b) canal court

($\simeq 30ms$). Les expériences sont bien reproductibles. La pression p_f dans le pied de l'instrument, la pression p_m dans le tuyau en dessous du biseau, à la position $X_3 = 278.18mm$ et la pression p_b à la position $X_1 = 50.6mm$ (figure 4.1) sont mesurées à l'aide de capteurs piezo-électrique *PCB* compensés en accélération, connectés à des amplificateurs de charge (Kistler de type 5007, avec une bande passante allant de 0.1Hz à 22kHz). Quand des mesures de pression statique sont effectuées, la pression dans le pied p_f est mesurée avec une jauge de pression statique ayant une précision de 1Pa. En modifiant la pression d'alimentation, le tuyau peut fonctionner sur le 2nd ou 3^{me} mode acoustique. Les signaux échantillonnés sont stockés sur un PC pour être traités ultérieurement.

Le tuyau expérimental est muni des fenêtres en verre autour de la bouche afin de permettre la visualisation de l'écoulement par la technique de Schlieren [62]. Nous injectons dans l'instrument un mélange 50%Ne-50%Ar. Ce mélange a été choisi parce qu'il permet un bon contraste d'indice de réfraction tout en induisant le minimum de perturbation acoustique, la vitesse du son dans ce mélange étant proche de celle dans l'air. La visualisation est faite à différentes pressions d'alimentation, et pour différents temps de retard après l'ouverture de la valve. La précision dans la mesure du temps de retard est meilleure que 0.01ms. Les mesures de pression sur 30 photos différentes montrent un haut degré de reproductibilité des transitoires d'attaque.

4.2 Chanfreins

4.2.1 Introduction

Le chanfreinage consiste à biseauter les extrémités du canal de formation du jet. Ainsi, au lieu d'avoir des angles droits, il est d'usage de les biseauter à environ 45° et sur 1mm de large [5] (figure 4.1b). La plupart des flûtes en sont pourvues, parfois seulement à une extrémité du canal, parfois les arêtes sont arrondies.

Aucune étude scientifique n'a été effectuée à ce jour sur le sujet, ce qui nous a amené à commencer par étudier le phénomène expérimentalement. Notre système permet de changer la nature des angles d'extrémité du canal par l'accollement de différentes plaques sur le bloc principal du canal. La première plaque a un angle droit, la seconde un angle de 45°, les deux ont la même largeur. Nous pouvons ainsi comparer le fonctionnement de notre instrument pour différentes terminaisons de canal. Dans cette expérience, le canal utilisé est long et droit.

4.2.2 Comportement stationnaire

La fréquence fondamentale de jeu sur les deux premiers régimes d'oscillations sont montrés figure 4.3 en fonction de la vitesse centrale ($y=0$) du jet U_B . U_B est déduit de la mesure de la pression moyenne dans le pied p_f par le biais de l'équation de Bernoulli 2.8. Comme nous le verrons plus tard, cette estimation de la vitesse du jet est valide indépendamment du profil de vitesse du jet en sortie de canal (lumière).

Les chanfreins, lorsqu'ils sont associés avec un canal long, stabilisent fortement le système, rendant même difficile l'obtention de l'oscillation sur le 2^{me} régime de l'instrument, pour notre dispositif. Pour la gamme de pression à notre disposition, il faut ouvrir la valve de manière abrupte pour l'obtenir. Le seuil de pression pour l'oscillation sur le 1^{er} régime de fonctionnement n'est pas modifié lorsqu'on ajoute des chanfreins, mais les fréquences et les amplitudes des premiers harmoniques obtenus au tout début de l'oscillation (vitesse de jet inférieure à 13m/s) sont très inférieures, rendant ces pressions inexploitablement musicalement (leur écart par rapport à la fréquence de jeu recherchée étant supérieur au 1/2 ton).

Néanmoins, comme le système oscille sur son premier régime de fonctionnement pour des pressions d'alimentation beaucoup plus élevées, la gamme de pression d'alimentation disponible sur un régime est beaucoup plus grande. Les vitesses de jet pour le 1^{er} régime d'oscillation du tuyau vont de 13m/s à 37m/s alors que le système avec un canal long sans chanfrein est déjà sur son

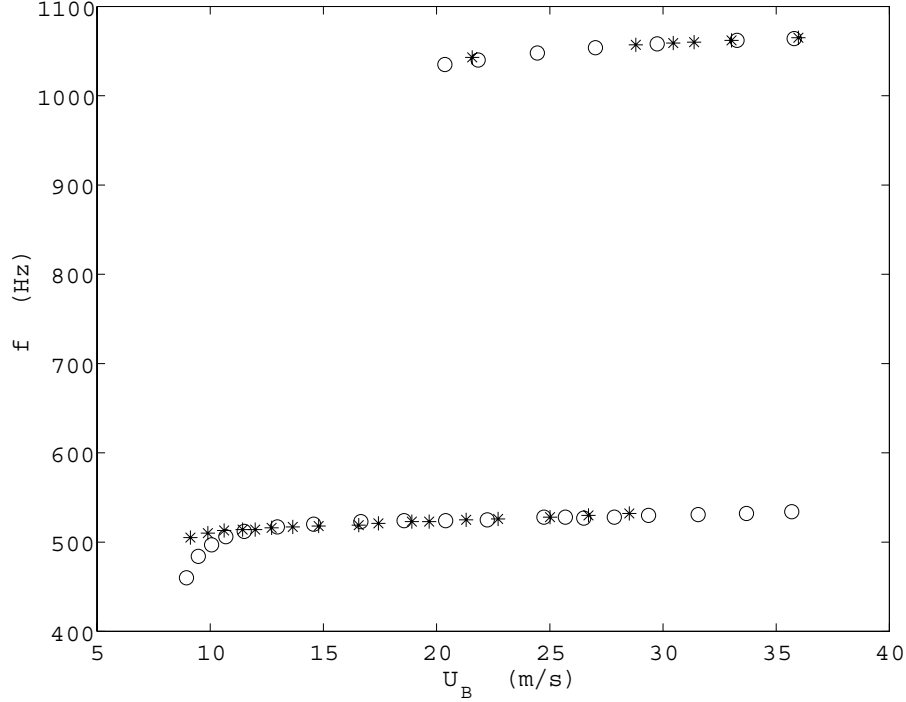


FIG. 4.3 – Fréquence f en fonction du maximum de vitesse de jet U_B , (*) canal long, pas de chanfreins ; (o) canal long, chanfreins.

second régime pour une vitesse de 28m/s (figure 4.3). Ceci correspond à une plage de pression de bouche disponible sur le premier régime acoustique du tuyau qui est multiplié par un facteur 1.5. La pression de transition d'un régime à l'autre du système dépend du sens de variation de la pression d'alimentation, il y a un hystérésis. L'hystérésis entre les deux premier régimes du tuyau est aussi fortement agrandi quand on utilise des chanfreins : la plage de pression commune aux deux premiers régimes du tuyau est multiplié par un facteur 6.

L'amplitude $(p_k)_{max}$ du k^{me} harmonique au ventre de pression est déduite du signal de pression mesuré en position X_1 dans le tuyau en faisant l'hypothèse d'une propagation en onde plane dans le tuyau, et en négligeant de surcroît les effets viscothermiques :

$$p_k = (p_k)_{max} \sin \left(\frac{\omega_k}{c_o} (x + \delta_p) \right) \quad (4.1)$$

où $\omega_k = 2\pi k f_1$ ($k = 1,2,3$), f_1 est la fréquence fondamentale, c_o la vitesse du son, et δ_p la correction d'extrémité à l'extrémité passive du tuyau. La valeur de la correction d'extrémité est discutée par Verge [26] et nous avons utilisé la valeur fixée à $\delta_p = 9.25mm$.

A la figure 4.4, nous montrons une représentation adimensionnée de l'amplitude :

$$\frac{u_k}{U_B} = \frac{(p_k)_{max} H}{\rho_o c_o W} \times \frac{1}{U_B} \quad (4.2)$$

qui est le rapport entre la vitesse acoustique moyenne u_k à travers la bouche de l'instrument et la vitesse centrale du jet U_B , en fonction de l'inverse du nombre de Strouhal $Str^{-1} = UB/\omega_1 W$, basé sur la distance lumière/biseau W .

Les amplitudes adimensionnées des trois premiers harmoniques des signaux de pression obtenus montrent que, bien que les amplitudes soient légèrement inférieures en présence de chanfreins, le contenu spectral du son n'est pas fortement affecté (figure 4.4), si on suppose que le nombre de

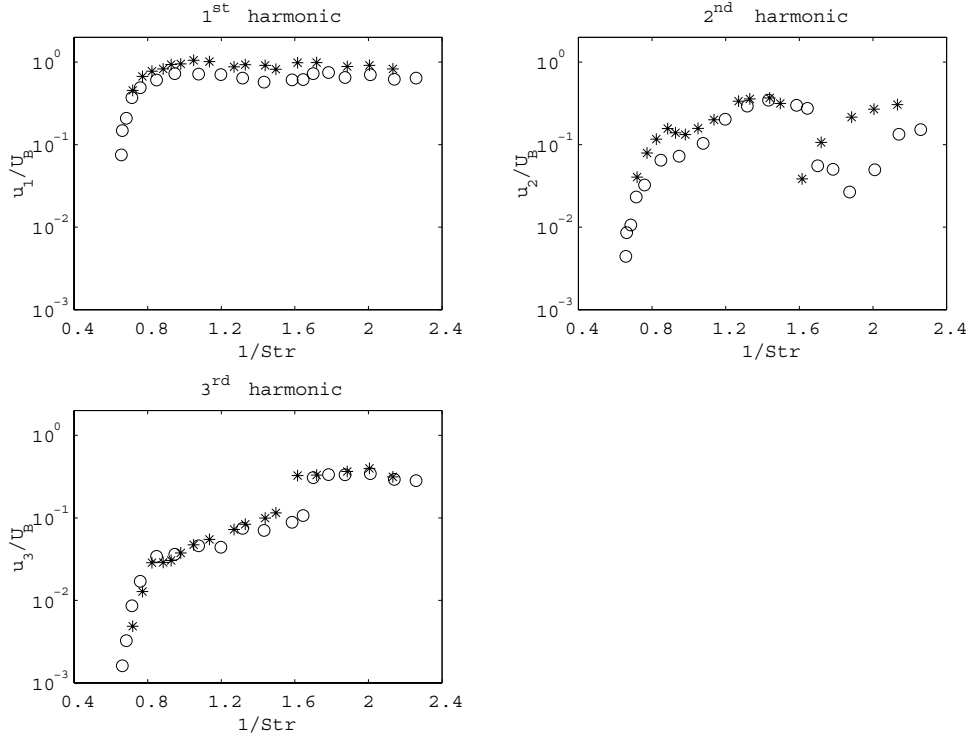


FIG. 4.4 – Amplitude adimensionnée des trois premiers harmoniques du premier régime d'oscillation. (*) canal long, pas de chanfreins ; (o) canal long, chanfreins. Str a été corrigé pour prendre en compte l'augmentation de la distance lumière/biseau W en présence de chanfreins : $Str^{-1} = U_B/\omega W_{cor}$, $\omega = 2\pi f_1$, $W_{cor} = W + W_{chf}$, $W_{chf} = 0.71\text{mm}$.

Strouhal pertinent est celui basé sur une distance lumière/biseau corrigée pour prendre en compte la présence de chanfreins : $W_{cor} = W + W_{chf}$.

Un changement net de comportement peut être observé autour de $Str^{-1} = 1.6$: l'amplitude du 2nd harmonique est atténuée alors que l'amplitude du troisième est augmentée. Ceci pourrait être dû à un changement de comportement de l'écoulement, comme de la turbulence atteignant le biseau, ou à de la production de son sur les harmoniques élevés par départ de tourbillon au biseau. Ce point reste à éclaircir.

4.2.3 Transitoires d'attaque

Les transitoires d'attaque dans les instruments de type flûte à bec sont relativement longs par rapport à la période du fondamental : dans notre cas, l'amplitude du fondamental est stabilisée à $\simeq 40\text{ms}$, soit environ 20 périodes T du fondamental, et l'amplitude des harmoniques plus élevés est en général stabilisée après $40T$. Cela souligne l'importance de l'étude de ce régime. L'étude expérimentale des transitoires d'attaque sont importants aussi car les études utilisant la simulation de l'écoulement avec les équations de Navier-Stokes complètes sont le plus souvent limitées au régime transitoire. Contrairement aux oscillations stationnaires qui nécessitent des temps de calcul prohibitivement grands, les transitoires d'attaque peuvent être simulés dans des temps de calculs raisonnables, comme Skordos l'a montré dans sa thèse [63]. Les simulations sur de plus longues durées présentent aussi des problèmes de stabilité numérique.

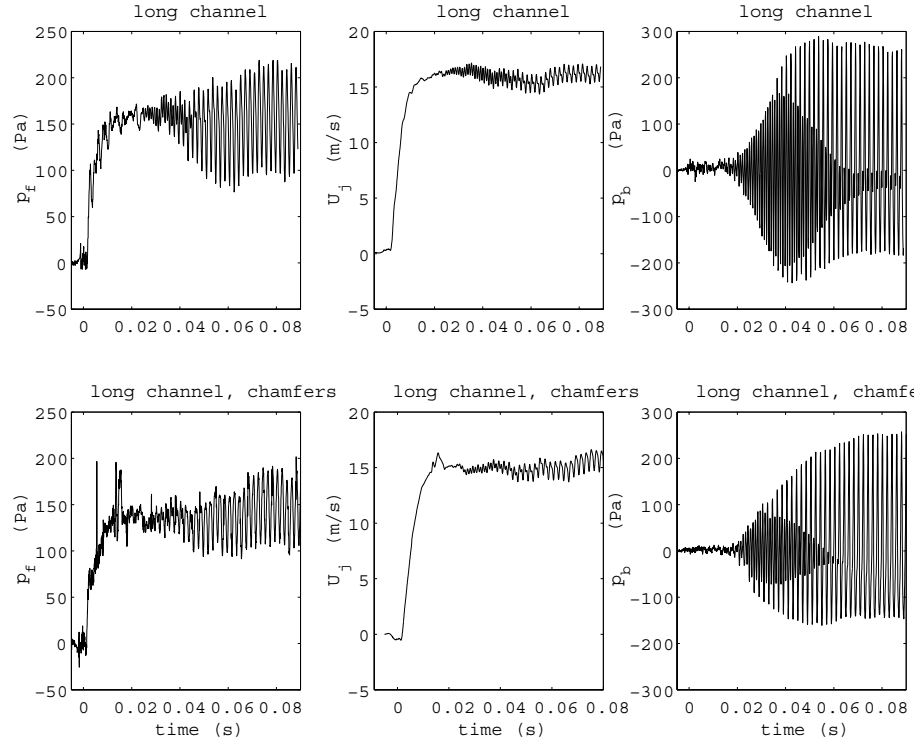


FIG. 4.5 – Pression dans le pied p_f , signal de vitesse à la sortie du canal U_j déduit des signaux de pression p_f et p_b , et pression interne p_b mesurée à une distance $X_1 = 50.6\text{mm}$ de l'extrémité passive de l'instrument. [**Haut**] : canal long sans chanfreins, [**Bas**] : canal long avec chanfreins.

Mesures de pression

Nous mesurons simultanément la pression dans le pied de l'instrument p_f et dans le tuyau, à différentes positions. La vitesse U_j du jet en sortie de canal est calculée avec l'équation de Bernoulli instationnaire à partir de la différence de pression ($p_f - p_{fe}$) avec p_{fe} pression à la lumière (équation 2.8). Nous faisons l'hypothèse que la pression à la lumière est égale à la pression dans la bouche mesurée sous le biseau p_b .

La figure 4.5 montre une comparaison des résultats types obtenus pour les deux configurations. La montée de pression dans le pied de l'instrument est bien reproductible entre les deux configurations, mis à part la présence plus ou moins forte de bruits en hautes fréquences (qui proviennent d'un bruit de friction lors du coulisement de la valve, et que nous atténuons le plus possible en utilisant de la graisse). De plus, dans les deux cas, une rétroaction des oscillations dans la bouche, vers le pied est observée.

Les chanfreins ont un effet remarquable sur les transitoires d'attaque de l'instrument. Pour des pressions d'alimentation typiques ($p_f \simeq 200\text{Pa}$) le démarrage des oscillations est retardée et leur montée en amplitude est moins abrupte quand il y a des chanfreins. Ceci peut être relié au fait que le premier régime de fonctionnement du système est directement dominant, et que le deuxième est plus rapidement atténué, comme on peut le voir figure 4.6 qui montre une comparaison de l'évolution des trois premières composantes fréquentielles du signal de pression dans le tuyau, en fonction du temps. Ces composantes fréquentielles deviendront les trois premiers harmoniques du signal de pression stationnaire.

Des visualisations d'écoulement ont été faites pour cette configuration aussi (figure 4.7). Le jet est légèrement défléchi avant d'atteindre le biseau, qu'il ne fait qu'effleurer, comme dans le cas du

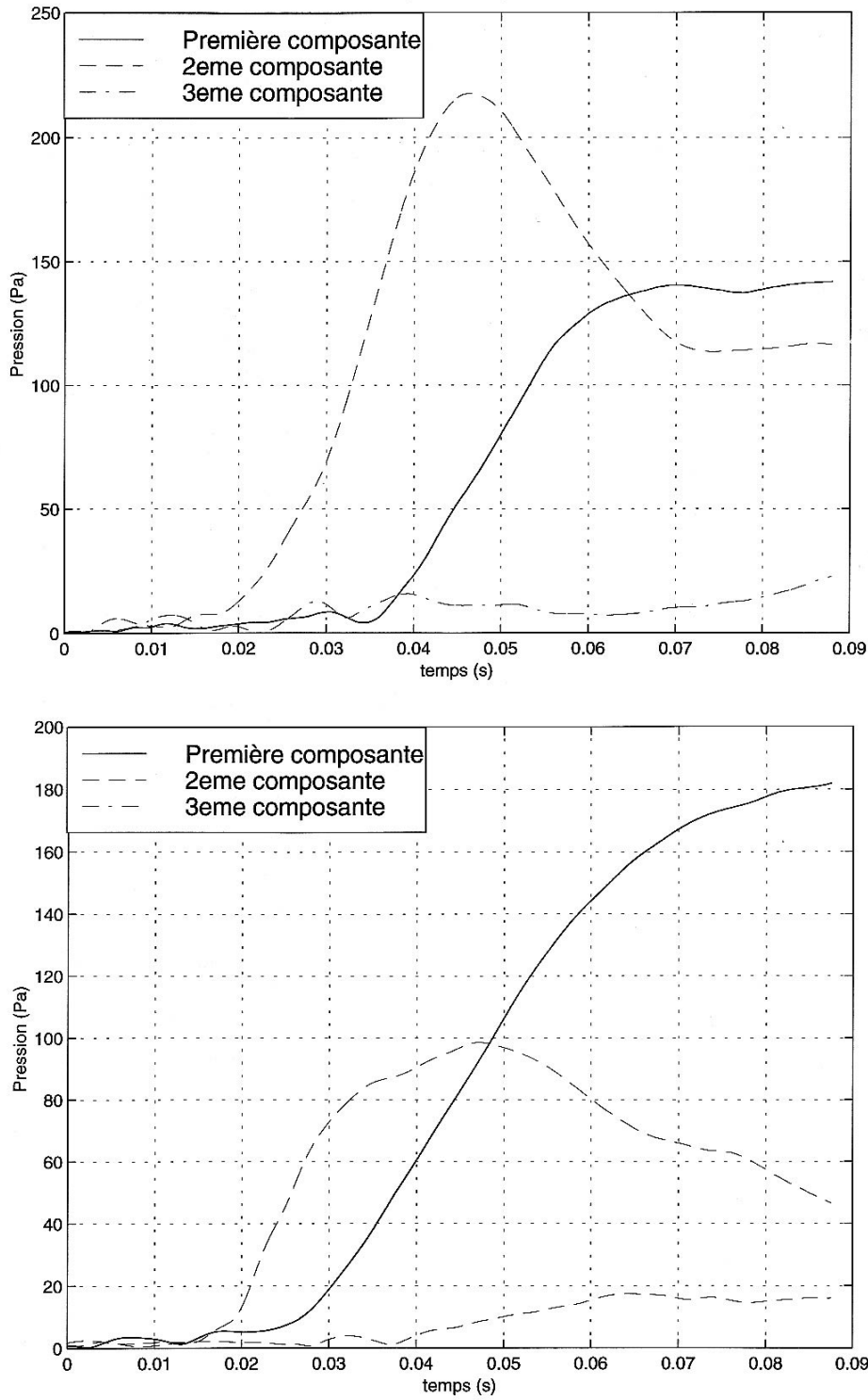


FIG. 4.6 – Amplitude des trois premières composantes harmoniques du signal de pression stationnaire dans le tuyau, en fonction du temps lors du transitoire d'attaque. Analyse par transformée de Fourier glissante. [**Haut**] : canal long sans chanfreins. [**Bas**] : canal long avec chanfreins.

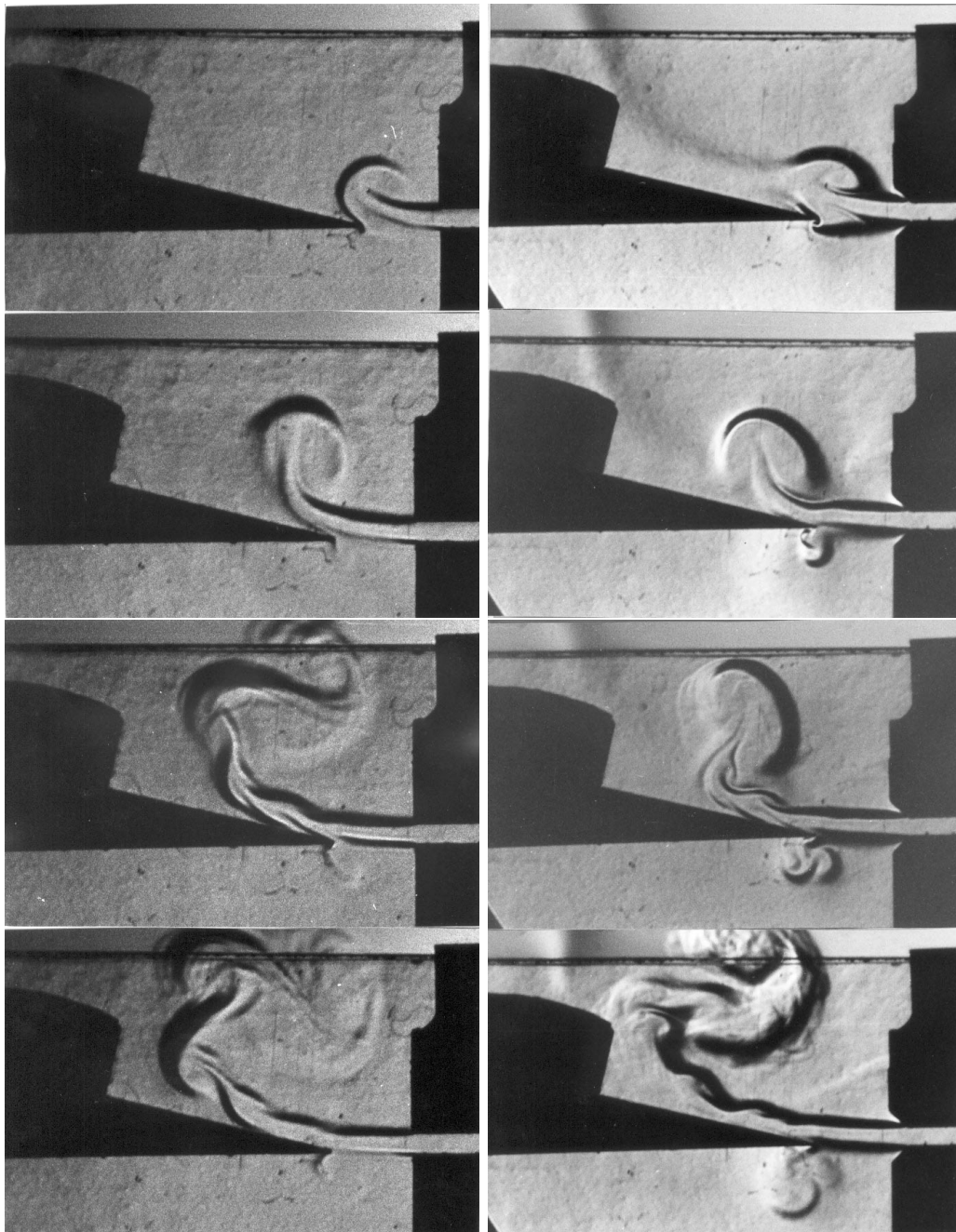


FIG. 4.7 – Visualisation de l'écoulement dans la bouche de l'instrument.

Gauche : canal long sans chanfrein, pression dans le pied en stationnaire $p_f = 150\text{Pa}$, les photos sont prises aux temps (de haut en bas) : 5.1ms ; 6.2ms ; 7.7ms ; 8.3ms respectivement après l'ouverture de la valve.

Droite : canal long avec chanfreins, pression dans le pied en stationnaire $p_f = 140\text{Pa}$, les photos sont prises respectivement aux temps 5ms ; 6.5ms ; 7.5ms ; 8.5ms après l'ouverture de la valve.

canal long sans chanfreins. Nous n'observons pas de tourbillons dans les couches de cisaillement du jet dans la première étape du transitoire.

4.2.4 Discussion

Quand ils sont présents en sortie d'un canal suffisamment long, les chanfreins permettent de stabiliser fortement l'instrument, sans affecter notablement la partie stationnaire du son produit par l'instrument. Ils permettent aussi de fournir une plus grande gamme dynamique aux musiciens. Le fait de biseauter les extrémités du canal long pour obtenir des chanfreins ne diminue que très légèrement la longueur du canal. Par contre, proportionnellement à la distance lumière-biseau couramment rencontrée dans les flûtes à bec (4mm), cela représente une augmentation non négligeable de cette distance.

Les angles étant toujours vifs dans notre étude, le point de séparation de l'écoulement y est fixé, et le profil interne du canal non modifié. Ainsi les chanfreins tels que nous les avons étudiés ne vont pas affecter le profil de vitesse de l'écoulement en sortie de canal (comme cela pourrait être le cas si les angles étaient arrondis). Dans le jet formé à la lumière, il se pourrait que l'influence des chanfreins modifie les effets d'entraînement et donc influe sur le profil de vitesse. On sait que l'interaction entre le champ acoustique transversal et le jet se concentre principalement à la lumière du canal. En modifiant la géométrie à cet endroit, on s'attend donc surtout à modifier cette interaction. Un chanfreinage asymétrique, comme cela se trouve dans certaines flûtes ou dans les orgues, devrait aussi être étudié parce que cela induit une interaction champ acoustique/écoulement asymétrique. Une analyse précise de cette influence nécessiterait cependant de mettre en place un outil de simulation numérique de l'écoulement, afin d'avoir accès aux détails de celui-ci.

4.3 Influence de la longueur du canal

Nous effectuons des mesures de pression et des visualisations en transitoire et en stationnaire pour les deux longueurs de canal à notre disposition.

4.3.1 Comportement stationnaire

Mesures de pression

Lorsque le canal est raccourci, le système devient très instable, et semble hésiter fortement entre deux régimes de fonctionnement acoustique. Le son produit par l'instrument "roule" à mesure que le système saute facilement d'un régime d'oscillation à un autre.

Les fréquences fondamentales des deux premiers régimes d'oscillations est montrée figure 4.8 en fonction de la vitesse centrale du jet U_B , comme défini précédemment au paragraphe 4.2.2.

Pour le canal court, le seuil d'oscillation ($U_B \simeq 6m/s$) est abaissé de 30% par rapport au canal long ($U_B \simeq 9m/s$). Le seuil d'oscillation pour le second et le troisième régime d'oscillation sont aussi abaissés. Pour le canal court, le troisième régime est obtenu pour une vitesse de $U_B = 28m/s$ alors que ce régime ne peut être obtenu quand le canal est long, ceci étant dû aux limitations de notre système d'alimentation en pression ($(U_B)_{max} \simeq 40m/s$). Pour le canal court, la plage d'hystérésis entre le premier et le second régime d'oscillation est fortement réduite (la plage de pression de bouche est réduite d'un facteur 10!) et devient très étroite. De plus, la plage de pression d'alimentation disponible sur chaque régime est réduite de moitié environ par rapport à ce que l'on a avec le canal long.

Sur la Figure 4.9 nous montrons une représentation adimensionnée de l'amplitude en fonction de l'inverse du nombre de Strouhal, comme cela a été défini au paragraphe 4.2.2.

Réduire la longueur du canal semble augmenter l'amplitude des harmoniques élevés. En effet, comme le montre la figure 4.9, l'amplitude adimensionnée du fondamental est indépendante de la longueur du canal, alors que celles du second et du troisième harmonique sont globalement

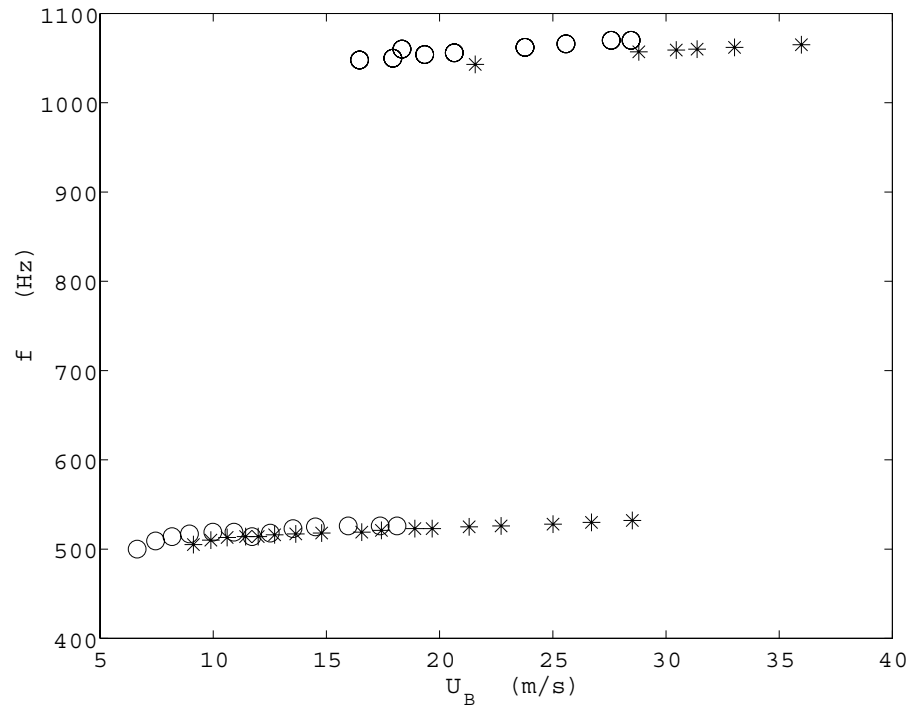


FIG. 4.8 – Fréquence en fonction du maximum de vitesse du jet U_B (*) canal long sans chanfreins ; (o) canal court sans chanfreins.

augmentées. C'est particulièrement visible pour le second harmonique. Autour de $Str^{-1} \simeq 6$, il y a un "trou" dans les courbes, qui est indiqué par une flèche dans la figure 4.9. Le trou est plus prononcé quand le canal est court. Une explication possible serait que pendant cette zone de transition le jet "manque" le biseau, empêchant ainsi le système de sonner correctement. Des mesures présentées par Verge [64] indiquent que cet effet est plus prononcé pour des positions basses de biseau, comme c'est le cas ici, que pour des positions de biseau plus élevées.

Visualisation d'écoulement en régime permanent

La figure 4.10 compare les visualisations en stationnaire pour les deux configurations : la configuration canal long avec chanfreins, et la configuration canal court. Quand le canal est court, le système est plutôt instable, comme cela a été décrit précédemment, rendant l'expérience peu reproductible : l'oscillation est excitée aléatoirement sur le premier ou le deuxième régime d'oscillation de l'instrument. La référence de temps pour les photos présentées figure 4.10 est le passage à zéro croissant de la composante fondamentale de la pression dans le tuyau. La composante fondamentale du signal de pression sous le biseau est isolée grâce à un filtre passe-bas de Butterworth du 4^{ème} ordre. Le délai temporel induit par le filtre à la fréquence considérée a été pris en compte.

Dans l'état actuel de nos connaissances sur l'interprétation de visualisation d'écoulement, seules des considérations qualitatives générales peuvent être énoncées : on observe de grandes différences dans la structure du jet. Quand le canal est court, nous pouvons observer de nombreuses et complexes structures tourbillonnaires simultanément au-dessus et en-dessous du biseau. Ces structures tourbillonnaires ont disparu dans la configuration avec un canal long chanfreiné, mettant en relief le remarquable effet de la longueur du canal, et de la présence de chanfreins, sur le comportement du jet. Une déflexion initiale plus importante, et une amplitude de mouvement plus grande peuvent aussi être observées lorsqu'il y a des chanfreins.

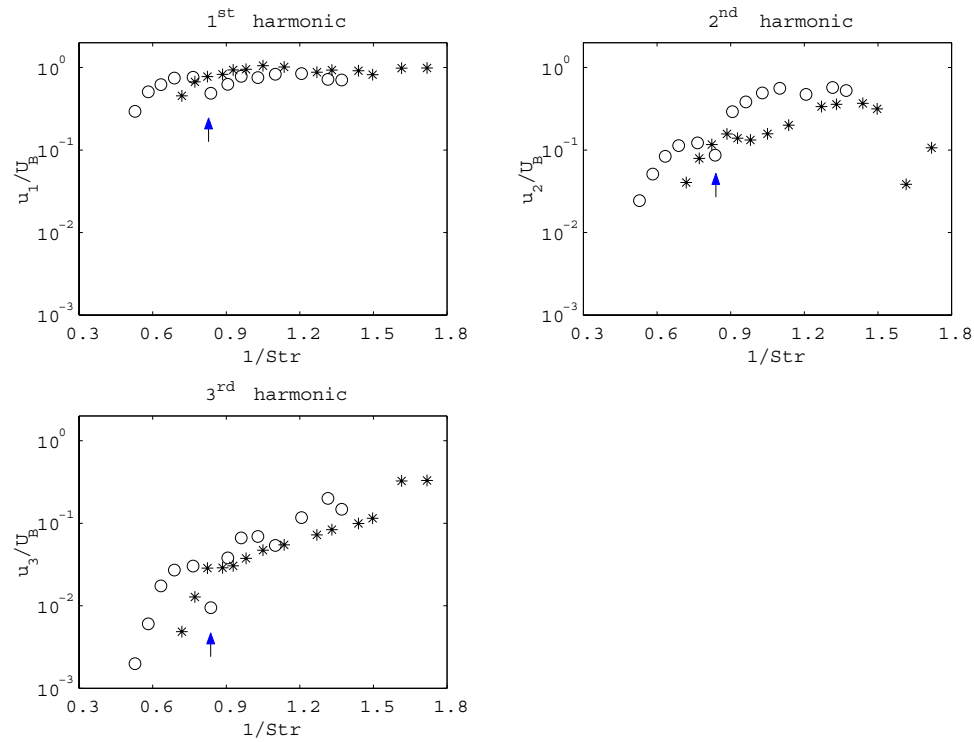


FIG. 4.9 – Amplitude adimensionnée u_k/U_B du signal de pression en fonction de l'inverse du nombre de Strouhal, pour les trois premiers harmoniques. $Str^{-1} = U_B/\omega_1 W$ où $W = 4\text{mm}$ est la distance lumière/biseau. (*) canal long, sans chanfreins ; (o) canal court, sans chanfreins. Les flèches indiquent un trou dans l'amplitude de l'oscillation corrélée à la position du biseau.

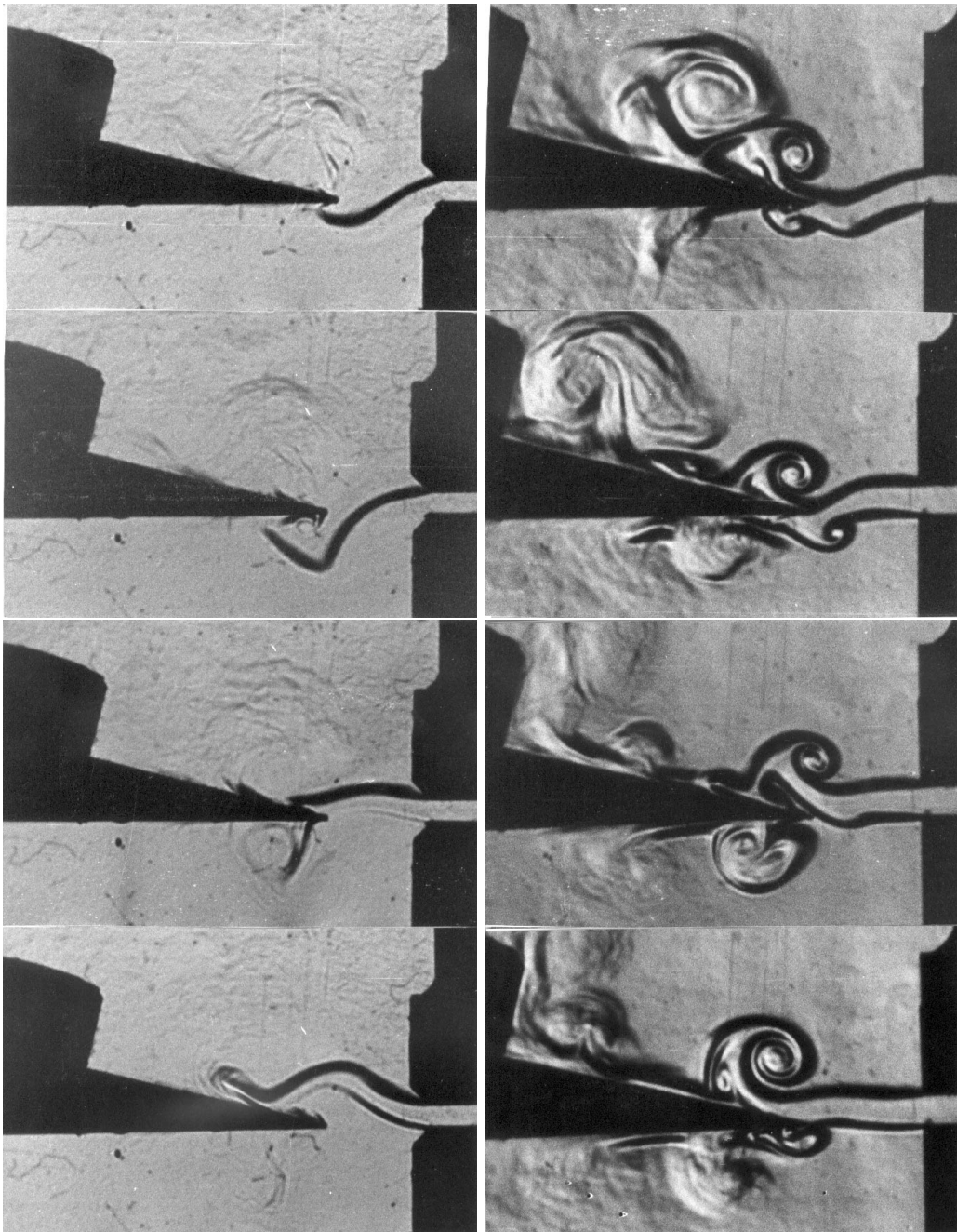


FIG. 4.10 – Comparaison des oscillations en stationnaire.

Gauche : canal long avec chanfreins, $p_f = 181\text{Pa}$, fréquence fondamentale $f_1 = (1/T_1) = 524\text{Hz}$, les photos sont prises respectivement (de haut en bas) aux temps $t/T_1 = -0.02; 0.28; 0.51; 0.67$.

Droite : canal court, pas de chanfreins, $p_f = 162\text{Pa}$, $f_1 = 513\text{Hz}$, les photos sont prises aux temps $t/T_1 = 0.00; 0.15; 0.41; 0.63$. L'origine des phases est prise à l'intersection avec zéro, allant vers les valeurs positives, du fondamental du signal de pression interne.

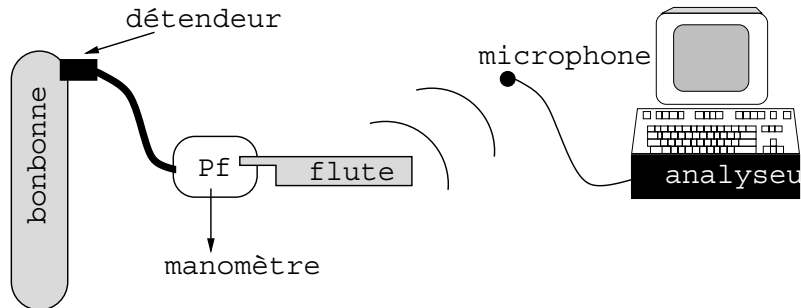


FIG. 4.11 – Description du dispositif expérimental utilisé pour déterminer les pressions de passage d'un régime d'oscillation à un autre pour des flûtes réelles.

Comparaison avec le comportement d'une flûte réelle

Afin de comparer nos résultats avec un instrument qui soit plus réaliste musicalement, deux flûtes à bec soprano en plastique moulé de même marque ont été étudiées. La production par moule assure une grande reproductibilité de comportement d'un instrument à l'autre, et la qualité musicale de ces instruments est "raisonnable" : la différence de sonorité entre cet instrument et un instrument de facture artisanale n'est pas perceptible pour quelqu'un d'inexpérimenté.

Quand ces flûtes ont tous les trous bouchés par de la pâte à modeler, la note produite en soufflant est de fréquence voisine de celle obtenue avec notre dispositif expérimental : aux alentours de 500Hz. Sur l'une des flûtes, nous avons coupé le canal de manière à se rapprocher de notre configuration canal court : le canal a une longueur d'environ 5mm. Les flûtes sont alimentées via un volume cylindrique de $10^{-2}m^3$ dans lequel leur canal est inséré. Le volume est alimenté via un détendeur par une bonbonne d'air comprimé (figure 4.11).

La pression dans le réservoir est mesurée grâce à un manomètre Digitron 2020P. Les seuils d'oscillation pour les différents régimes de fonctionnement des deux instruments sont mesurés en fonction de la pression d'alimentation. Pour obtenir avec précision la pression d'octavation, le son rayonné par l'instrument est capté par un microphone *B&K* placé à l'extérieur. Le signal est ensuite traité par un analyseur, et une transformée de Fourier est effectuée (fenêtre de Hamming sur 400 points, pour une plage de fréquence de 0-2000Hz, soit une résolution de 5Hz) afin de déterminer avec précision le passage d'un régime d'oscillation à l'autre : il existe en effet une plage où les deux régimes coexistent, nous considérons l'octavation effectuée quand le pic en fréquence correspondant au régime antérieur n'est plus visible sur la transformée de Fourier. Les résultats sont présentés figure 4.12.

Le seuil d'oscillation sur le premier régime de l'instrument ayant un canal court et de celui ayant un canal long est quasiment le même, quoique légèrement inférieur dans le cas du canal court. Ceci est à comparer à la diminution d'un facteur 1.3 du seuil d'oscillation qui avait été observée dans notre système expérimental quand le canal est raccourci.

Par contre les passages d'un régime vers le régime supérieur se produisent effectivement pour des pressions nettement inférieures quand le canal est court, même si là encore l'effet est moins marqué sur l'instrument réel (12% contre 38% dans notre dispositif expérimental). La plage d'hystérésis entre les régimes est diminué de 38% quand le canal est raccourci, ce qui confirme la tendance précédemment observée, qui est néanmoins plus marquée dans le cas du système expérimental (on obtient dans ce cas une réduction de 75%).

Pour ce qui est du son produit par l'instrument, abstraction faite de la difficulté technique que représente le jeu sur une flûte dont le canal est coupé, la flûte à bec au canal court se joue aussi facilement qu'une flûte à bec normale, excepté pour la note la plus basse qui est difficile à obtenir.

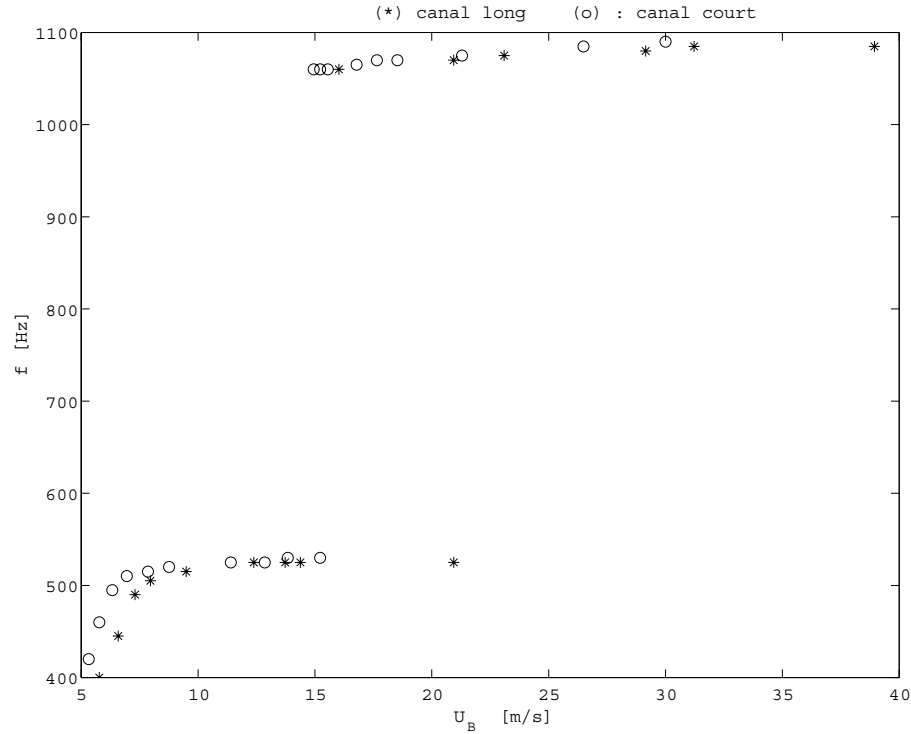


FIG. 4.12 – Seuil d’oscillation en fonction du Strouhal, pour les différents régimes d’oscillation de l’instrument, comparaison canal long (*) / canal court (o)

Nous retrouvons donc dans un instrument réel les tendances observées sur notre dispositif expérimental, même si ces tendances sont atténuées, en particulier pour le seuil d’oscillation de l’instrument. Cette atténuation peut s’expliquer par le fait que le canal raccourci sur la flûte réelle est légèrement plus long que notre canal court expérimental (il était difficile techniquement d’aller plus loin sur la flûte réelle). Un autre élément d’explication serait aussi la présence sur une flûte réelle d’un canal convergent ayant des chanfreins à ses extrémités. L’instabilité observée sur notre dispositif expérimental n’est apparue sur la flûte à bec testée que sur la note grave. S’agissant de transitions entre régimes acoustiques dans le résonateur, ce phénomène pourrait être lié aux différences d’harmonicité entre les modes acoustiques : alors que ceux-ci sont soigneusement accordés par une perce complexe du tuyau de la flûte à bec, les modes de notre tuyau expérimental sont très peu harmoniques [65].

4.3.2 Discussion

Le mouvement du jet peut être décrit comme la combinaison de modes varicoses et sinueux, selon que les interfaces se déforment de manière symétriques ou non par rapport à l’axe central. Les modes sinueux dominent fortement dans notre cas. Mais on soupçonne que l’amplitude des modes varicoses est grandement dépendante de l’amplitude des fluctuations de vitesse observées à la lumière du canal. Nous avons vu au chapitre 1 que ces fluctuations sont amplifiées quand le canal est raccourci, parce que l’inertie de la masse d’air présente dans le canal et qui joue le rôle de filtre passe-bas pour ces fluctuations est diminuée. Cela est confirmé expérimentalement figure 4.13, où la vitesse du jet en sortie de canal a été calculée. Nous observons aussi de petits tourbillons dans les couches de cisaillement du jet, avant que celui-ci n’atteigne le biseau, pour la configuration avec un canal court. Cela est corrélé à l’augmentation de mouvement varicose dans le jet, ce qui est le résultat attendu pour une augmentation des fluctuations de vitesse à la sortie du canal. Ces résultats seront discutés au chapitre suivant, dans lequel nous proposerons une interprétation à

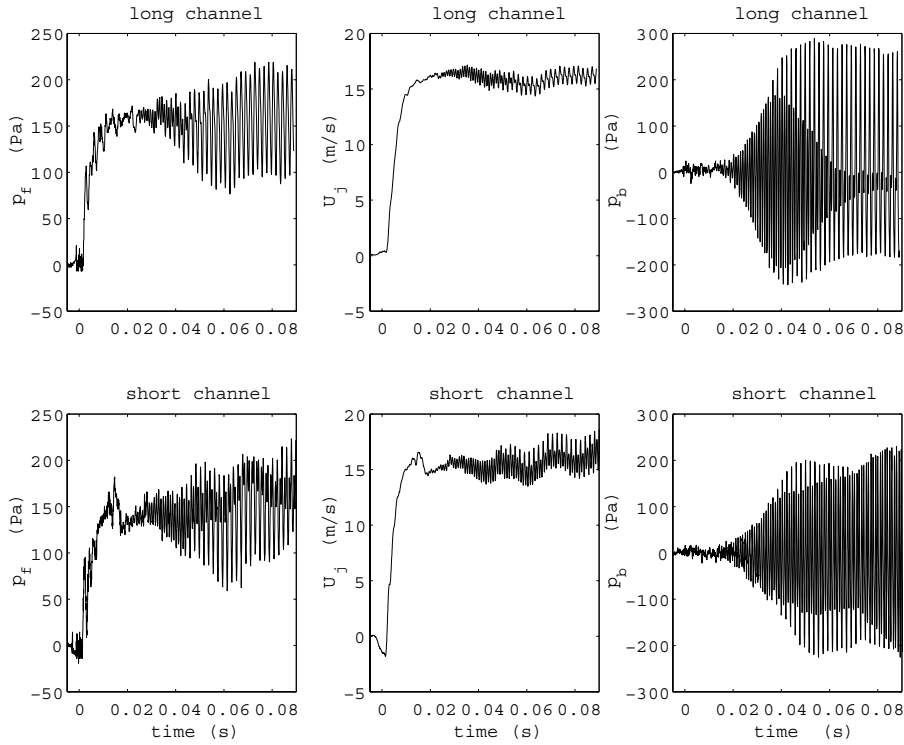


FIG. 4.13 – Pression dans le pied p_f , signal de vitesse obtenu à la lumière U_j , et pression interne p_b mesuré en $X_1 = 50.6\text{mm}$ de l'extrémité passive du résonateur. **Haut** : canal long, **Bas** : canal court.

certains phénomènes observés expérimentalement, via l'analyse de la stabilité du jet.

4.3.3 Les transitoires d'attaque

La figure 4.13 montre des transitoires d'attaque typiques obtenus pour les deux configurations de canal. La figure 4.14 montre une comparaison de l'évolution des trois premiers harmoniques en fonction du temps. Des changements conséquents de comportement sont mis en évidence lors de la modification de la longueur du canal. Comparées au canal long, les transitoires d'attaque du canal court contiennent plus de hautes fréquences, quelque soit le niveau de pression d'alimentation. Les oscillations acoustiques dans le tuyau sont souvent excitées sur le second ou le troisième modes du tuyau, et, après $50T$, le fondamental n'est souvent toujours pas dominant. Des oscillations de grande amplitude, à la même fréquence que le champ acoustique dans le tuyau, sont observées dans le signal de vitesse U_j lorsque l'oscillation stationnaire est atteinte, $\simeq 40T$ après l'ouverture de la valve. Le rapport de l'amplitude de ces oscillations avec celle du tuyau est augmentée d'un facteur 1.5 quand le canal est raccourci. Ceci concorde avec l'hypothèse faite au paragraphe 4.3.2 selon laquelle raccourcir le canal devrait augmenter les fluctuations de vitesse du jet à la lumière, et qui pourrait expliquer l'apparition de modes varicoses. Ces modes varicoses sont observés lors de la phase initiale du transitoire d'attaque en configuration canal court, comme cela peut être vu sur les visualisations d'écoulement. Ils indiquent une tendance plus forte du jet à osciller sur des modes varicoses. On s'attend aussi à ce que le mode varicose apparaisse sur les visualisations en stationnaire (figure 4.10) mais comme l'écoulement s'avère beaucoup plus complexe il est difficile de les isoler.

Visualisation d'écoulement en régime transitoire

D'importantes différences de comportement du jet sont observées sur les visualisations que nous avons faites pour les deux longueurs de canal (figure 4.15). L'analyse des visualisations montre que

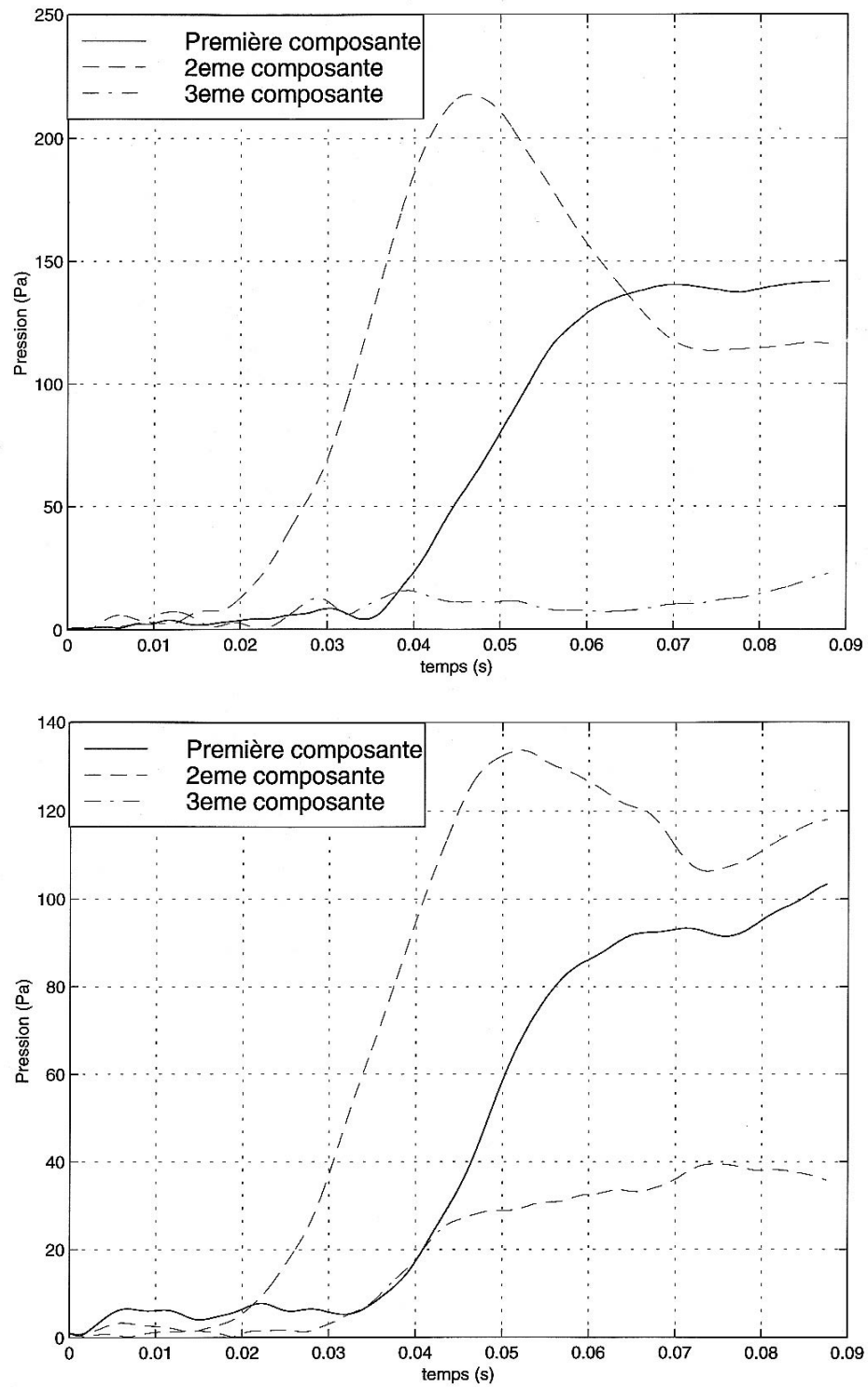


FIG. 4.14 – Evolution des trois premiers harmoniques du signal de pression stationnaire dans le tuyau en fonction du temps lors du transitoire d'attaque. **Haut** : canal long. **Bas** : canal court.

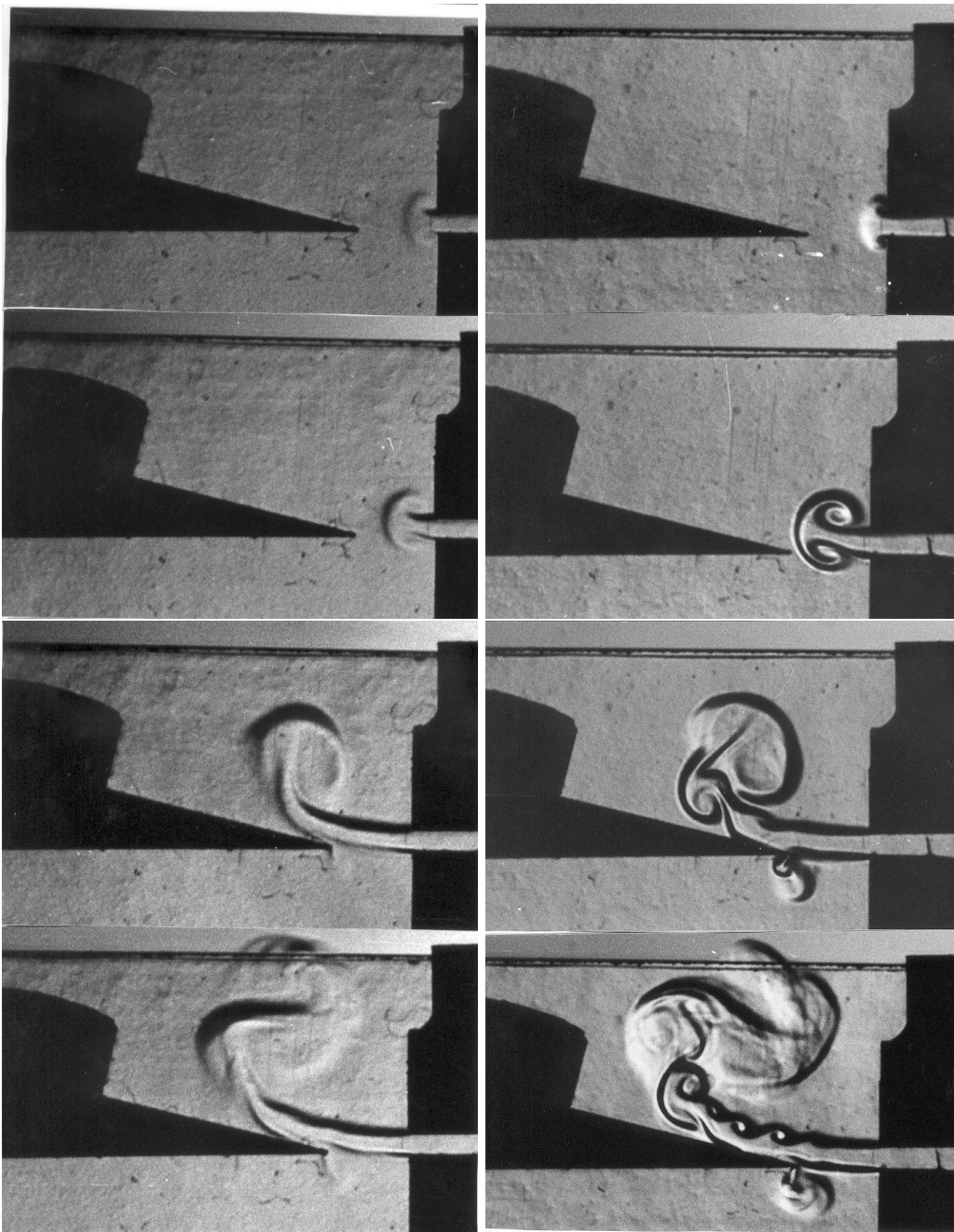


FIG. 4.15 – Visualisation d'écoulement dans la bouche du tuyau, pression dans le pied en stationnaire : 150 Pa.

Gauche : canal long, sans chanfreins, les photos sont prises respectivement aux temps (de haut en bas) : 3ms, 4.1ms, 6.2ms, 7.3ms après l'ouverture de la valve.

Droite : canal court, sans chanfreins, les photos sont prises respectivement aux temps 2.7ms, 3.9ms, 6.1ms, 7.1ms après l'ouverture de la valve.

lorsque le canal est court :

- le jet frappe le biseau plus tôt (2ème photo à partir du haut) ce qui implique que la croissance de la vitesse du jet est plus rapide.
- le jet se dirige droit sur le biseau, et se colle à lui, on peut voir des départs de tourbillons sous le biseau (3ème photo). Dans la configuration de canal long, le jet est défléchi avant d'atteindre le biseau et ne fait que l'effleurer. Ce point est discuté dans Verge [26].
- nous observons une plus grande quantité de petites structures tourbillonnaires cohérentes plus clairement développées dans les couches limites du jet (4ème photo).

Discussion

Le temps de formation du jet est plus rapide lorsque le canal est raccourci, mais il reste court même pour le canal long ($\simeq 5T$) comparé à la durée totale du transitoire d'attaque (20 à 40 T). La durée du transitoire d'attaque est dominé par la montée des oscillations acoustiques dans le tuyau après que le jet ait frappé le biseau. Pendant ce régime l'écoulement est plutôt complexe, comme on peut le voir sur les visualisations. Cet écoulement est bien différent de celui observé par Fabre [17] durant le régime permanent. Des différences significatives corrélées à la longueur du canal peuvent être observées sur les photos et sur les signaux mesurés. Mais il n'est pas possible de trouver des corrélations directes et faciles entre la visualisation de l'écoulement et le signal acoustique.

Des petits tourbillons sur les bords du jet formé en sortie de canal court, qui indiquent un mouvement varicose du jet, peuvent être reliés à une augmentation de l'amplitude de fluctuation de pression dans le pied de l'instrument. Un canal plus long atténue ces fluctuations. Un mouvement varicose implique une atténuation des oscillations acoustiques dans le tuyau pendant le régime stationnaire [26] et pourrait aussi contribuer à l'instabilité de la réponse du jet.

4.3.4 Conclusion

Cette partie expérimentale a permis de montrer la forte influence sur le système de paramètres qui pourrait sembler au prime abord de second ordre dans la modélisation physique.

– les chanfreins

Ils permettent une forte stabilisation du système, le musicien a alors une plus grande dynamique de jeu disponible sur chaque régime, cette stabilité lui assurant de ne pas octavier intempestivement. Pour la plupart des doigtés du premier régime de la flûte à bec, l'octavation sera déclenchée par l'ouverture d'un trou de "registre". Les chanfreins affectent fortement les transitoires, mais ne modifient pas de manière perceptible le son produit en stationnaire. Pousser l'analyse sur ce point nécessiterait maintenant d'avoir une description la plus détaillée possible de l'écoulement au niveau de la lumière du canal. Cela implique notamment la mise en œuvre d'outils de simulations numériques. Cela dépasse le cadre de ce travail, et a donc été laissé en suspens pour le moment.

– la longueur du canal

Un canal trop court a un effet dramatique sur le comportement de l'instrument. Les plages de jeu disponibles sur un régime d'oscillation de l'instrument sont fortement réduites, l'hystérésis entre les deux régimes d'oscillation est pratiquement inexistant, ce qui rend l'instrument instable car hésitant entre deux régimes de fonctionnement. Pour une même pression d'alimentation, l'instrument démarre aléatoirement sur son 1^{er} ou son 2^{me} régime d'oscillation, rendant le contrôle de l'instrument difficile. Le son est enrichi en harmoniques élevés, en régime stationnaire comme en régime transitoire, où l'effet est le plus marqué. La visualisation montre un écoulement très complexifié avec notamment la présence de structures tourbillonnaires. Si ces tendances se retrouvent sur un instrument réel lors d'une expérience préliminaire, ils sont cependant moins marqués. Une explication notable vient probablement de l'harmonicité soigneusement travaillée d'un instrument

réel comparée à la non finition musicale de notre dispositif expérimental. Il convient de rappeler que dans le cas des tuyaux d'orgue, ces phénomènes de déstabilisation sont moins cruciaux car le tuyau n'est ajusté que pour une seule note.

L'étude expérimentale sur la longueur du canal a confirmé que ce paramètre a une influence notable sur la stabilité du jet. Des théories étant disponibles sur ce point, comme nous l'avons vu chapitre 2, nous allons maintenant essayer d'aller plus loin dans l'analyse des phénomènes. C'est l'objet du chapitre suivant, qui traitera théoriquement des effets de la longueur du canal, mais aussi de sa convergence.

Chapitre 5

Etude de stabilité de jet

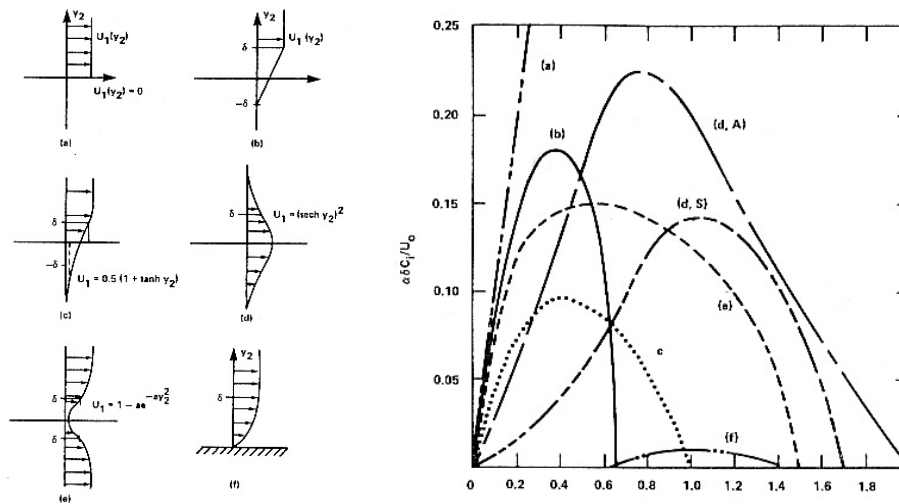


FIG. 5.1 – **Droite** : Coefficient d'amplification spatiale sur une couche limite en fonction de la fréquence de la perturbation pour différents profils de vitesse théorique (**Gauche**) (d'après Blake [66]).

5.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons démontré expérimentalement la forte influence de la réduction de la longueur du canal de formation du jet sur le comportement de l'instrument. La modification de cette longueur influe sur le profil de vitesse de l'écoulement en sortie de canal, comme nous l'avons vu chapitre 2. De l'étude bibliographique du chapitre 3, notamment via l'équation de stabilité de Rayleigh (équation 3.2), nous savons que ce profil a une influence sur le coefficient d'amplification des perturbations sur le jet. Nous cherchons ici à comprendre les phénomènes observés expérimentalement, et à développer des outils pour prévoir le comportement du jet pour un profil géométrique du canal plus complexe.

Nous avons développé deux axes d'étude :

- *étude des profils de vitesse de jet* : l'équation de Rayleigh montre la corrélation entre profil de vitesse du jet et coefficient d'amplification de la perturbation sur le jet. Se pose alors le problème de la détermination de ce profil de vitesse. Plusieurs méthodes ont été mises en place : la mesure directe au fil chaud, le choix par des méthodes intuitives d'un profil analytique, et la simulation numérique de l'écoulement. Un outil original de simulation numérique a été développé, validé et utilisé pour étudier des profils de canal complexes. Il a permis aussi une première prise en compte de la viscosité, habituellement négligée par les modèles.
- un autre axe d'étude est l'*estimation expérimentale* du coefficient d'amplification de la perturbation via la visualisation d'écoulement, que nous avons commencé à mettre en place.

5.2 Etude schématique avec des profils analytiques de vitesse

On s'attend à ce que l'oscillation de jet induite à la lumière par l'action de la vitesse acoustique transverse soit fortement fonction du profil de vitesse du jet [37, 38, 66]. En particulier, Blake&Powell [66] présentent l'évolution du coefficient d'amplification du jet en fonction de la fréquence pour différents profils de vitesse théoriques (figure 5.1). La modification de la longueur du canal affecte le profil de vitesse du jet à la lumière, et influence la réponse du jet au champ acoustique transversal. Dans le cadre d'une analyse de stabilité de type Rayleigh, le comportement

du jet est calculé à partir d'une équation de conservation de vortacité appliquée à un jet infini (équation 3.2) que nous rappelons ici :

$$\left(U(y) - \frac{\omega}{\alpha}\right) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \alpha^2 \varphi\right) - \frac{d^2 U}{dy^2} \varphi = 0 \quad (5.1)$$

Le point d'injection de vortacité se trouve à la formation du jet, c'est-à-dire à droite de la lumière. Dans le cadre d'une modélisation de l'écoulement en fluide non visqueux, associée à une condition de Kutta pour rendre compte de la formation du jet, la perturbation du jet par le champ acoustique se trouve concentrée à cet endroit. Sur le reste du parcours du jet, seul l'effet de combinaison de vitesse reste à considérer.

Nous suivons l'approche classique décrite par Michalke [37], et nous considérons le taux de croissance spatiale des perturbations sur le jet en faisant l'hypothèse qu'il est infini et qu'il a un profil de vitesse qui n'évolue pas. Nous négligeons l'influence des murs, comme le biseau, sur les oscillations du jet. Le profil de vitesse est supposé n'être fonction que de la coordonnée y , qui est perpendiculaire à la direction de l'écoulement x . Le détail de la méthode de résolution sera expliquée en annexe.

D'après l'analyse de Van Zon [31] appliquée au canal long et pour la plage adéquate de pression d'alimentation, un profil de vitesse très voisin d'un profil de Poiseuille est toujours atteint à la lumière. Cependant, la vitesse sur la ligne centrale U_B peut toujours être calculée par l'équation de Bernoulli puisque le canal n'est pas trop long. Le profil de vitesse du jet formé après la lumière est généralement modélisé par un profil de Bickley [39] :

$$U_j = U_o \operatorname{sech}^2(y/b_s) \quad (5.2)$$

La théorie de la stabilité décrite au paragraphe 3.1.1 a été appliquée sur le profil de Bickley ayant les paramètres adaptés à notre configuration : nous faisons l'hypothèse que les paramètres U_o et b_s qui conviennent peuvent être calculés en supposant l'égalité de la vitesse sur la ligne centrale du jet $U_o = U_B$, et la conservation de la quantité de mouvement entre le jet de type Bickley et l'écoulement de type Poiseuille. Cette condition de conservation du moment détermine la valeur de b soit $2h/5$. Cette procédure a été introduite par Verge [26] et s'est avérée fournir de bonnes prédictions de l'amplitude d'oscillation du jet lorsqu'elle a été combinée avec la formule semi-empirique de mouvement de jet de Fletcher [57]. Nous réitérons cette procédure et nous étudions la capacité de la théorie linéaire à prédire l'influence du changement de profil de vitesse du jet sur la réponse de celui-ci.

Nous avons vu que le profil de Bickley (équation 5.2) en sortie de canal long est généralement admis. Cela reste une approximation qui devient très fautive en sortie du canal court, où l'on s'attend à un profil de vitesse beaucoup plus abrupt car la longueur du canal est largement inférieure à la longueur critique L_c définie au paragraphe 2.2. On pourra se reporter à l'annexe A.1 pour le détail des calculs. Dans ce cas là, Nolle [39] propose d'utiliser un profil de vitesse issu de la famille :

$$U_j = U_B \operatorname{sech}^2((y/b)^n)$$

En supposant que l'effet de viscosité en sortie de la lumière n'atteint pas instantanément le cœur de l'écoulement, nous faisons l'hypothèse de conservation de la vitesse centrale à la lumière. Pour déterminer le couple de coefficients (n, b) adapté à notre configuration, il faut alors deux équations. La longueur du canal étant inférieure à la longueur critique L_c , on considère un profil de vitesse trapézoïdal en sortie du canal court. Le calcul de l'épaisseur de la couche limite δ a été effectué pour une pression moyenne de 200Pa (*cf.* annexe A.2). Nous avons fait l'hypothèse de la conservation de la pente maximale $(\partial U_j / \partial y)_{max}$ entre le profil trapézoïdal ainsi défini, et le profil de Nolle dans le jet. L'idée est que le passage de l'intérieur vers l'extérieur ne modifie pas fondamentalement le profil. Cette hypothèse a été faite précédemment par Elder [67]. Le couple adéquat est alors :

$$(n = 5, b = 0.45 * h)$$

L'intégration numérique de la relation de dispersion obtenue pour un profil de Bickley a déjà été effectuée pour des valeurs données de $Str_b = \omega b / U_B$ par Mattingly et Criminale [38]. Nous avons programmé l'intégration numérique de cette équation en suivant globalement la même méthode, décrite en annexe B. L'évolution des coefficients d'amplification en fonction du nombre de Strouhal pour le profil de Bickley et pour un profil de Nolle avec les paramètres adéquats sont comparés figure 5.2. La valeur du coefficient d'amplification au minimum de pression d'alimentation, seuil d'oscillation pour le premier mode du tuyau, est tracée sur les 2 courbes. Au seuil, les valeurs des coefficients d'amplification pour les deuxième et troisième harmoniques sont aussi portés sur les courbes pour discussion.

Grâce à cette différenciation des profils de vitesse selon la longueur de canal, nous pouvons déjà interpréter certains résultats expérimentaux observés au chapitre précédent. Quand le canal est court, les valeurs du coefficient d'amplification correspondants aux seuils des différents harmoniques sont amplifiées, particulièrement pour le 2nd et le 3^{me} harmonique (*cf.* * dans la figure 5.2). Comparé au cas du canal long, cette augmentation de la valeur de $\alpha_i(f)$ pour un canal court pourrait expliquer la diminution du seuil d'oscillation. Cette augmentation est encore plus prononcée pour les hautes fréquences, ce qui pourrait aussi expliquer la diminution du point de transition entre les modes acoustiques, comme cela avait été montré figure 4.8, ainsi que l'enrichissement spectral observé. Cet enrichissement spectral pourrait aussi être relié au comportement du coefficient d'amplification de la perturbation spatiale se propageant sur le jet. En effet, pour le premier mode d'oscillation, une plus grande amplification spatiale implique des mouvements de jet plus amples au niveau du biseau, ce qui favorise la génération d'harmoniques élevés [68]. Ces hypothèses devraient être vérifiées notamment en modifiant les caractéristiques d'amplification du jet dans un modèle de synthèse sonore par simulation temporelle, comme celui développé par Verge [9].

Cette étude permet de conclure qu'un profil de vitesse plus abrupt dans le jet formé à la lumière du canal permet d'avoir un meilleur contrôle pour le démarrage des oscillations dans le tuyau pour des faibles pression, et produit un son plus riche en harmoniques élevés. Nous pouvons alors émettre l'hypothèse qu'un canal long et convergent permettrait d'arriver à ce résultat en évitant l'inconvénient principal de la réduction de la longueur du canal, à savoir la déstabilisation forte de l'instrument via notamment l'augmentation des fluctuations de vitesse du jet en sortie du canal. Or il s'avère que la majorité des flûtes ont un canal long et convergent. Nous développerons ce point au paragraphe 5.3.4.

Cette première approche de l'étude d'instabilité de jet permet de comprendre certains comportements du système en faisant des conjectures sur les profils de vitesse obtenus à la lumière. Sa limite est de ne pouvoir s'adapter à des variations de géométrie plus complexes du canal, pour lesquelles aucune hypothèse sur la forme du profil n'est disponible. Nous avons donc poursuivi l'étude par la mise en place de simulation numérique d'écoulement qui permet de tester un grand nombre de configurations de canal. Elle permet aussi de prendre en compte la viscosité après la lumière, négligée dans la théorie précédente.

5.3 Détermination du profil de vitesse par simulation numérique

La simulation d'écoulement consiste en la résolution par discrétisation spatiale des équations régissant le mouvement de l'écoulement, telles que les équations de Navier-Stokes (*cf.* paragraphe 2.1.1), qui peuvent être plus ou moins simplifiées selon le cas précis sur lequel on travaille. Il existe une autre approche prometteuse qui résout les équations régissant l'écoulement au niveau particulaire, c'est la technique dite de Boltzmann-réseau [69, 70].

Cette méthode d'analyse par simulation numérique permet d'avoir accès aux détails de l'écoulement, en particulier via l'obtention de la plupart des valeurs numériques le caractérisant (vitesse, pression, vorticité...). Ce qui nous intéresse particulièrement ici est le profil de vitesse dans le jet,

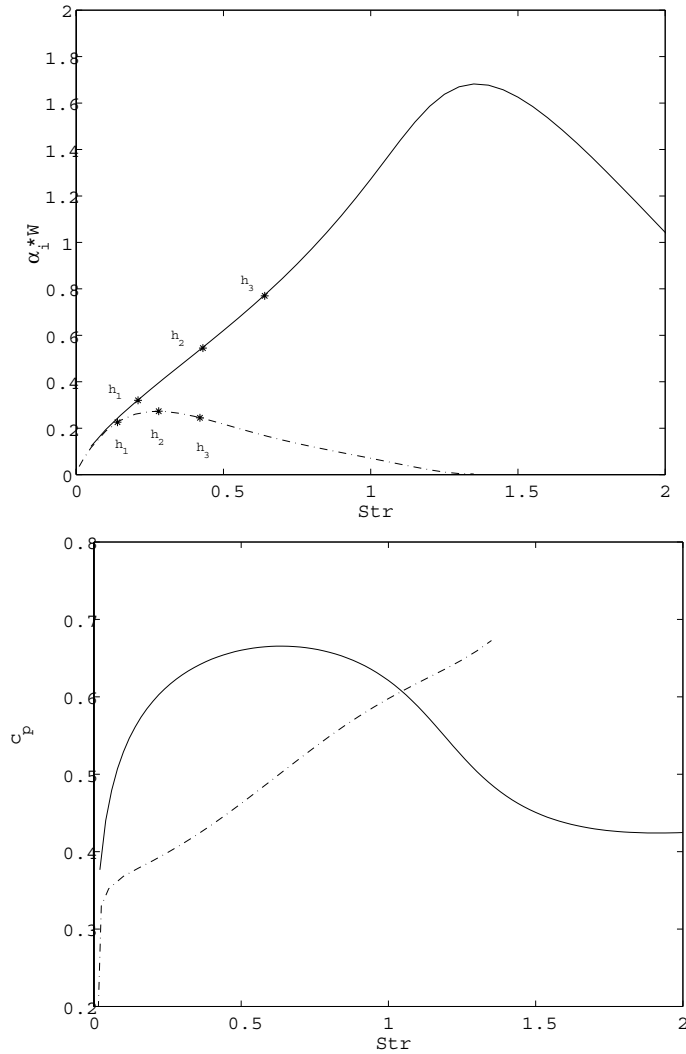


FIG. 5.2 – **Haut** : Coefficient d'amplification adimensionné $\alpha_i W$ calculé pour le profil de vitesse de Bickley correspondant au canal long [pointillés] et pour le "profil de Nolle" avec $n=5$, qui correspond au canal court [trait plein]. (*) pour la discussion, les valeurs du Strouhal au seuil d'oscillation pour le premier mode du tuyau sont tracés avec leur deuxième et troisième harmonique, en fonction de $Str = \omega_1 h / U_B$, h hauteur du canal. **Bas** : vitesse de phase $c_p = \omega_1 / \alpha_r$.

pour différents types de géométrie de canal. La simulation devrait aussi nous permettre d'étudier précisément l'influence sur l'écoulement à la lumière des points de détails géométriques en extrémité du canal, comme les chanfreins par exemple.

5.3.1 Simulation par résolution de Navier-Stokes

Nous avons développé dans le chapitre 2 les équations de base pour un écoulement fluide. Les équations de Navier-Stokes s'en déduisent moyennant quelques hypothèses sur l'écoulement. Même avec une telle simplification, les équations restent très compliquées et surtout non-linéaires. Il n'y a en général pas de solution exacte.

On cherche à résoudre numériquement ces équations via une discrétisation spatiale. Cela reste difficile du fait du temps de calcul nécessaire et de la capacité de calcul et de mémoire requise. Les quelques résolutions numériques qui ont été tentées sur les instruments de type flûte, simplifient le problème en se plaçant en 2D [71]. Dans ce cas, la turbulence est négligée, puisque c'est un phénomène essentiellement 3D [72]. Si cela convient à la flûte à bec pour de faibles Reynolds, cela devient délicat pour modéliser des instruments tels que l'orgue par exemple, où la turbulence est un phénomène prépondérant dans la production du son.

L'utilisation de la simulation numérique est intéressante cependant, car les transitoires d'attaque dans les flûtes à bec sont d'une durée de l'ordre de $20T$, ce qui reste accessible aux machines actuelles. L'étude des transitoires d'attaque s'avère intéressante, car c'est un élément du son produit par les instruments de musique riche en informations [6].

Notre premier objectif a été de valider les choix de profils présentés au paragraphe 5.2 en sortie de canal long et court : un profil de Bickley dans le premier cas, un profil de Nolle dans le deuxième cas. S'agissant de profils de vitesse, les simulations présentées ci-dessous concernent un écoulement stationnaire.

Nous avons à notre disposition le logiciel commercial FLUENT qui résout les équations de Navier-Stokes par la méthode de volumes finis. Dans l'étude précédente, le couple de coefficients (n, b) adéquat du profil de Nolle avait été calculé sur la base d'hypothèses de conservation du moment et de la pente maximale entre l'écoulement à la fin du canal et le jet. Pour cette dernière hypothèse, nous avons calculé l'épaisseur de la couche limite en stationnaire et en extrémité du canal pour une chute de pression entre l'entrée et la sortie de 200Pa. Nous comparons figure 5.3 le profil de Nolle calculé avec celui obtenu par FLUENT en sortie de canal, pour un vitesse d'entrée de l'écoulement dans le canal uniforme, valant 10m/s et pour les deux longueurs de canal. Les deux conditions initiales ne sont pas tout à fait équivalentes, puisque d'après l'équation de Bernoulli 2.8, une chute de pression de 200Pa implique une vitesse en sortie de canal de $\simeq 18m/s$. L'écoulement étant au maximum accéléré d'un facteur 1.5 dans le canal (ce qui correspond au régime stationnaire), cela implique que pour le premier cas, la vitesse d'entrée est supérieure à 10m/s. Néanmoins il paraît peu aisé de modifier les paramètres du profil de Nolle pour d'aussi faibles variations de conditions initiales, nous avons donc seulement égalisé les vitesses moyennes pour la comparaison. Les deux profils obtenus sont remarquablement semblables dans le cas du canal court, ce qui justifie *a posteriori* nos hypothèses, et le choix du profil de vitesse effectué au paragraphe précédent. Le résultat en fin de canal long est plus surprenant car alors le profil calculé par FLUENT est assez éloigné du profil de Bickley, c'est néanmoins un profil de Bickley qui l'approxime le mieux. Ce choix ne se justifie cependant que pour des conditions de jeu pas trop éloignées de celles utilisées pour calculer les paramètres de Nolle, c'est-à-dire une vitesse en sortie de canal de l'ordre de 15m/s.

5.3.2 Un outil performant : les équations de Navier-Stokes Réduites

Généralités

La résolution des équations de Navier-Stokes s'avère longue et fastidieuse. Cela provient notamment du caractère elliptique des équations à résoudre : la résolution en un point est fonction des valeurs amonts et aval. Cela rend cet outil difficile d'utilisation. De plus, l'usage de logiciels

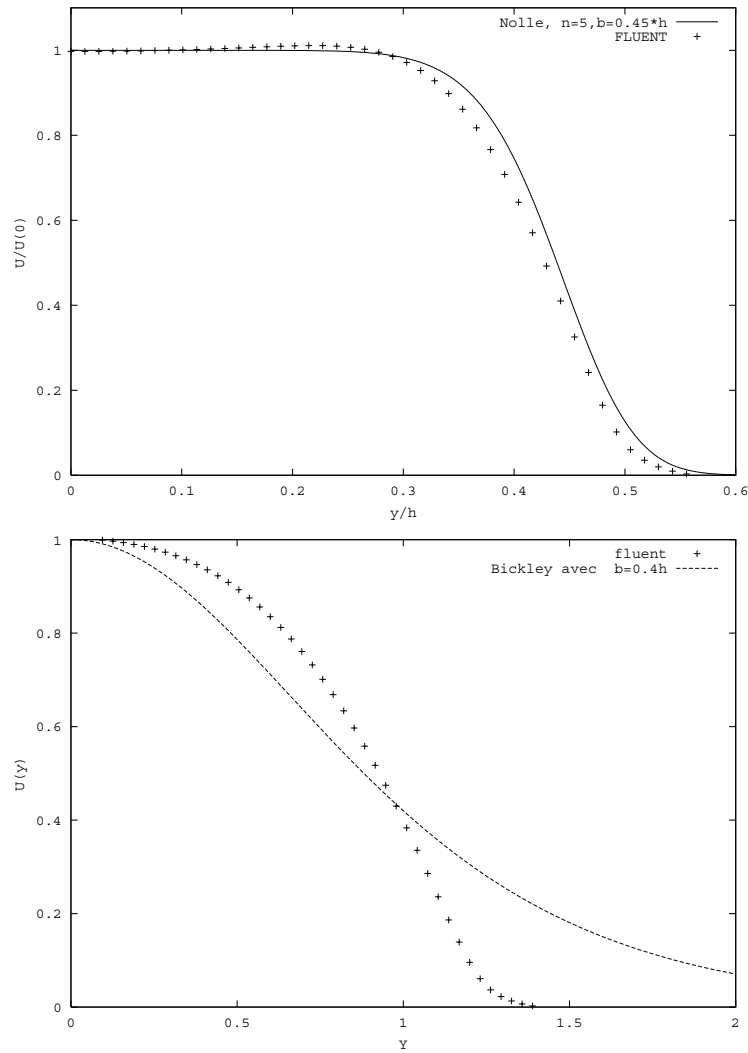


FIG. 5.3 – Comparaison du profil vitesse obtenu dans le jet à la lumière du canal : [trait plein] profil de Nolle avec $n=5$, théorie simplifiée de raccord à la lumière [+] profil de vitesse à la lumière obtenu avec FLUENT par résolution des équations de Navier-Stokes complètes pour un profil de vitesse en entrée de canal constant de $U(0) = 10\text{m/s}$. **Haut** : canal court. **Bas** : canal long

commerciaux rend l'interprétation des résultats difficiles car nous n'avons pas accès aux détails du mécanisme de résolution, c'est le phénomène "boîte noire". En particulier nous verrons que l'utilisation de logiciels non commerciaux, comme CASTEM2000, montre une sensibilité à l'oscillation bien plus forte qu'un logiciel comme FLUENT. Ceci nous a amené à développer notre propre logiciel de résolution numérique, reposant sur des équations simplifiées de NS adaptés à notre configuration.

Une simplification forte de ces équations consiste à considérer un écoulement formé d'un cœur fluide parfait et de deux couches de cisaillement. C'est la théorie de la couche limite (CL). Elle présente l'avantage de rendre la résolution parabolique : une solution exacte est obtenue par simple marche dans le sens de l'écoulement. Néanmoins, si cette théorie rend la résolution rapide, elle s'avère souvent fautive physiquement [73].

Une théorie intermédiaire consiste à conserver le plus possible l'économie de calcul générée par les hypothèses de CL tout en conservant une modélisation physique la plus exacte possible, et qui permette en particulier de résoudre des problèmes où les couches limites sont épaisses (cf. 5.3.2). Ces équations sont connues sous le nom d' "équation de Navier-Stokes réduites", que nous appellerons par la suite RNS (pour *Reduced Navier Stokes*). Leur définition étant floue, plusieurs systèmes d'équations peuvent répondre aux exigences pré-citées. Mais elles ont toutes au moins trois caractéristiques en commun :

1. il existe une direction d'écoulement privilégiée, proche d'un des axes.
2. la diffusion visqueuse et la conduction thermique dans la direction d'écoulement sont négligeables devant leurs homologues transverses.
3. les équations RNS se réduisent toutes aux équations d'Euler¹ lorsqu'on néglige la diffusion visqueuse et la conduction thermique transverse.

Les équations RNS sont construites par une étude sur les ordres de grandeurs. Comme pour les équations de CL, les effets de la viscosité sont supposés confinés dans une couche d'épaisseur δ qui est petite comparée à la longueur caractéristique L dans le sens de l'écoulement. Pour une couche limite laminaire, δ/L est en $O(Re^{-1/2})$. Pour un nombre de Reynolds typique de $Re = 10^6$, cela donne $\delta/L \sim 0.001$. Une des motivations à l'utilisation des RNS pour simuler numériquement un écoulement est de pouvoir traiter les écoulements ayant des couches limites plus épaisses par rapport à ce qui est accessible aux simulations utilisant la théorie des CL. Ainsi des valeurs de δ/L dans une gamme de 0.1 à 0.01 peuvent nécessiter la résolution d'équations de type RNS. Ce qui implique que si les termes en $O((\delta/L)^2)$ peuvent être négligés dans les équations de Navier-Stokes, les termes en $O(\delta/L)$ doivent être conservés, alors qu'ils sont négligés dans le cadre de la théorie CL.

RNS-p(x)

Vu les grandeurs caractéristiques dans notre cas, l'écoulement est supposé laminaire, 2D, incompressible, stationnaire, le fluide est supposé Newtonien. Les forces extérieures sont négligées, car la seule force qui agit, la gravité, est négligeable vu la taille verticale du domaine (quelques mm). On utilise des coordonnées cartésiennes, et on prend l'axe des x comme direction privilégiée de l'écoulement, orienté dans le sens de l'écoulement, y étant l'axe transversal. Les équations sont données sous une forme adimensionnée telle que les grandeurs soient d'un ordre de grandeur de 1. Ainsi, la vitesse longitudinale est adimensionnée par sa valeur maximale U_0 (atteinte au centre du canal), et l'échelle de la dimension transversale est la demi-hauteur du canal $H = h/2$. Les

¹Lorsque la viscosité est négligeable, ou que la vitesse d'écoulement est grande, c'est-à-dire lorsque le nombre de Reynolds est grand, les équations de Navier-Stokes se simplifient pour aboutir aux équations d'Euler, comme cela a été vu chapitre II. Il semble donc nécessaire que les équations RNS vérifient cette même propriété.

grandeurs adimensionnées sont distinguées par l'astérisque, et sont reliées aux grandeurs réelles par :

$$x = Lx^* \quad y = Hy^* \quad u = U_0 u^* \quad v = V v^* \quad p = \rho U_0^2 p^*$$

La dimension longitudinale caractéristique L est choisie à partir de considérations de dynamique des fluides : L est choisie telle que les forces convectives, qui sont de l'ordre de U_0^2/L , soient du même ordre de grandeur que les forces visqueuses, qui sont de l'ordre de $\nu U_0/H^2$, ce qui mène ici à :

$$L = H \cdot Re_H$$

Cette longueur caractéristique s'interprète comme la distance sur laquelle une couche limite d'épaisseur H se développe, donc la distance à partir de laquelle les couches limites se rejoignent dans le canal. Ce choix d'échelle pour la longueur permet d'obtenir un système d'équations indépendant du nombre de Reynolds, comme nous allons le voir.

L'équation de conservation de la masse fournit l'échelle pour la vitesse transverse :

$$\frac{U_0}{L} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{V}{H} \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0$$

Ainsi, il faut :

$$V = U_0 H / L$$

Pour la pression, l'échelle choisie est ρU_0^2 , qui mesure la différence de pression quand l'équation de Bernoulli peut être appliquée.

Le système d'équations NS adimensionné obtenu est alors (par souci d'alléger la notation, nous omettons les astérisques) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{U_0}{L} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{U_0^2}{L} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{U_0^2}{L} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu U_0}{H^2} \left(\frac{H^2}{L^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{U_0 V}{L} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{U_0^2}{H} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu V}{H^2} \left(\frac{H^2}{L^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{array} \right. \quad (5.3)$$

L'échelle longitudinale est très grande devant l'échelle transversale ce qui permet de négliger les termes de diffusion dans la direction longitudinale. Comme nous avons choisi $L = H \cdot Re_H$, l'échelle des vitesses transverses est telle que $V = \frac{1}{Re_H} U_0$. Le système 5.3 s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{1}{Re_H^2} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re_H^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{array} \right. \quad (5.4)$$

Ce sont les équations de RNS classiquement rencontrées. Nous allons encore les simplifier car dans notre cas, la gamme de Reynolds considérée est telle que $Re_H \gg 1$. Une analyse des ordres de grandeurs sur l'équation de conservation du moment dans la direction transversale permet de la réduire à :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Finalement nous obtenons le système :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Suivant le choix de Goorman [74], nous nous référons à ce système d'équation par **RNS-p(x)**, pour système d'équations de Navier-Stokes réduites, avec en plus une pression ne dépendant que de x . Il est à noter que ces équations sont de la même forme que les équations de Prandtl, valables dans les couches limites.

Le système d'équations ainsi constitué est maintenant parabolique : une solution exacte est obtenue par simple pas de calcul dans le sens de l'écoulement. Ces approximations ne sont pas valides pour des nombre Reynolds trop grands ou trop faibles. En principe, ce système n'est pas valide non plus très près de l'entrée et en sortie du canal. A l'entrée, les gradients de vitesse sont de grande amplitude, par action de la viscosité qui impose à l'écoulement entrant une vitesse nulle le long des murs. Il y a de forts gradients de pressions associés qui rendent l'hypothèse de pression constante transversalement fautive ici. Cela nécessite a priori un maillage très fin et une résolution des équations de NS complètes pour obtenir une solution exacte. La figure 5.4 montre les isobares obtenus par simulation NS avec FLUENT en entrée d'un canal symétrique.

L'axe de symétrie est symbolisé par la droite pointillée. La pression en entrée du canal au niveau de la paroi est très forte par rapport à celle sur l'axe de symétrie : la différence de pression atteint 45Pa pour une pression maximale de 112Pa. Rapidement les isobares deviennent quasiment parallèles.

Lorsque la viscosité est négligeable, les équations de RNS-p(x) se réduisent à l'approximation 1D d'Euler, comme voulu. Le principal avantage de cette résolution est qu'elle est beaucoup plus rapide et très souple d'emploi.

Nous avons obtenu un système de trois équations avec trois inconnues (u, v et p). En fait, la troisième équation nous dit seulement que la pression ne dépend pas de la coordonnée transversale. Ainsi, il ne nous reste à première vue que deux équations pour trois inconnues : u, v et $p(x)$. Une condition limite supplémentaire va faire office de troisième équation et va permettre ainsi de résoudre complètement le problème, comme nous le verrons plus en détail dans la suite.

Nous appliquons cette résolution à notre cas d'étude : un écoulement d'abord confiné dans un canal, qui forme ensuite un jet libre. Les conditions limites n'étant pas les mêmes dans les deux cas, la résolution se fait de manière séparée. Le programme de résolution des RNS-p(x) que nous utilisons a été développé par Pierre-Yves Lagrée du LMM². Il est scindé en deux parties couplées : l'une simule le comportement de l'écoulement dans le canal, l'autre simule le comportement dans le jet. Afin de simuler l'écoulement en entier (écoulement dans le canal, puis formation d'un jet), les données obtenues en sortie de canal sont utilisées comme conditions initiales pour le programme de simulation du jet. Il n'est pas sûr qu'il n'y ait pas d'influence de l'aval sur l'amont à cet endroit, et en négligeant cet effet nous commettons potentiellement une erreur qui serait évitée par une résolution de type triple couche à l'endroit de la jonction écoulement interne/jet.

²LMM : Laboratoire de Modélisation en Mécanique, Paris 6

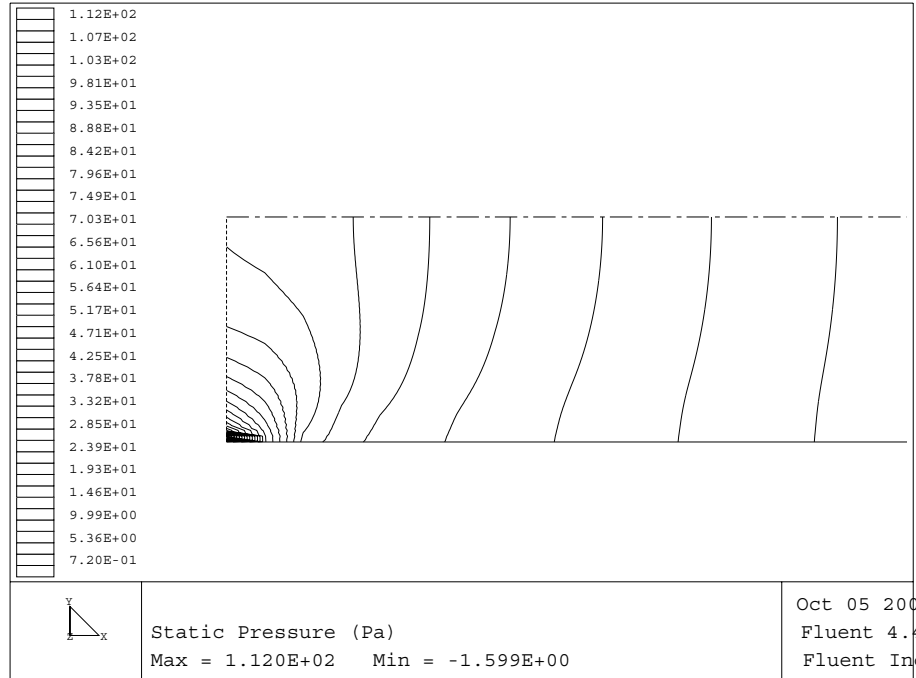


FIG. 5.4 – Effet d’entrée sur la pression : isobares obtenus par FLUENT en entrée d’un canal droit symétrique pour une vitesse d’entrée uniforme $U_o = 10\text{m/s}$. L’hypothèse de gradient de pression nul transversalement y est très fausse : la pression devient très forte à l’entrée au niveau de la paroi, et diminue au centre, la pression varie de près de 45 Pa sur la hauteur d’entrée. Après un parcours d’environ une fois la hauteur H d’entrée, l’hypothèse devient raisonnable.

Le canal

Nous considérons un écoulement de vitesse longitudinale u uniforme en entrée d’un canal symétrique. Le canal a une hauteur variable $h(x)$, l’origine des x est pris en entrée de canal, l’origine des y est l’axe de symétrie. Nous résolvons le système d’équation 5.5. Les conditions limites à vérifier sont dans ce cas :

1. non glissement : $\begin{cases} u = 0 \\ v = 0 \end{cases}$ en $y = h(x)$
2. symétrie : $\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ v = 0 \end{cases}$ en $y = 0$
3. conditions initiales : $\begin{cases} u = 1 \\ p(0) = 0 \end{cases}$ en $x = 0$ (début du canal)

Comme v n’intervient que sous la forme d’une dérivée première dans les équations de RNS-p(x), une des deux conditions limite sur v semble donc inutile. En fait, la condition $v(x, h(x)) = 0$ sert d’équation supplémentaire pour définir complètement le problème, et nous cherchons la pression qui permet de la remplir.

Un changement d’échelle dynamique est effectué sur y selon $\eta = y/h(x)$, ainsi la nouvelle variable transverse η est toujours comprise entre 0 et 1. Cela permet d’avoir des conditions limites identiques sur tout le domaine de calcul. Le maillage est défini par un nombre de points (n_x, n_y) longitudinaux et transverses définis une fois pour toutes en début de calcul. Le maillage transversal s’adapte pas à pas aux variations de la hauteur du canal selon $dy = h_i/n_y$, où $h_i = h(i * dx)$ (figure 5.5). La vitesse (u, v) est supposée connue en entrée. La méthode de discrétisation des équations se trouve dans la thèse de Goorman [74].

Le jet plan

Dans le cas du jet plan, le système d’équation à résoudre est sensiblement le même. L’écoulement

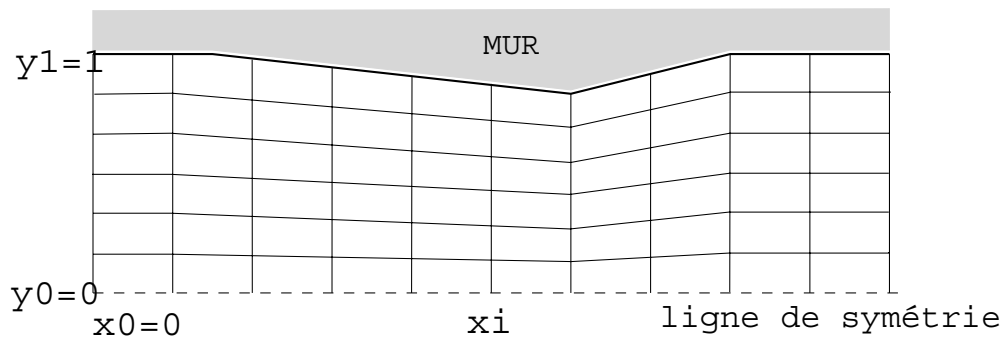


FIG. 5.5 – Maillage utilisé pour la résolution des RNS- $p(x)$ dans le canal. Le pas de calcul transverse s'adapte aux variations de hauteur de la paroi, afin de conserver le nombre de points de calculs transversaux constant.

est toujours considéré comme étant 2D, laminaire, incompressible et stationnaire. Le jet émerge du canal dans un espace supposé semi-infini. Dans le cas d'un canal symétrique, le jet est symétrique aussi.

Lorsque le jet est formé à la lumière du canal, son épaisseur est approximativement la hauteur du canal à cet endroit. La coordonnée y sera donc mesurée avec la demi-hauteur du canal à sa sortie H . Les autres grandeurs sont adimensionnées avec les mêmes échelles précédemment utilisées pour l'écoulement dans le canal.

La différence majeure dans les équations utilisées pour le jet réside dans le fait qu'on suppose la pression constante partout dans le domaine du jet. Ceci est une hypothèse couramment utilisée pour un jet laminaire [75] lorsque le fluide autour de l'écoulement est au repos. Le système d'équation utilisé devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ p &= \text{constante} \end{aligned} \tag{5.6}$$

Du fait de l'ouverture semi-infinie de l'espace dans lequel s'écoule le jet, les conditions limites deviennent :

$$\begin{aligned} u &= 0 \quad \text{pour} \quad y \rightarrow \infty \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= v = 0 \quad \text{en} \quad y = 0 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Il n'y a pas de condition pour la vitesse transverse $v(x, y = \infty)$.

5.3.3 Validation du système de RNS- $p(x)$

Le détail de la méthode de résolution est donné en annexe D. Goorman [74] a montré l'adéquation des résultats obtenus par le programme avec des résultats analytiques et des approximations déjà reconnues telles que Blasius [75], Poiseuille et von Kármán. La stabilité de la méthode est aussi discutée en détail dans ce document.

Nous présentons sur la figure 5.6 l'évolution du profil de vitesse obtenue dans un canal droit, c'est-à-dire de hauteur h constante.

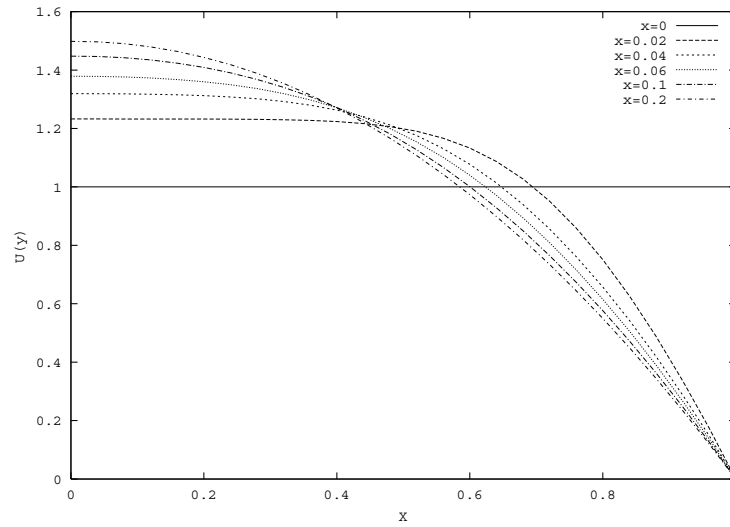


FIG. 5.6 – *Haut* : profils de vitesse $U(y)$ obtenus avec $RNS-p(x)$ dans un canal droit pour différentes coordonnées longitudinales x et pour une vitesse d'entrée uniforme unitaire. Le profil de Poiseuille est atteint pour $x = 0.2$.

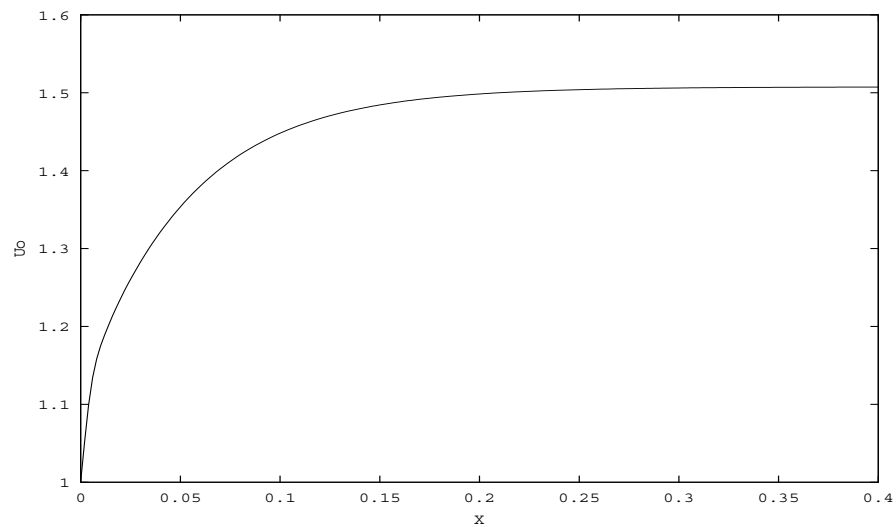


FIG. 5.7 – Développement de la vitesse centrale dans ce canal pour un profil de vitesse uniforme et unitaire en entrée. L'écoulement de Poiseuille est obtenu pour une distance adimensionnée de $x \simeq 0.2$.

L'évolution de la vitesse centrale présentée figure 5.7 montre qu'un profil de Poiseuille est atteint pour une distance adimensionnée de 0.2.

Voyons maintenant le comportement obtenu dans le jet. La figure 5.8 montre l'évolution dans le jet du rapport $U_o/(dU_o/dx)$ (U_o vitesse centrale) en fonction de la distance parcourue x , pour trois profils de vitesse initiaux différents : un profil de Bickley, un profil abrupt de type Nolle, et un profil de Poiseuille simplement complété à zéro.

Selon la théorie de Bickley, quel que soit le profil de vitesse initial dans le jet, celui-ci tend vers un profil de vitesse de type Bickley. Or la caractéristique du profil de Bickley est que son rapport $U_o/(dU_o/dx)$ est un droite de pente -3 (puisque la vitesse centrale U_o évolue selon $U_o \propto x^{-3}$). C'est bien ce que l'on retrouve par la résolution des RNS-p(x) : le profil de Bickley a le comportement attendu, le profil de Nolle tend rapidement vers le Bickley, et le profil de Poiseuille tend lui aussi très rapidement vers un profil de Bickley, malgré la discontinuité de vitesse induite par le complément à zéro.

Il s'agit maintenant de valider la technique utilisée pour coupler l'écoulement dans le canal avec le jet, qui est de prendre les dernières données obtenues en sortie de simulation du canal comme données initiales pour la simulation du jet. Le problème éventuel provient du fait qu'à cet endroit l'hypothèse de pression uniforme transversalement est certainement fautive, rendant nécessaire localement la résolution des équations de Navier-Stokes complètes. Un calcul de l'écoulement complet a été fait avec FLUENT. La figure 5.9 présente les isobares calculées en entrée et sortie du canal, pour un écoulement formé avec une vitesse uniforme de 10m/s en entrée du canal.

L'écoulement commence à "sentir" la sortie très peu de temps avant, environ une demi-hauteur H . Nous avons vu figure 5.4 que l'hypothèse de pression transversale constante est très fautive en entrée puisque celle-ci varie de 45Pa pour une amplitude maximale de $p_{max} = 112Pa$. En sortie, la variation de pression est négligeable, elle ne dépasse pas 1Pa. Cela est rassurant pour la démarche que nous allons suivre dans la résolution de l'écoulement complet : la transition entre le canal et le jet n'est pas traitée à part, et nous couplons la résolution dans le canal avec la résolution dans le jet en prenant les résultats en sortie du canal comme conditions initiales pour la résolution dans le jet.

Nous avons comparé les résultats avec ceux obtenus avec FLUENT, logiciel commercial de simulation numérique qui résout les équations de NS par la méthode des volumes finis, ainsi qu'avec le logiciel CASTEM2000, développé par le CEA, et qui résout les équations NS par éléments finis. La comparaison a été faite pour un écoulement issu du canal court et droit (longueur 3mm, hauteur 1mm), et pour un même Reynolds en entrée $Re = 666$, ce qui correspond à une vitesse uniforme de $U_0 = 10m/s$ en entrée du canal.

La pression et la vitesse au centre obtenus avec les deux programmes sont présentées figure 5.10 en fonction de la distance. Les grandeurs présentées sont les grandeurs réelles. L'analyse de cette figure montre :

- **La courbe de pression au centre**, après une zone d'entrée, décroît linéairement. En sortie, la courbe s'incurve et tombe à zéro. Les deux comportements sont fortement similaires sauf en entrée et en sortie du canal. En sortie du canal notamment, il y a une discontinuité de pente dans la pression calculée par RNS-p(x). Cette discontinuité pourrait provenir de la parabolisation des équations de NS, qui empêche toute intégration d'informations venant de l'aval dans la simulation, celle-ci ne dépendant que des conditions amont. Or pour les écoulements subsoniques toute information de perturbation, comme un changement abrupt de géométrie par exemple, sont remontées à la vitesse du son vers l'amont [74].
- **la vitesse au centre** augmente rapidement dans le canal. Si celui-ci avait été suffisamment long, la courbe aurait atteint la valeur limite de $1.5 \times U_0$ qui correspond au profil de Poiseuille. La vitesse dans le jet, après une zone de stagnation se met ensuite à décroître lentement. On

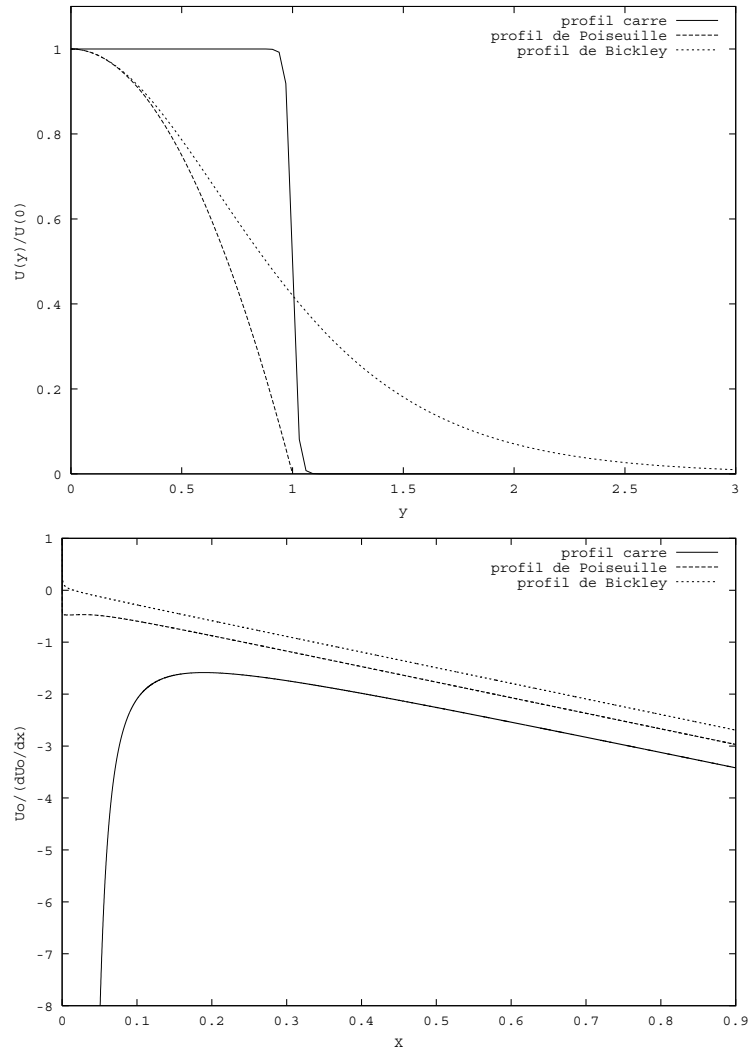


FIG. 5.8 – Validation du couplage canal/jet pour la simulation de l'écoulement par résolution de $RNS-p(x)$. [**Haut**] : trois profils de vitesse $U(y)$ utilisés comme condition initiale pour le programme de simulation du jet : profil quasi carré, de Bickley et de poiseuille. [**Bas**] : évolution du rapport $U_0/(dU_0/dx)$, où U_0 est la vitesse centrale dans le jet, en fonction de la direction longitudinale à l'écoulement x . Dans les trois cas, l'évolution tend plus ou moins rapidement vers une droite de pente -3, qui correspond au profil de Bickley, comme prévu par la théorie.

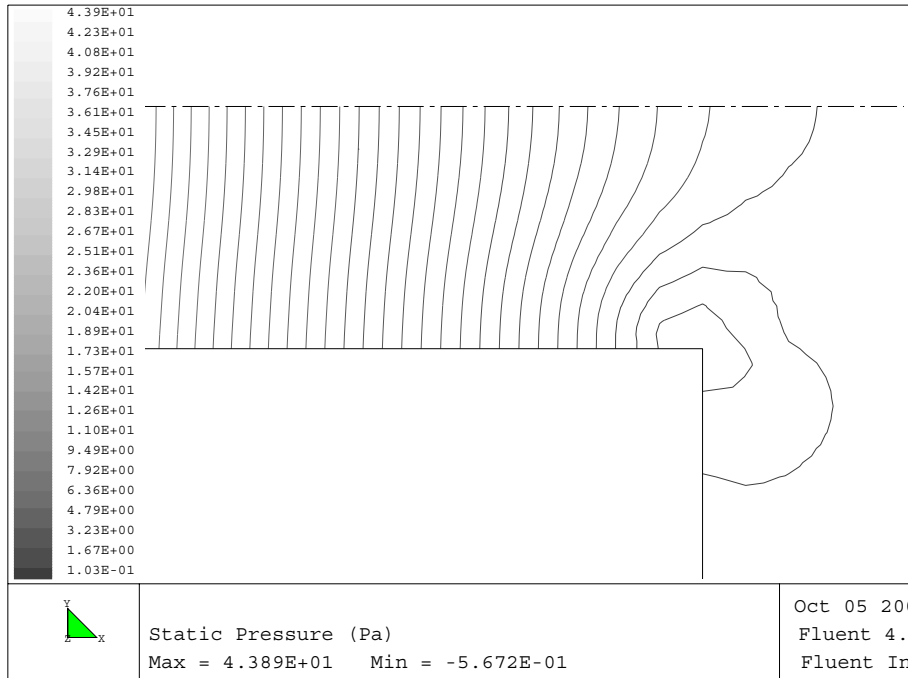


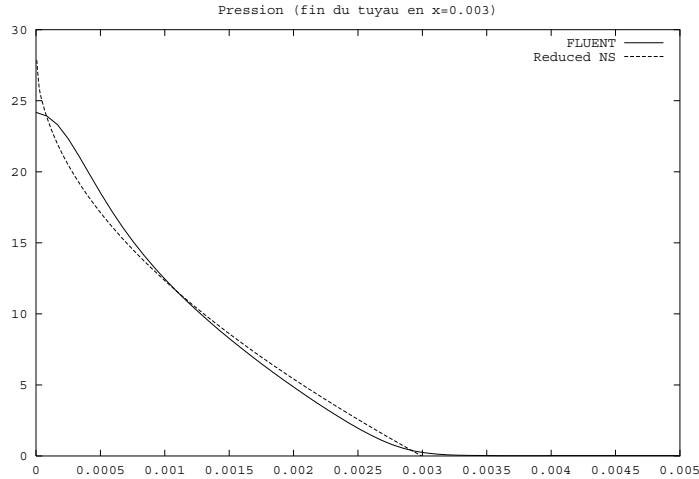
FIG. 5.9 – Isobares obtenues en fin du canal court par FLUENT, pour une vitesse uniforme en entrée de 10m/s. La ligne pointillée représente l'axe de symétrie du canal. La différence de pression sur la hauteur en sortie est inférieure à 1Pa.

peut noter une grande similarité d'allure entre les courbes produites par FLUENT et par le programme de résolution de RNS-p(x) : en particulier au niveau des pentes. La valeur de la vitesse centrale, calculée par les deux programmes ne diffère que de 2%. Cette différence se répercute ensuite dans le jet. On peut supposer que cet écart provient d'une différence de comportement à l'entrée du canal : l'accélération convective calculée par FLUENT est plus faible que celle calculée par RNS-p(x), qui semble grande. Ceci pourrait s'expliquer par le fait qu'en entrée de canal, l'hypothèse de pression indépendante de la coordonnée transverse semble particulièrement fautive : il y a un effet d'entrée, comme on peut le voir dans la figure 5.4, dans les calculs de FLUENT. Ce point nécessiterait d'être étudié plus en détail.

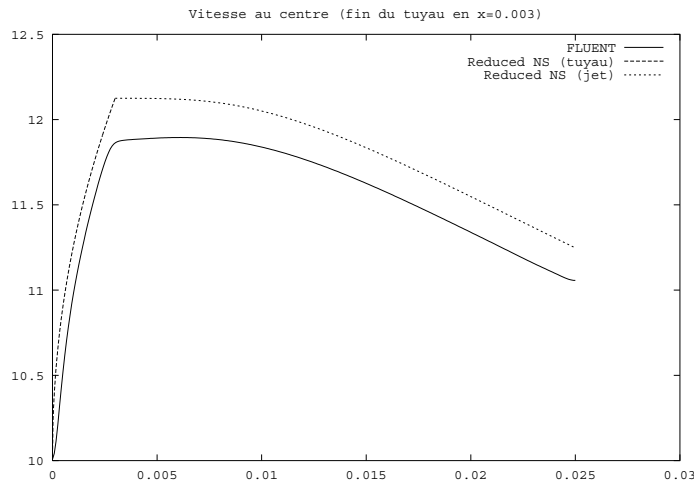
- la figure du bas illustre le problème de "boîte noire" rencontré lorsqu'on utilise des logiciels de résolution numérique commerciaux comme FLUENT : ceux-ci semblent très peu sensibles aux paramètres et ne présentent pas d'oscillations, contrairement à un logiciel comme CASTEM2000 qui est très sensible et oscille facilement, malgré le raffinement du maillage particulièrement en entrée et en sortie de canal. Ceci donne à penser qu'il y a un traitement prévenant l'oscillation dans les logiciels commerciaux, auquel nous n'avons pas accès, et qui rend délicate l'interprétation des résultats.

Pour la valeur de Reynolds considérée, qui correspond à une valeur moyenne de fonctionnement d'une flûte à bec, ces résultats justifient les hypothèses et les approximations que nous avons faites pour simplifier le modèle d'écoulement. La figure 5.11 compare les profils de vitesse obtenus avec FLUENT et le logiciel de résolution de RNS-p(x) à la lumière du canal court, et loin, c'est-à-dire pour une distance de 22mm, pour un même $Re_h = 666$ d'entrée. Les profils sont remarquablement concordants.

La figure 5.12 montre l'influence du nombre de Reynolds sur la comparaison entre résolution RNS et résolution des équations complètes de Navier-Stokes. Plus le nombre de Reynolds est faible, plus RNS-p(x) est faux en entrée, ce qui n'est pas surprenant car alors l'effet de la viscosité est



(a) Comparaison de la pression [Pa] en fonction de la distance [m], canal court (3mm)



(b) Evolution de la vitesse centrale [m/s] en fonction de la distance [m], canal court (3mm)

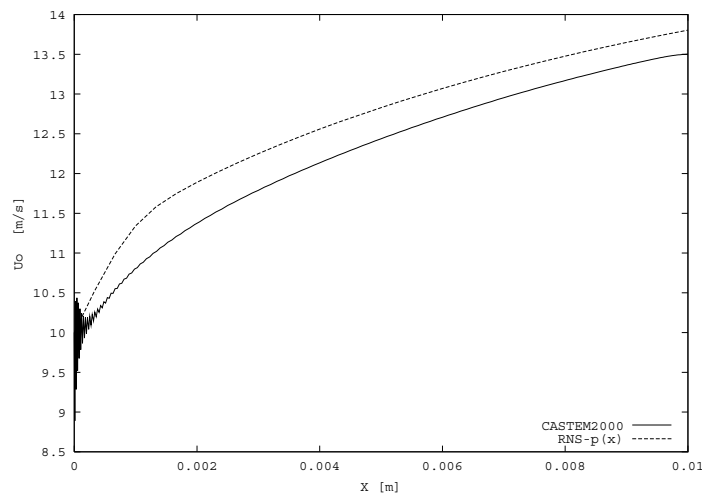


FIG. 5.10 – (a) et (b) : Comparaison de la pression $p(x)$ et de la vitesse au centre $U_o(x)$ en fonction de la distance x parcourue par l'écoulement (canal court de 3mm de long puis jet libre). [trait plein] FLUENT [pointillé] RNS- $p(x)$ pour un même nombre de Reynolds $Re_h = hU_e/\nu = 666$, avec U_e la vitesse d'entrée. Les grandeurs présentées sont les grandeurs réelles.

Bas : comparaison de l'évolution de la vitesse centrale $U_o(x)$ en fonction de la distance parcourue x dans un canal de 10mm de longueur, entre RNS- $p(x)$ [trait plein] et CASTEM2000 [pointillé], pour un même nombre de Reynolds $Re=666$. On remarquera notamment le problème en entrée de canal : CASTEM2000 oscille, RNS- $p(x)$ démarre avec une pente trop abrupte.

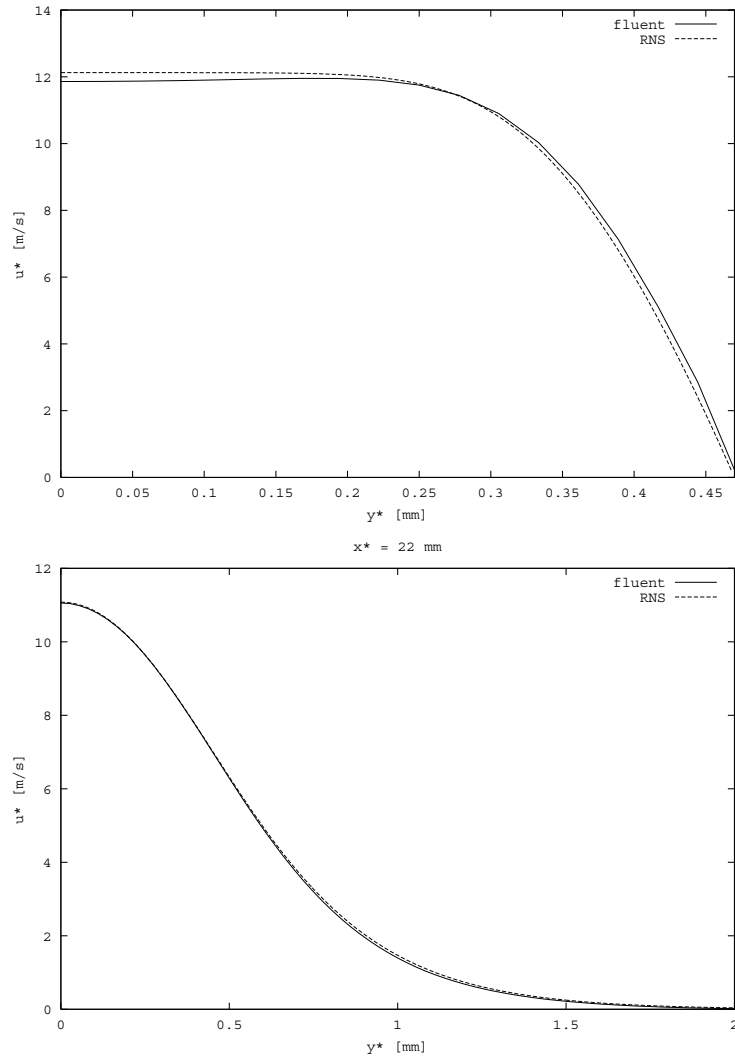


FIG. 5.11 – Comparaison du profil de vitesse $U(y)$ obtenu avec FLUENT et avec RNS- $p(x)$ pour un même $Re_h = 666$ d'entrée **[haut]** : en sortie de canal court, et **[bas]** : à 22mm de la sortie du canal court.

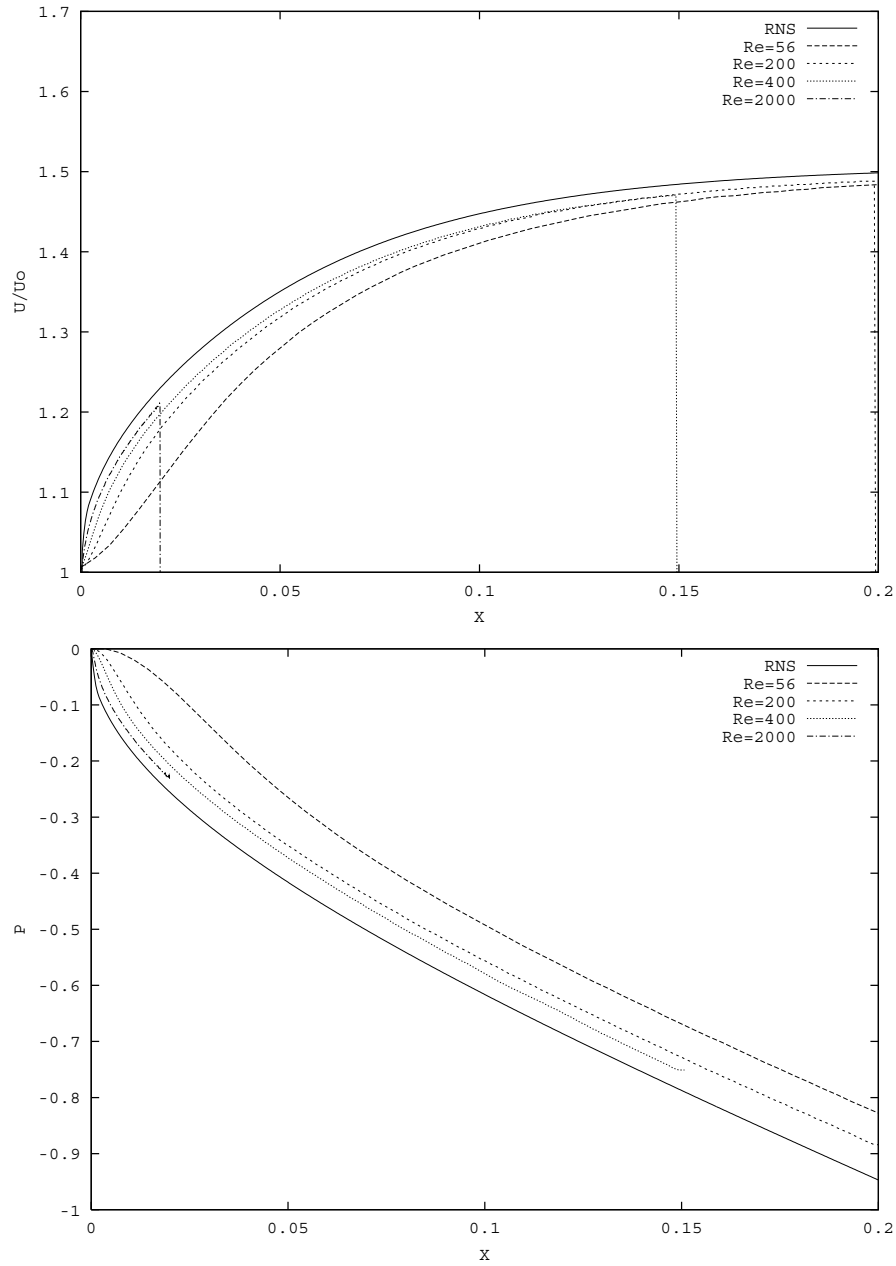


FIG. 5.12 – Influence du nombre de Reynolds Re sur la comparaison entre la résolution RNS et la résolution des équations de Navier-Stokes complètes dans le canal, en fonction de la longueur adimensionnée X . En haut : vitesse centrale adimensionnée par la vitesse en entrée du canal, en bas pression adimensionnée. D'après Bruin [76].

plus important. La gamme de nombre de Reynolds rencontrée pour une flûte à bec en condition normale de jeu est de l'ordre de [700, 3000] [9]. Pour cette gamme, l'erreur faite en utilisant les RNS-p(x) est suffisamment petite pour que ce choix soit justifié.

En conclusion, la simulation numérique d'écoulement reposant sur la résolution d'équation RNS-p(x) est suffisamment proche de celle obtenue par résolution d'équations de NS pour être validée. Le principal avantage de cette résolution est le temps de calcul nécessaire qui est largement réduit : pour un même calcul, RNS-p(x) met quelques minutes là où FLUENT met plusieurs heures. Le gain de temps n'a pas été quantifié précisément, et cela dépend bien sûr des choix de maillage et de critère de convergence. Cela rend le programme résolvant les RNS-p(x) particulièrement attractif car très rapide et assez fiable.

Nous avons donc poursuivi les études de profil de vitesse avec cet outil. Il nous a permis en particulier d'étudier l'influence d'une convergence complexe de la paroi supérieure du canal, comme on va le voir dans le paragraphe suivant.

5.3.4 Application à l'étude de la convergence du canal

La plupart des flûtes à bec ont un canal long et convergent. La convergence longitudinale des parois internes du canal vont affecter la formation des couches limites de l'écoulement, et altérer le profil de vitesse de l'écoulement en sortie du canal. De l'étude théorique précédente nous savons que cela peut avoir une forte influence sur l'instabilité du jet, nous allons essayer dans cette partie de déterminer quelle est l'action de cette convergence. Nous étudions ici deux types de convergence les plus couramment rencontrées : une convergence uniforme (la hauteur du canal varie linéairement entre l'entrée et la sortie du canal), pour laquelle nous présentons des mesures de profil de vitesse au fil chaud ainsi que des simulations numériques ; et une convergence de type paraboloïde pour laquelle l'étude est purement numérique.

Convergence uniforme

Des mesures au fil chaud du profil de vitesse de jet à différentes distances de la lumière et pour différents nombre de Reynolds ont été effectuées à l'Université Technique de Eindhoven sur un bec d'une flûte alto [77]. Cette flûte a ensuite été coupée en deux dans le sens de la longueur du canal afin de pouvoir mesurer le profil du canal de formation du jet. Celui-ci a une longueur de $L = 70.5\text{mm}$ et est uniformément convergent, c'est-à-dire que la paroi supérieure est une droite de pente négative. Le canal a une hauteur de $h_e = 2\text{mm}$ en entrée et une hauteur de sortie de $h_s = 1\text{mm}$. En sortie, les bords du canal sont chanfreinés, mais nous faisons l'hypothèse que cela n'influe pas le profil de vitesse du jet. Les profils de vitesse typiques obtenus sont présentés figure 5.13 en fonction du nombre de Reynolds $Re = hU_e/\nu$, avec U_e vitesse d'entrée déduite de la mesure au fil chaud de la vitesse centrale dans l'écoulement (Goorman [74]).

Pour des nombres de Reynolds grands, le profil de vitesse devient plus abrupt et ne peut plus être représenté par une parabole. Ce n'est pas surprenant dans la mesure où les forces visqueuses sont supplantées par les forces convectives quand le nombre de Reynolds augmente. Néanmoins, la convergence pourrait provoquer un abaissement du seuil de nombre de Reynolds où cet effet intervient. Pour le vérifier, nous avons utilisé le programme de résolution des RNS-p(x) dans le canal afin de comparer les profils de vitesses obtenus en sortie d'un canal identique à celui utilisé précédemment (canal de longueur $L = 70\text{mm}$, uniformément convergent avec un hauteur de $h = 1\text{mm}$ en sortie et de 2h en entrée), avec un canal de même longueur mais de hauteur constante h . Les profils de vitesse obtenus en sortie des deux canaux, en fonction du nombre de Reynolds sont présentés figure 5.14.

Actuellement il n'existe pas de relation analytique directe entre le profil de vitesse de l'écoulement en sortie de canal, et le profil de vitesse du jet formé là. Néanmoins, nous faisons l'hypothèse que l'action de la viscosité au point de séparation de l'écoulement ne modifie pas fondamentalement le profil de vitesse, et ne fait que l'émousser. Ainsi, nous nous contentons de discuter de la forme

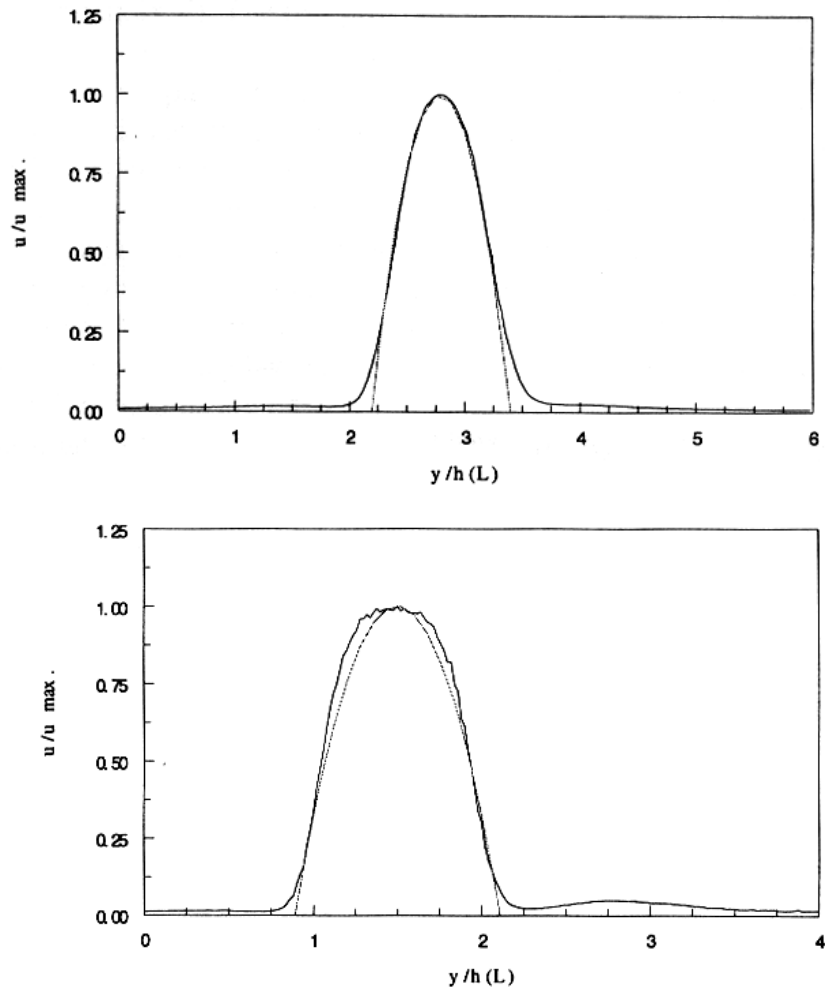


FIG. 5.13 – Exemple de profils de vitesse mesurés au fil chaud à 1.5mm de la lumière d'une flûte à bec alto [trait plein] avec sa meilleure approximation parabolique [trait pointillé] pour deux nombres de Reynolds $Re = hU_e/\nu$ avec U_e vitesse d'entrée. **Haut** $Re = 212$ **Bas** : $Re = 666$. D'après van der Tillart [77].

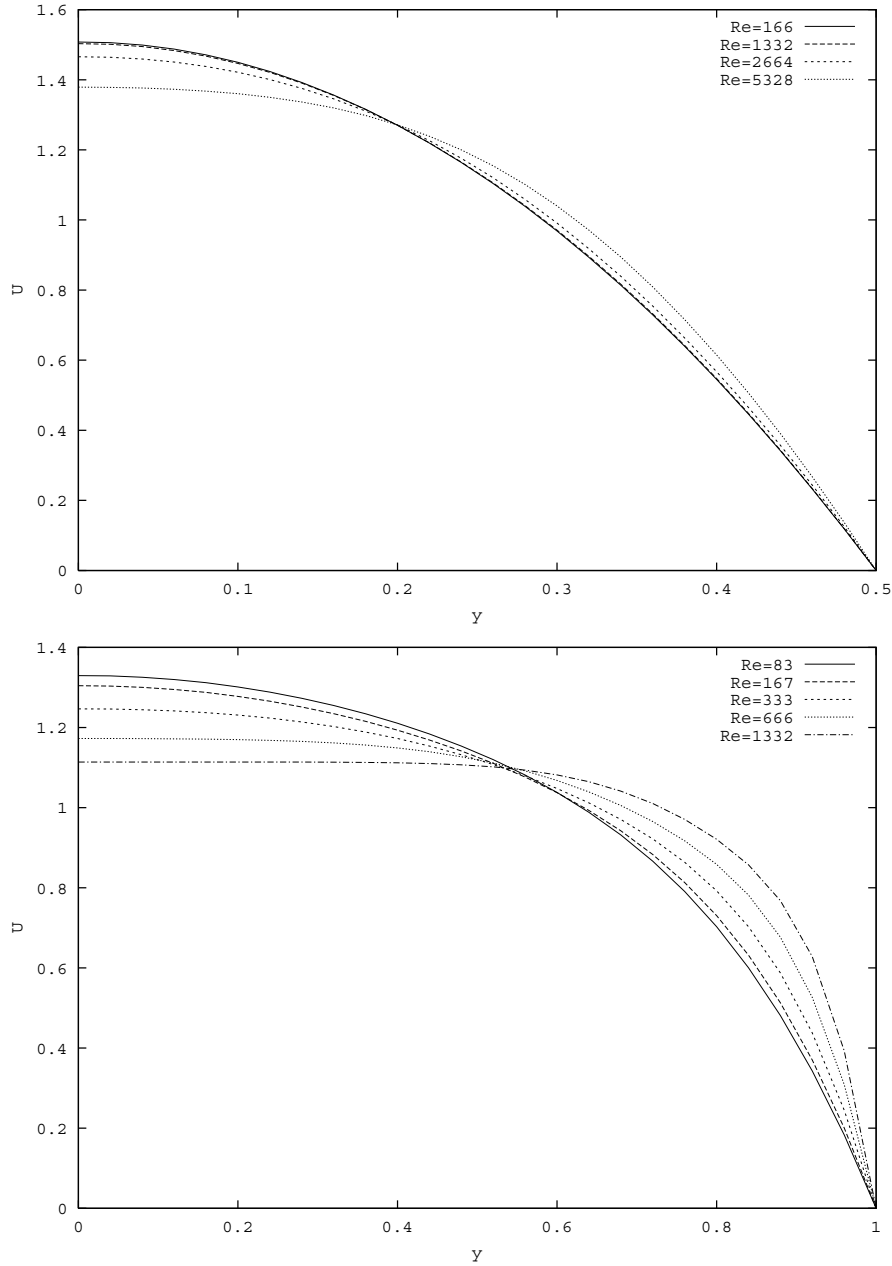


FIG. 5.14 – Influence comparée du nombre de Reynolds $Re = hU_e/2\nu$ sur le profil de vitesse en sortie d'un canal droit de hauteur constante h [**Haut**] et sur un canal convergent uniformément de hauteur $2h$ en entrée et de hauteur h en sortie [**Bas**]. Les deux canaux ont la même longueur $L = 70h$.

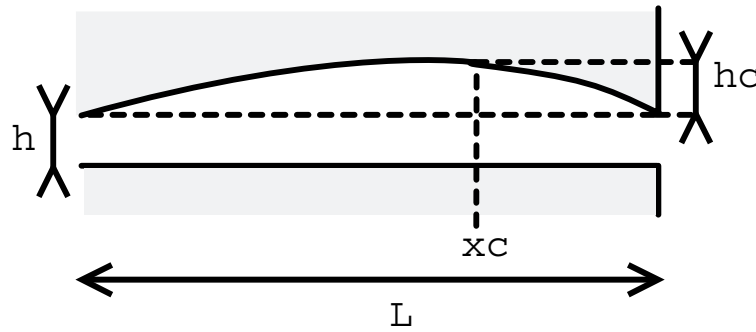


FIG. 5.15 – Canal de formation de jet ayant une convergence parabololoïde type soit deux morceaux de paraboles se rejoignant en leur sommet. x_c est la position du maximum, h_c la valeur de ce maximum.

des profils de vitesse obtenus dans l'écoulement en sortie du canal.

Il apparaît nettement en comparant les deux figures que la convergence a une influence forte sur l'aspect des profils de vitesse de l'écoulement en sortie de canal : alors que le profil commence tout juste à être légèrement altéré du fait de la diminution de l'action de la viscosité pour un nombre de Reynolds de l'ordre de 5000 dans le cas d'un canal droit, ordre de grandeur irréaliste pour des conditions normales de jeu dans une flûte à bec, celui-ci est déjà fortement aplati pour un nombre de Reynolds de 666 seulement dans le cas du canal convergent.

Convergence parabololoïde

Nous voulons maintenant étudier l'influence sur le profil de vitesse de la convergence parabololoïde : la paroi supérieure est concave, formée approximativement de deux morceaux de paraboles qui se rejoignent en leur maximum. L'étude d'une telle configuration, et de l'influence des différents paramètres peut être effectuée grâce à l'utilisation de la simulation numérique. Cela nous permet d'étudier l'impact de ce type de convergence sur le profil de vitesse de l'écoulement en sortie de canal.

D'après une étude menée auprès d'une quarantaine de facteurs [5], la position du maximum des deux paraboles se trouve en général entre $2/3 * L$ et $3/4 * L$ (L longueur du canal), pour une hauteur de l'ordre de $h_c \simeq 0.2 * h$, h hauteur du canal avant creusage (figure 5.15).

Dans l'étude qui suit, nous supposons une hauteur h de canal identique en entrée et en sortie de canal. Ce n'est pas le cas en général, la plupart des flûtes à bec ayant une hauteur légèrement plus grande en entrée qu'en sortie du canal, ce qui ajoute une convergence droite à la convergence parabololoïde discutée ici. Quel que soit le type de convergence rencontrée, la hauteur en sortie est toujours la même, de l'ordre de $1mm$.

Les figures 5.16 et 5.17 montrent l'influence de la variation de x_c et de h_c sur le profil de vitesse de l'écoulement en sortie de canal, pour un même nombre de Reynolds $Re = hU_e/\nu = 666$. Afin de mettre en valeur l'effet sur les couches limites de l'écoulement, nous présentons aussi la dérivée selon y du profil de vitesse en fonction de la position transversale y . Pour un profil de vitesse de Poiseuille, la dérivée du profil est une droite. Si le profil de vitesse est un profil carré, la dérivée est singulière aux points extrêmes et nulle partout ailleurs.

Le profil de vitesse en sortie de canal est effectivement aplati par la mise en place de la conver-

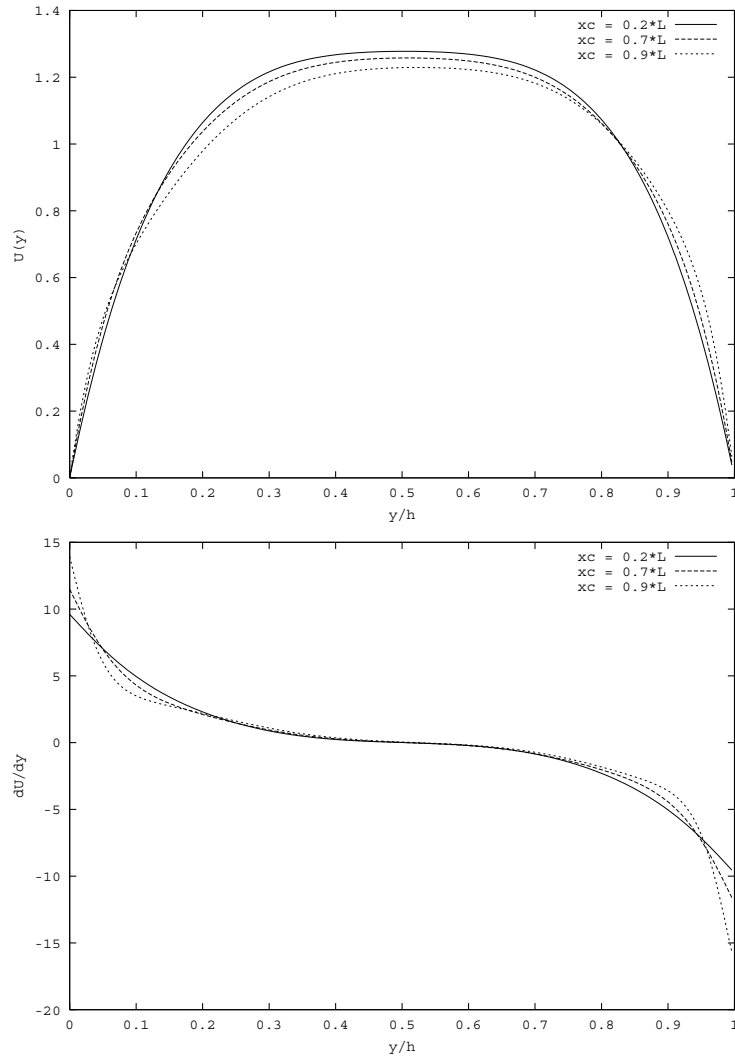


FIG. 5.16 – Influence de la position du maximum x_c sur le profil de vitesse $U(y)$ en sortie de canal (*haut*), pour une hauteur $h_c = 0.2 * h$, et pour un même nombre de Reynolds $Re = 666$. La figure du *bas* montre la dérivée de la vitesse ($\partial U / \partial y$) en fonction de y . Pour un profil de Bickley, cette dérivée est une droite, pour un profil carré, la dérivée est nulle pratiquement partout, sauf aux extrémités qui sont des points singuliers. La position du maximum semble influencer sur la symétrie du profil.

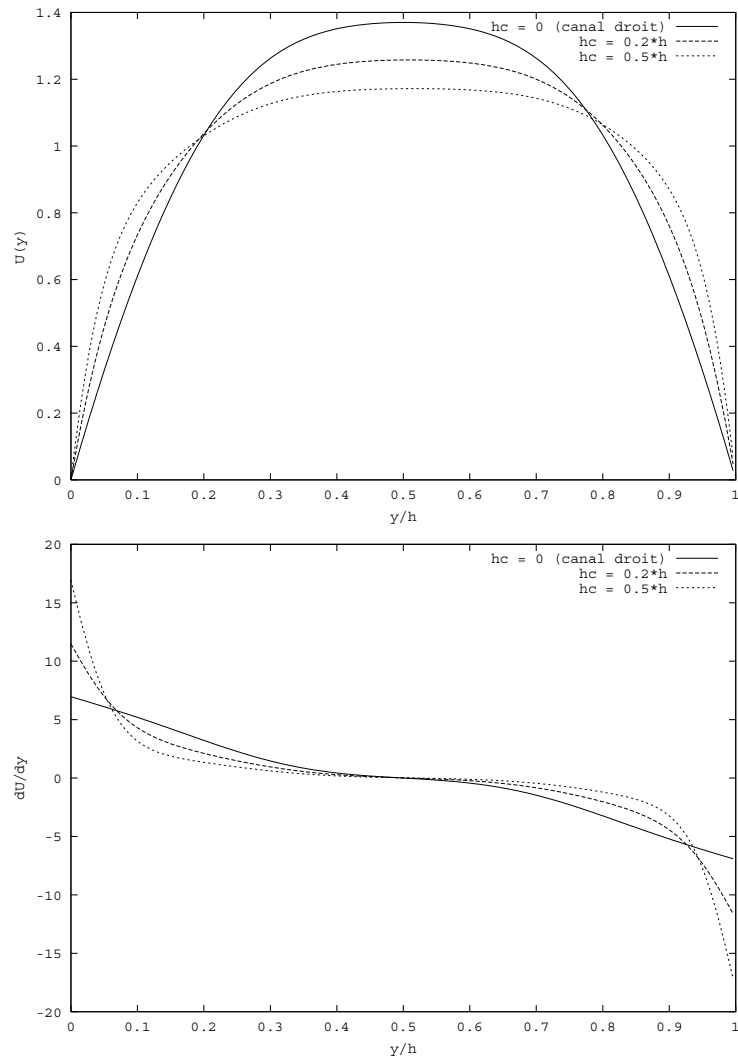


FIG. 5.17 – Influence de la valeur de la hauteur h_c sur le profil de vitesse $U(y)$ en sortie de canal, pour une position du maximum x_c fixé à $0.7 * L$, pour un même nombre de Reynolds $Re = 666$. Plus la hauteur h_c est grande, plus la convergence en sortie de canal est importante, et plus le profil de vitesse de l'écoulement en sortie du canal est abrupt.

gence, et ce de manière d'autant plus flagrante que la convergence imposée en sortie de canal est grande. Cet effet est particulièrement marqué par la mise en place d'une convergence par rapport au canal droit (pour lequel $hc = 0$), comme on le voit figure 5.17 : pour le canal droit, le profil de vitesse en sortie est proche d'un profil de Poiseuille, et à mesure que la hauteur h_c augmente, pour une même position du maximum x_c , le profil devient de plus en plus abrupt. Le profil de vitesse est aussi aplati lorsque la position du maximum x_c est rapprochée de la sortie du canal pour une même hauteur h_c , ce qui est équivalent à rendre la convergence en sortie plus abrupte. Néanmoins l'effet est moins marqué dans ce cas, et nous remarquons surtout une légère asymétrie sur le profil de vitesse lorsque la position du maximum est déplacée vers la sortie (figure 5.16). Cette asymétrie doit avoir une influence sur l'instabilité du jet, et ce point nécessiterait d'être examiné plus en détail. En particulier, Nolle [39] a remarqué qu'un jet issu d'un canal court ($L = 6mm$) asymétrique, dont la paroi supérieure est uniformément convergente alors que la paroi inférieure est plate, présente un profil de vitesse plus abrupt qu'un profil de Poiseuille sur une distance plus longue que celle observée pour un canal symétrique.

Ainsi, la convergence de la paroi supérieure du canal, qu'elle soit uniforme ou parabolôïde semble avoir pour objectif de rendre le profil plus aplati, avec des couches limites plus pentues, en sortie de canal. Nous avons vu précédemment lors de l'étude sur le canal court, qu'un tel profil permet une meilleure sensibilité du système à faible pression d'alimentation, ainsi qu'une production sonore enrichie en harmoniques. Néanmoins, dans le cas du canal court, ces avantages étaient largement contrecarrés par la grande instabilité induite, ainsi que la forte réduction de la plage dynamique à disposition du musicien. Ces phénomènes semblaient être liés à l'augmentation des fluctuations de vitesse en sortie de canal. Plus le canal est long, plus l'action de la viscosité sur l'écoulement à l'intérieur est grande, atténuant ce genre d'oscillations. Un canal long et convergent permettrait d'avoir les avantages d'un profil aplati, sans avoir les inconvénients d'un canal raccourci, particulièrement en terme de stabilité de l'instrument.

5.4 Une prise en compte de la viscosité sur la stabilité

La théorie de stabilité utilisée jusqu'à présent néglige l'étalement du profil de vitesse dû à l'entraînement de l'air environnant, sous l'action de la viscosité. Cela suppose implicitement un profil de vitesse qui n'évolue pas après la sortie du canal et sur lequel on effectue une analyse de stabilité qui permet d'obtenir l'évolution du coefficient d'amplification de la perturbation en fonction de la fréquence. La perturbation du jet par le champ acoustique étant supposée localisée à la lumière du canal, c'est le profil de vitesse du jet à cet endroit qui détermine le mouvement du jet dans le cadre de cette théorie.

La prise en compte rigoureuse de la viscosité impose de résoudre l'équation d'Orr-Sommerfeld (paragraphe 3.1.1). Notre gamme de nombre de Reynolds nous permet cependant de négliger la viscosité en première approximation, et de continuer à utiliser l'équation de Rayleigh. Par contre, nous ne négligeons pas l'étalement du jet, ce qui revient à prendre implicitement en compte l'action de la viscosité sur le profil de vitesse. C'est en quelque sorte une étude d'instabilité hybride que nous nous proposons de faire : nous prenons en compte la viscosité via son influence sur le profil de vitesse mais nous appliquons la théorie de stabilité non visqueuse de Rayleigh. L'utilisation de l'équation de Rayleigh sur un profil qui s'étale est justifiée lorsque la longueur d'onde des perturbations observées sur le jet est petite devant la longueur caractéristique d'évolution du jet. Dans le cas de la flûte à bec, nous poussons cette hypothèse dans ces retranchements puisqu'il n'y a en général qu'un demi-longueur d'onde sur la distance lumière/biseau, alors que le jet se développe pratiquement pleinement. Cette méthode hybride néglige les modes visqueux, c'est-à-dire les modes qui sont instables selon l'équation d'Orr-Sommerfeld mais qui sont stables pour l'équation de Rayleigh, comme nous l'avons vu au paragraphe 3.1.1.

Les programmes de résolution de RNS-p(x) développés dans le canal et dans le jet permettent de mémoriser le profil de vitesse du jet à chaque pas de calcul. Sur chaque profil nous appliquons la résolution de l'équation de Rayleigh, et nous calculons l'évolution du coefficient d'amplification

spatiale en fonction de la fréquence. Nous obtenons ainsi l'évolution du coefficient d'amplification en fonction de la distance parcourue, et de la fréquence, pour un profil de vitesse initial quelconque. Le profil de vitesse initial peut en particulier être issu d'une résolution de RNS-p(x) dans le canal.

Une première étude a été effectuée pour deux profils extrêmes choisis comme profil initial pour le jet : un profil de Poiseuille, et un profil "presque" carré. Nous avons isolé dix profils également répartis sur la distance lumière/biseau. La figure 5.18 montre l'influence de l'évasement du jet sur le coefficient d'amplification spatiale de la perturbation $\alpha_i(f)$: sa fréquence de sensibilité maximale diminue à mesure que le jet s'étale. Ainsi, l'amplification à basse fréquence est peu affectée par l'étalement alors que l'amplification des hautes fréquences chute rapidement. Le coefficient est plus fortement affecté près de la lumière, car le profil de vitesse évolue particulièrement rapidement dans cette zone.

Dans les théories habituellement utilisées, le profil de vitesse du jet n'évolue pas. Cela revient à considérer un coefficient d'amplification indépendant de la distance x , et qui serait celui du premier profil considéré. Il est alors possible de comparer l'amplitude de la perturbation obtenue au niveau du biseau dans le cas où α est indépendant de la distance de propagation x et dans le cas où l'étalement du jet est pris en compte, donc que α est fonction de la distance parcourue :

- dans le cas où la viscosité est négligée, l'amplification $A(f)$ de la perturbation transversale au biseau est calculée par :

$$A_o(f) = Ce^{\alpha_i(f) \cdot W} \quad (5.8)$$

avec W la distance lumière/biseau, $\alpha_i(f)$ le coefficient d'amplification spatiale de la perturbation pour le premier profil de vitesse et pour la fréquence f , et C une constante d'initialisation.

- dans le cas où la viscosité est prise en compte via l'étalement du jet, le coefficient d'amplification α_i dépend non seulement de la fréquence mais aussi de la distance parcourue x . Nous intégrons sur le trajet pour un nombre n de profils équirépartis sur la distance lumière/biseau W :

$$A(f) = Ce^{\sum_{k=1}^{k=n} \alpha_i^k(f) \cdot \frac{W}{n}} \quad (5.9)$$

Le calcul du rapport des deux quantités $A(f)/A_o(f)$ nous permet d'avoir une première estimation de l'erreur commise en négligeant la viscosité. Un rapport proche de 1 indique que l'amplification au biseau est la même, que l'on prenne en compte la viscosité ou pas. Un rapport proche de zéro indique que l'amplification prévue au biseau est très fautive si le profil est considéré comme n'évoluant pas. Les résultats pour $n = 10$ et pour les deux types de profils de vitesse initiaux sont montrés figure 5.19.

Le rapport A/A_o s'effondre plus ou moins rapidement selon le profil initial. Dans le cas du profil initial de type Poiseuille, ce rapport remonte à 1 lorsqu'on est proche de la fréquence de coupure ($Str_c \simeq 1.3$), mais à cet endroit de toute façon l'amplification est nulle. La zone où l'hypothèse d'écoulement non visqueux induit une erreur supérieure à 10% est $Str_h \in [0.25 : 1.2]$. Partout ailleurs l'hypothèse d'un jet n'évoluant pas semble raisonnable. Lorsque le profil de vitesse à la lumière est quasi-carré, l'amplification du jet au biseau est bien approximée par la théorie non visqueuse pour une plage de nombre de Strouhal allant jusqu'à 0.5, après le rapport A/A_o s'effondre rapidement à zéro. Dans cette zone de nombre de Strouhal, l'approximation d'écoulement non visqueux semble donc particulièrement fautive pour l'estimation de l'amplification de la perturbation au biseau. A faible nombre de Strouhal, la plage de validité de l'hypothèse non-visqueuse est nettement plus étendue quand le profil initial est de type carré. Dans les deux cas, l'amplification des hautes fréquences semble difficile d'accès. Nous avons vu qu'un canal long et convergent permet d'avoir un système stable, tout en ayant un profil de jet "aiguisé" donc plus sensible aux hautes fréquences. L'étalement du jet semble limiter l'effet de cette convergence.

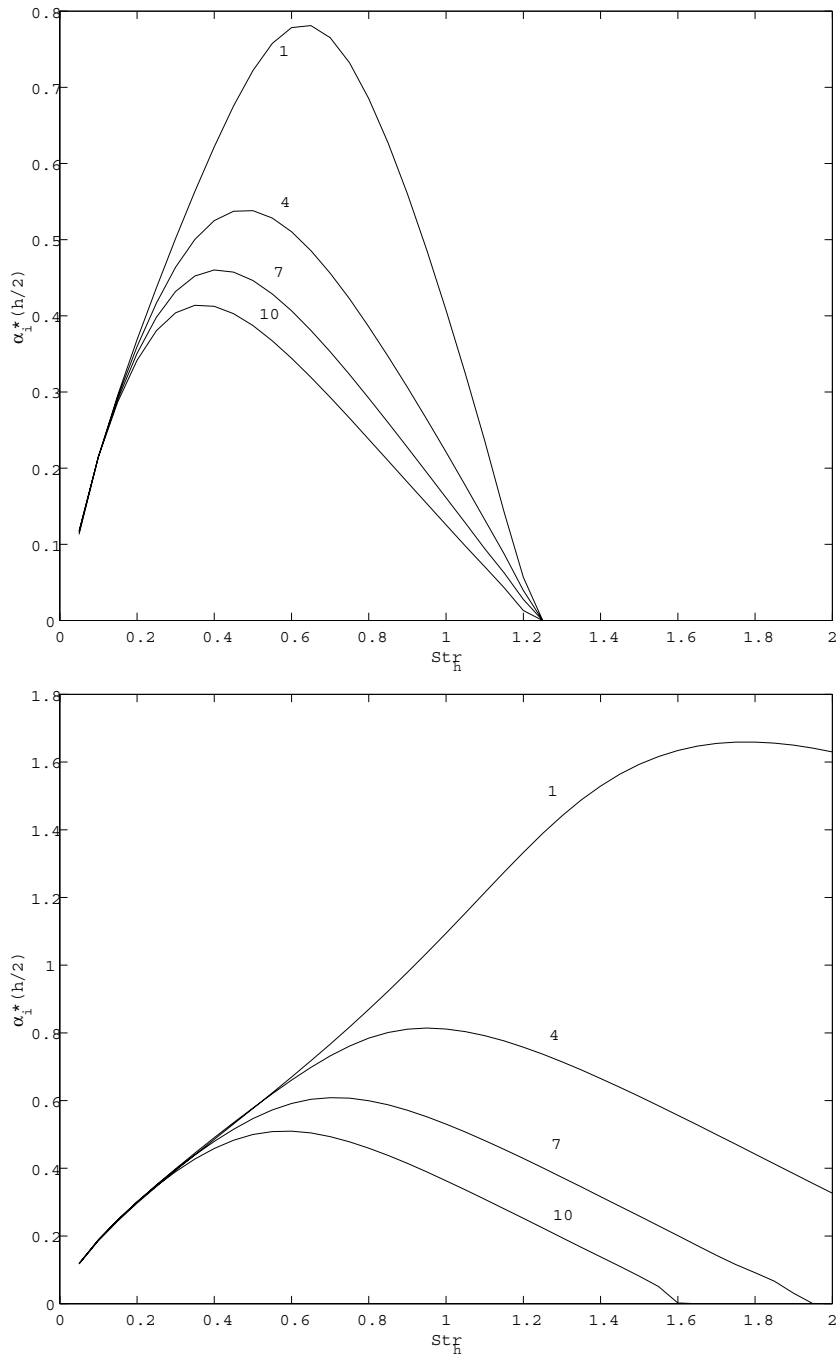


FIG. 5.18 – Evolution du coefficient d'amplification α_i en fonction du Strouhal et de la distance à la lumière. [**Haut**] : profil initial de Poiseuille. [**Bas**] : profil initial en quasi haut-de-forme. Le pas d'intégration spatial est de $W/10$, W étant la distance lumière/biseau. Pour la clarté de la figure, ne sont représentés les courbes d'évolution de α_i en fonction de Strouhal que pour les pas numéros 1,4,7,10, comme indiqué par les numéros sur les courbes.

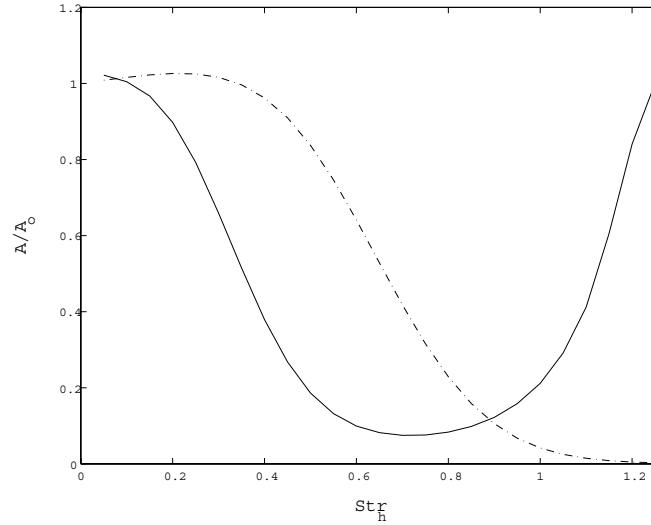


FIG. 5.19 – Rapport des amplitudes des perturbations au biseau des théories visqueuses et non visqueuses, en fonction de la fréquence, pour un profil initial de Poiseuille [trait plein] ou quasi haut-de-forme [pointillé].

5.5 Un premier modèle de réceptivité

Nous avons vu au paragraphe 3.2 que la réceptivité du jet au champ acoustique transversal est un thème de recherche qui reste délicat et pour lequel les modèles présentés jusqu'à présent sont plutôt de nature intuitive ou semi-empirique. Le modèle simple de réceptivité que nous proposons ici prend en compte la perturbation acoustique par simple combinaison des vitesses transversales $\tilde{v} = v + v_{ac}$, où v_{ac} est la vitesse acoustique transversale et v la vitesse transversale de perturbation. Cette combinaison modifie l'équation de stabilité de Rayleigh qui devient :

$$\left(U(y) - \frac{\omega}{\alpha} \right) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \alpha^2 v \right) - \frac{d^2 U}{dy^2} (v + v_{ac}) = 0 \quad (5.10)$$

La résolution de cette équation permet d'obtenir l'évolution du coefficient d'amplification spatiale en fonction du nombre de Strouhal lorsque le jet est soumis à un champ acoustique d'amplitude v_{ac} . Cette équation est résolue pour un profil de Bickley de vitesse centrale 10 et pour une vitesse acoustique $v_{ac} = 1$, ce qui correspond à des ordres de grandeurs relatifs observés dans une flûte à bec. La figure 5.20 compare l'évolution du coefficient d'amplification α_i obtenue en fonction du nombre Strouhal avec le cas où le champ acoustique n'est pas pris en compte.

Nous observons que cette simple prise en compte de la vitesse transversale dans l'instabilité du jet modifie notablement l'allure de l'évolution du coefficient d'amplification en fonction du nombre de Strouhal. Notamment, la fréquence de coupure est fortement réduite et le pic de maximum de sensibilité est plus étalé. Pour déterminer complètement l'influence de la vitesse acoustique transversale sur le mouvement du jet, il conviendrait ensuite de prendre en compte la modification de la phase acoustique pendant le temps de parcours lumière/biseau, puisque celle-ci tend à s'inverser. Ce modèle n'est pour le moment qu'au stade exploratoire et nécessiterait d'être validé.

5.6 Confrontation expérimentale

L'étude du mouvement du jet en fonction du profil de vitesse a été effectuée en utilisant la théorie linéaire, comme cela est fait généralement. Cette méthode ne prend pas en compte l'effet de la viscosité et considère un jet ne s'étalant pas, et ayant un profil de vitesse constant le long de l'écoulement. L'utilisation de la simulation numérique type RNS nous a permis une première prise en compte de la viscosité via une analyse mixte : prise en compte de la viscosité sur les pro-

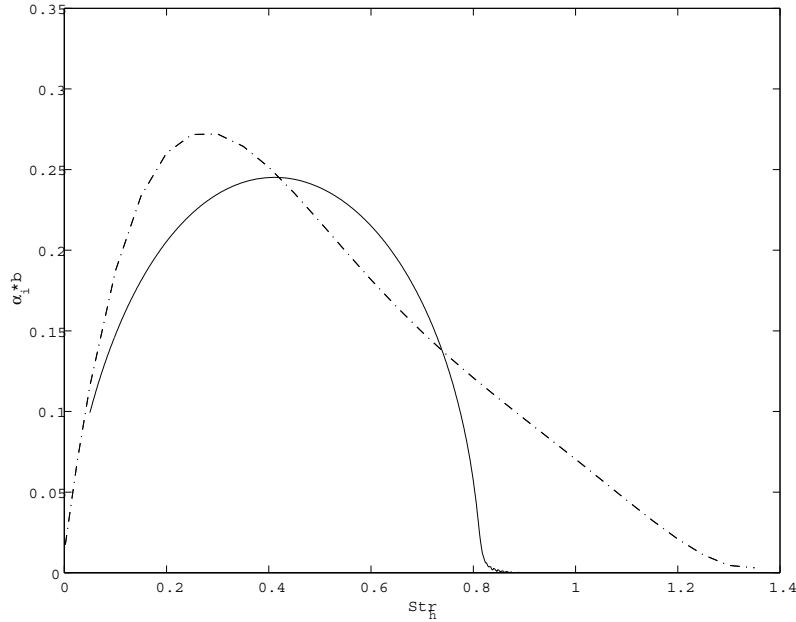


FIG. 5.20 – Evolution du coefficient d’amplification adimensionné $\alpha_i b$ en fonction du Strouhal $St x_h$, pour un profil de vitesse de Bickley. En pointillé, l’instabilité du jet seule. En trait plein, modèle simple de réceptivité, par combinaison des vitesses de perturbation transversales $\tilde{v} = v + v_{ac}$, avec v_{ac} pris constant sur toute la distance lumière/biseau.

files de vitesse par la résolution RNS de l’écoulement, puis analyse de stabilité linéaire sur ces profils.

Nous avons une autre théorie à notre disposition, non-linéaire, de type Holger, qui modélise le jet par une allée de tourbillons alternés, après une zone de transition. Dans ce cas il n’est pas question d’amplification de jet, seulement de vitesse de propagation des tourbillons, et cela donne des résultats théoriques différents. Nous avons discuté au paragraphe 3.1 du fait que les deux modèles semblent difficilement départageables à l’heure actuelle. Au vu des amplitudes de fluctuations de jet typiques dans les flûtes à bec, la théorie linéaire n’est valable que très près de la lumière. L’apparition de structures cohérentes au niveau du biseau laissent penser qu’à cet endroit c’est plutôt une théorie de type Holger qui serait valable (figure 5.21).

Nous cherchons à savoir quelles sont les plages de meilleure adéquation de l’une ou l’autre théorie en fonction du nombre de Strouhal et de la longueur du canal, grâce à l’observation expérimentale. La longueur du canal influence la structure tourbillonnaire du jet, comme les visualisations présentées au chapitre précédent le montrent. Il se pourrait que la théorie la plus adaptée ne soit pas la même selon que le canal est long ou court. En particulier, les structures tourbillonnaires étant plus nombreuses lorsque le canal est court, une théorie de type Holger pourrait s’avérer plus adaptée dans ce cas.

La plupart des travaux expérimentaux sur ce sujet utilisent la technique du fil chaud afin de déterminer les coefficients d’amplification et de vitesse de propagation sur le jet, comme Nolle [39] par exemple. Le principal inconvénient de cette méthode est que l’on ne peut distinguer ce qui provient de l’écoulement du jet de ce qui provient de l’écoulement d’origine acoustique. Plus récemment, Yoshikawa [78] a mesuré ces coefficients par détection visuelle de la ligne centrale et de l’enveloppe d’un jet de fumée dans une configuration d’orgue. Nous avons utilisé sensiblement la même méthode, en essayant d’automatiser le traitement des images obtenues.

Nous ne traitons ici que de la vitesse de propagation des perturbations sur le jet. Nous disposons d’un dispositif expérimental décrit en annexe E permettant de simuler une flûte en maîtrisant

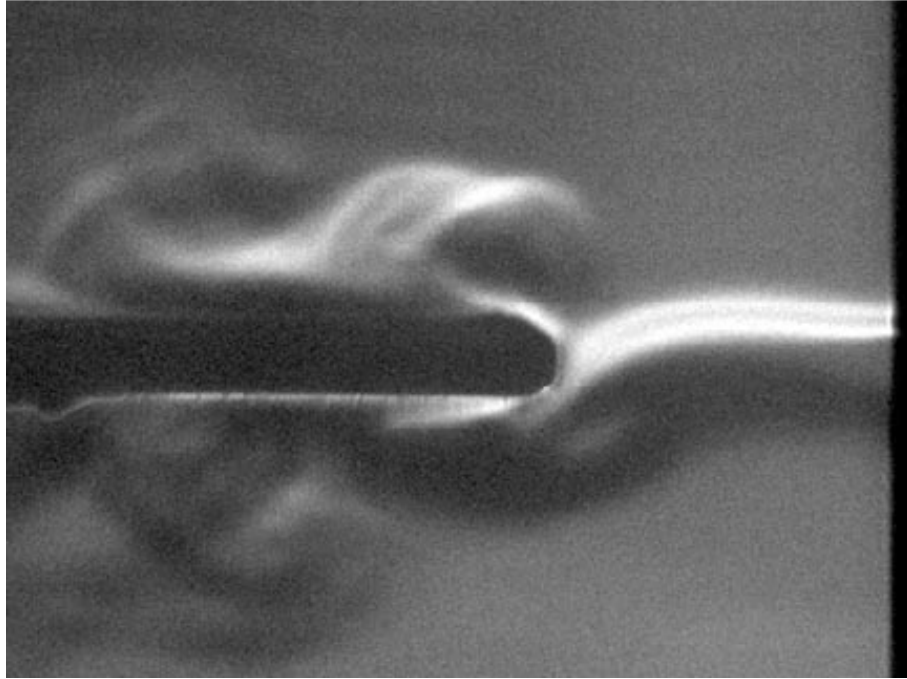


FIG. 5.21 – Visualisation d’écoulement avec notre dispositif expérimental (cf. annexe E) : le résonateur est simulé par un haut-parleur transversal. La photographie suggère que le biseau se trouve dans la zone de transition du modèle de Holger mais néanmoins suffisamment loin pour qu’à l’approche du biseau la théorie linéaire ne soit plus valide.

la fréquence d’excitation du jet et sa vitesse, tout en effectuant simultanément des visualisations d’écoulement. L’utilisation de la synchronisation entre la caméra et le programme pilotant la caméra permet d’obtenir les images de plusieurs phases bien repérées de l’oscillation du jet. Notre but ici est d’essayer de déterminer la vitesse de phase des perturbations sur le jet par traitement des images obtenues pour différents nombres de Strouhal et différentes longueurs de canal puis de confronter les résultats aux théories linéaire et non-linéaires.

Pour déterminer la vitesse de propagation des perturbations sur le jet, nous suivons d’image en image l’évolution spatiale de différents points choisis dans l’écoulement pour la facilité de leur détection, sur plusieurs phases repérées précisément. Nous commençons par détecter la ligne centrale du jet. Ceci se fait aisément car sur une ligne verticale de niveau de gris de l’image (figure 5.22), c’est le point de transition entre la zone noire et la zone blanche du jet, la zone noire correspondant à la zone où la lumière a été défléchie sur la lame. La technique fonctionne bien tant que le jet n’est pas trop perturbé par la turbulence, ou que des structures tourbillonnaires ne donnent lieu à une double structure sur une ligne verticale. Cela restreint fortement la zone utilisable (figure 5.23). Puis nous détectons l’évolution de la position des points d’intersection avec l’axe de référence x en fonction du temps. Cette opération est appliquée automatiquement sur plusieurs images. Nous obtenons des droites dont la pente moyennée nous fournit une estimation de la vitesse de perturbation (figure 5.24).

Cette méthode donne de bons résultats tant que le nombre de Strouhal n’est pas trop élevé. Dans ce cas les structures tourbillonnaires présentes deviennent telles que la détection de la ligne moyenne du jet est difficile. Ce problème apparaît plus tôt dans le cas d’un canal court pour lequel les structures tourbillonnaires deviennent importantes pour de plus faibles valeurs du nombre de Strouhal que ce qui est observé dans le cas du canal long.

La comparaison des résultats expérimentaux avec la théorie linéaire se fait en considérant un profil de vitesse de Bickley en sortie du canal long, et un profil de type Nolle en sortie du canal

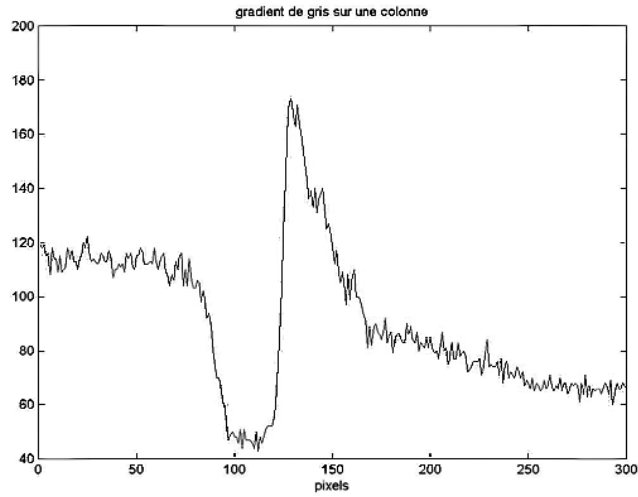


FIG. 5.22 – Niveaux de gris sur une ligne verticale d’une image typique de jet obtenue sur l’ordinateur. On voit nettement apparaître une zone de surbrillance et une zone plus sombre, correspondant aux frontières du jet.

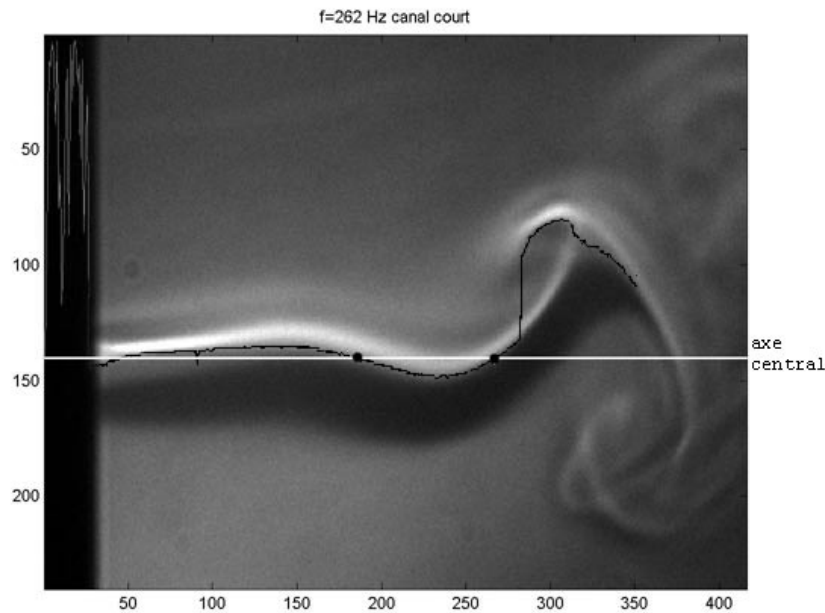


FIG. 5.23 – Détection de la ligne centrale et des points d’intersection de cette ligne avec l’axe de référence sur une visualisation de jet typique obtenue avec notre système expérimental.

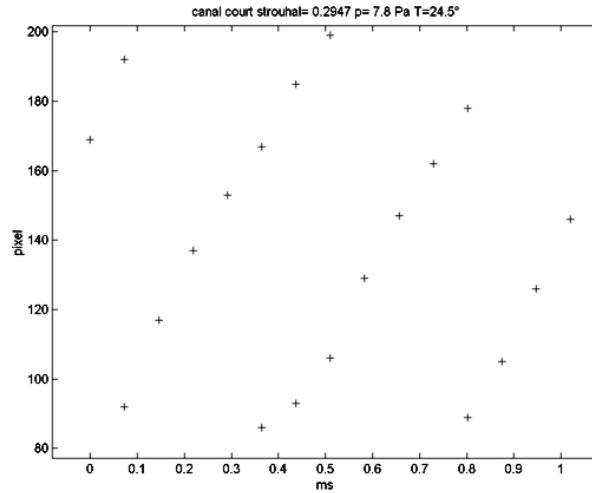


FIG. 5.24 – Exemple de suivi de points en fonction du temps, la vitesse de phase de la perturbation est la pente de ces droites.

court, comme expliqué au paragraphe 5.2. Les résultats sont présentés figure 5.25 et comparés avec les prédictions théoriques linéaire et non linéaire.

Lorsque le canal est long, les points de mesure semblent mieux prédits par la théorie de Holger que par la théorie linéaire, sauf à fort nombre de Strouhal. Quand le canal est court par contre, la théorie non linéaire semble plus adaptée quelque soit le nombre Strouhal. La comparaison du comportement du canal long et du canal court montre que pour des nombres de Strouhal inférieurs à $\simeq 0.2$ les deux comportements sont différents. La vitesse de phase de la configuration avec un canal court est supérieure à celle de la configuration avec un canal long. Au-delà, les deux comportements sont à peu près similaires. Nolle [39] a montré que dans le cadre de la théorie linéaire, la vitesse de propagation à faible nombre de Strouhal est fortement fonction du caractère abrupt du profil de vitesse : un profil de type Nolle avec $n \neq 1$ présente une vitesse de propagation plus rapide qu'un profil type Bickley ($n = 1$). Ces résultats confirment l'intérêt de la théorie non-linéaire. Celle-ci pourrait être raffinée en considérant une allée de tourbillons divergente qui correspondrait mieux à la réalité (Holger considère une allée stable de tourbillons).

Néanmoins, les résultats ne sont pas très concluants; en particulier la dispersion des points de mesure est assez importante. Pour modifier le nombre de Strouhal, nous avons fixé la pression d'alimentation et varié la fréquence du haut-parleur. Malgré l'effort qui a été fait pour isoler acoustiquement le système expérimental de toute réflexion, l'impédance acoustique locale liée à la présence de surfaces réfléchissantes est modifiée. L'isolation n'est de toute façon pas parfaite. Un moyen d'éviter ce genre de phénomène serait de faire varier le nombre de Strouhal en modifiant la pression d'alimentation, à fréquence de haut-parleur constante.

Nous avons aussi étudié l'influence de la vitesse acoustique sur les mesures. Simultanément avec les visualisations, des mesures de vitesse acoustiques ont été effectuées, grâce à un doublet de microphones B&K disposés dans l'axe du haut-parleur. Les deux microphones ont un espacement connu $\Delta e = 2.5\text{cm}$ et captent chacun une pression p_1 et p_2 . L'équation d'Euler linéarisée s'écrit :

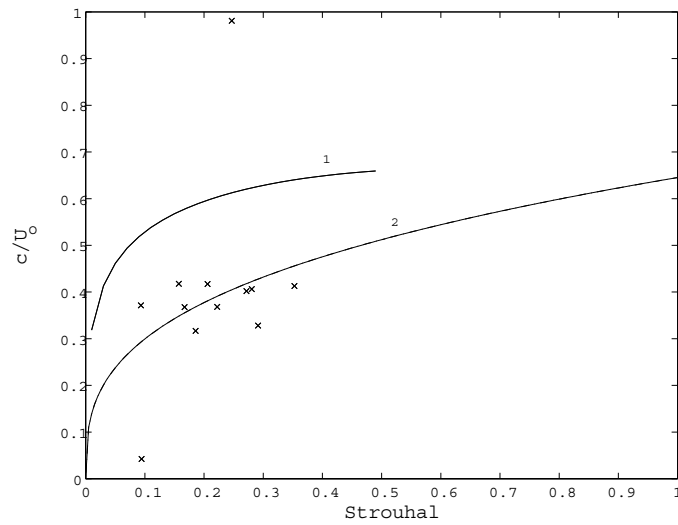
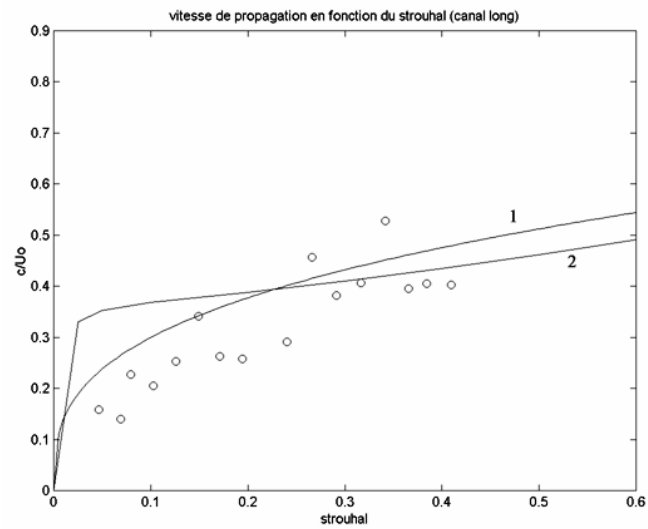


FIG. 5.25 – Vitesse de propagation adimensionnée mesurée (\circ) et comparée avec (1) la théorie linéaire (pour un profil de Bickley dans le cas du canal long, profil de Nolle $n=5$ pour le canal court) et (2) la théorie non-linéaire de Holger. [**Haut**] : canal long [**Bas**] : canal court.

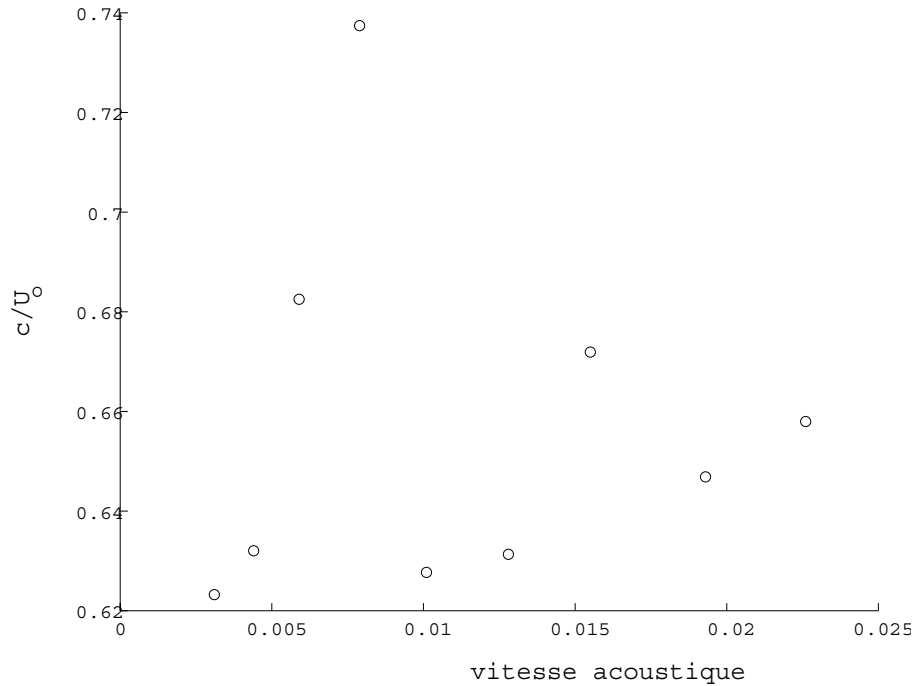


FIG. 5.26 – Evolution de la vitesse de propagation des perturbations sur le jet en fonction de la vitesse acoustique. Le nombre de Strouhal est fixe et vaut 0.4. Le canal utilisé est un canal court. A part un point manifestement pathologique, l'influence de la vitesse acoustique sur la vitesse de propagation est inférieure à 5%.

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla p$$

En régime harmonique, la vitesse acoustique v_a se déduit de la mesure de la différence de pression et de l'espacement des microphones par :

$$|v_a| = \frac{1}{\rho \omega} \frac{p_2 - p_1}{\Delta e} \quad (5.11)$$

où ω est la fréquence angulaire du champ acoustique. Les mesures ont été faites à nombre de Strouhal constant, en modifiant la vitesse acoustique. Pour la gamme de fréquence dans laquelle nous nous situons, les mesures obtenues par les *B&K* sont directement exploitables et ne nécessitent pas de calibration au préalable (ce qui serait le cas pour des zones de fréquences plus faibles ou plus élevées). L'évolution de la vitesse de propagation en fonction de la vitesse acoustique est montrée figure 5.26. Si l'on met de côté le point correspondant à une vitesse de propagation adimensionnée égale à 0.73, qui semble manifestement problématique, l'écart entre les résultats ne dépasse pas 5%. Nous faisons donc l'hypothèse que la vitesse acoustique n'a que peu d'influence sur la vitesse de propagation du jet.

Des essais de détermination du coefficient d'amplification en fonction du nombre de Strouhal et du canal ont été faites. L'idée est de confronter les résultats expérimentaux aux résultats théoriques. Pour le moment, les techniques employées se heurtent au fait que nous ne disposons sur une image que d'une demi-période spatiale d'oscillation, ce qui ne semble pas suffisant pour la détection fiable d'une exponentielle.

5.7 Discussion

Ce chapitre a permis d'étudier l'influence de la modification géométrique du canal de formation d'un jet sur son instabilité, à partir de la détermination de son profil de vitesse. Différentes méthodes ont été utilisées.

La méthode expérimentale directe consiste à effectuer des mesures au fil chaud en sortie du canal à étudier. Les inconvénients de cette méthode sont nombreux : la mesure ne permet pas de distinguer ce qui provient du jet de ce qui provient du champ acoustique, c'est une technique intrusive qui perturbe l'écoulement et qui ne permet pas des mesures trop proche de la lumière où le profil évolue rapidement. De plus cela ne permet de tester qu'un nombre restreint de configurations, dont on connaît le profil interne avec précision.

La méthode de prédiction analytique présentée au paragraphe 5.2 permet une première analyse, et nous a permis d'interpréter certains résultats expérimentaux observés. Cependant, cette méthode n'est applicable que lorsqu'un modèle est disponible, ce qui restreint considérablement son intérêt. Elle nécessite aussi d'émettre des hypothèses physiques afin de relier le profil de vitesse du jet avec le profil de vitesse de l'écoulement interne en sortie de canal. Le choix de ces hypothèses influencent sensiblement les résultats. Cette méthode est justifiée lorsque l'alternative est la simulation numérique de type Navier-Stokes qui est très lourde en terme de temps de calcul et de mémoire requise. Cela n'est plus vrai avec la simulation numérique d'équations simplifiées RNS-p(x) qui a été présentée au paragraphe 5.3.2.

La simulation d'écoulement par résolution des équations RNS-p(x) est extrêmement rapide et souple d'emploi. Les hypothèses permettant de simplifier les équations de Navier-Stokes ne sont pas valables en entrée et en sortie du canal, mais les comparaisons avec un logiciel de simulation de NS sont suffisamment concordantes pour que l'utilisation des RNS-p(x) soit justifiée en première analyse. La résolution ds RNS-p(x) permet de tester rapidement beaucoup de configurations et d'avoir en plus accès aux détails de l'écoulement (telle que l'évolution de la pression dans le canal). Elles ont aussi permis une première prise en compte de l'influence de l'étalement du jet sur le coefficient d'amplification des perturbations spatiales sur le jet, effet le plus souvent négligé dans les modélisations. Cette étude indique que l'étalement du jet doit être pris en compte pour le calcul de l'amplification du jet au biseau, sauf pour de faibles nombres de Strouhal.

Chapitre 6

Effet du canal sur l'interaction jet/biseau : étude préliminaire

Les chapitres précédents ont permis de montrer la forte influence de certains paramètres géométriques du canal de formation du jet sur le mouvement du jet. Le mouvement du jet autour du biseau, qui se produit à la fréquence de la perturbation, permet de fournir l'énergie nécessaire à l'entretien des oscillations. Nous essayons ici d'étudier l'influence de la géométrie amont sur la production du son.

Un modèle de source aéroacoustique souvent retenu est celui développé par Coltman [54] et repris par Verge & coll. [50]. Dans ce modèle, on considère 2 sources de débit acoustique Q_{in} et Q_{out} en opposition de phase, de part et d'autre du biseau, induites par le mouvement oscillant du jet. Ces deux sources en opposition de phase constituent un dipôle source, équivalent à une force. La relation entre les deux termes de débit et le mouvement transversal du jet au biseau est fonction du profil de vitesse du jet au biseau et s'écrit, comme suggéré par Cremer & Ising [79] :

$$Q_{in} = H \int_{-\infty}^0 V(y - \eta(W)) dy \quad (6.1)$$

où H est la largeur du biseau, $\eta(x)$ le déplacement estimé du jet à la position x , W la distance lumière/biseau, et $V(y)$ le profil de vitesse du jet au biseau. Si ce modèle mène à des résultats satisfaisants en première approximation, il ne permet cependant pas de prévoir un comportement source différent pour des géométries différentes dès lors que le mouvement du jet est ample au biseau : les deux débits Q_{in} et Q_{out} sont alors des fonctions saturées.

Le premier paragraphe va nous permettre de montrer le lien entre son rayonné et sources aéroacoustiques au biseau. Pour cela nous commençons par exposer l'analogie de Lighthill, puis les conséquences sur la relation entre la force subie par le biseau et le son rayonné étudié théoriquement et expérimentalement par Powell [47] dans le cadre d'un son de biseau.

Dans une seconde partie, nous détaillons le fonctionnement du son de biseau, ainsi que l'expérience que nous avons mise en place afin d'effectuer des mesures de force au biseau. Enfin nous présentons les tous premiers résultats de cette expérience.

6.1 Les sources aéroacoustiques : l'analogie de Lighthill

L'analogie de Lighthill [80, 81] permet de décrire la production du son à partir de sources dites *aéro-acoustiques* induites par un écoulement instationnaire. L'idée clé de cette analogie est de considérer l'observateur comme plongé dans un fluide uniforme ayant des propriétés constantes (pression p_0 , masse volumique ρ_0 ...) et au repos. L'observateur est supposé être hors de la région source, de taille finie, dans laquelle les hypothèses ci-dessus ne sont plus respectées. Le champ acoustique est alors défini comme une perturbation linéaire (p' , ρ' ...) du fluide au repos :

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p' \\ \rho &= \rho_0 + \rho' \end{aligned} \quad (6.2)$$

Cela revient à considérer presque partout une propagation linéaire des ondes acoustiques, et à confiner les phénomènes non-linéaires dans une région de taille finie. L'analogie de Lighthill s'obtient par recombinaison astucieuse des équations de conservation de masse et de moment et donne :

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i^2} = \frac{1}{c_0^2} \left(\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial q_m}{\partial t} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \right) \quad (6.3)$$

avec c_0 vitesse du son dans le fluide au repos dans lequel l'observateur se trouve, ρ' partie fluctuante de la masse volumique au point d'observation, \vec{x} le vecteur position, q_m source de masse, \vec{f} un vecteur densité de force extérieure et T_{ij} le tenseur de Lighthill qui est défini par :

$$T_{ij} = \rho v_i v_j - \tau_{ij} + (p' - c_0^2 \rho') \delta_{ij} \quad (6.4)$$

où \vec{v} est le vecteur vitesse, τ_{ij} le tenseur de contrainte visqueuse, et δ_{ij} le symbole de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ sinon). Cette équation est de la forme :

$$\square^2 \rho' = Q_a$$

où Q_a sont appelées sources aéroacoustiques. Dans les régions de l'espace où les termes de droite de l'équation sont négligeables, celle-ci se réduit à l'équation linéaire et homogène de propagation des ondes acoustiques. La région source sera la région dans laquelle Q_a n'est pas négligeable.

Il est parfois plus intéressant d'écrire l'analogie de Lighthill en terme de fluctuation de pression p' et cela donne :

$$\frac{1}{c_o^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho v_i v_j - \tau_{ij}) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{p'}{c_o^2} - \rho' \right) + \frac{\partial q_m}{\partial t} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \quad (6.5)$$

Il faut noter que le choix de la variable avec laquelle est écrite l'analogie influe sur l'écriture des sources aéroacoustiques, le membre de droite de l'équation étant modifié. L'étude du membre de droite permet d'identifier cinq contributions dans le terme source [9] :

- les fluctuations de $\rho v_i v_j$, source de nature quadripolaire qui représente la production du son due aux phénomènes de convection non-linéaires telles que la turbulence et le départ de tourbillons.
- frottement visqueux : fluctuations de τ_{ij}
- entropie : fluctuations de $(p'/c_o^2 - \rho')$
- injection de volume : source monopolaire due aux fluctuations de l'injection de masse q_m
- force extérieure : terme $(-\partial f_i / \partial x_i)$ source de nature dipolaire, qui représente l'effet d'une force extérieure agissant sur le fluide.

L'analogie de Lighthill est une équation **exacte** étant donné qu'aucune approximation n'a été faite, et qu'elle n'a été obtenue que par simple réécriture des équations de base de l'hydrodynamique. La résolution n'est pas simplifiée au contraire, puisqu'il n'y a plus qu'une équation avec quatre inconnues au lieu des quatre équations initiales (l'équation de conservation de masse, et les trois composantes de l'équation de conservation du moment). Cette analogie n'est donc intéressante que dans certaines configurations permettant de faire des approximations. Elle permet par exemple de décrire correctement et assez simplement la production de bruit par un jet circulaire en champ libre de vitesse moyenne U_j telle que le nombre de Mach $M = U_j/c_o = O(10^{-1})$, pour lequel le terme source $(\partial^2 \rho v_i v_j / \partial x_i \partial x_j)$ est dominant. La production du bruit peut être augmentée en plaçant un objet dans l'écoulement. La force qu'exerce le jet sur l'écoulement devient alors le terme prépondérant. Dans ce cas, le champ acoustique rayonné peut se déduire des forces exercées par l'écoulement sur l'objet, comme conclu par Powell [47] dans une configuration de son de biseau. C'est ce que nous détaillons dans le paragraphe suivant.

6.2 Mesures de force au biseau et champ lointain rayonné

Powell [47] s'intéresse à une configuration dite de "son de biseau", dans laquelle le son est le résultat de l'interaction entre un jet instable et un biseau. Le biseau est placé en face d'un canal en sortie duquel est formé un jet. Même si les perturbations transversales subies par le jet sont très différentes, ne serait-ce que par leur ordre de grandeur, nous faisons l'hypothèse que le mécanisme de production du son par l'interaction jet-biseau est similaire à celui de la flûte à bec, avec la différence notable qu'il n'y a pas de résonateur imposant la fréquence d'oscillation. Dans ce cas, la fréquence est en première approximation directement proportionnelle à la vitesse du jet. Les détails de ce mécanisme seront décrit dans le paragraphe suivant.

Powell part de l'écriture intégrale de l'analogie de Lighthill faite par Curle [82] qui fournit la pression acoustique $p'(x)$ en un point d'observation x placé en dehors de la région source :

$$\begin{aligned}
\pi p'(x, t) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{V_0} T_{ij}^* \frac{dV}{r} \\
&+ \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{S_0} (\rho v_i v_n + p_i)^* \frac{dS}{r} - \int_{S_0} \left(\frac{\partial \rho v_n}{\partial t} \right)^* \frac{dS}{r} \\
&+ \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{S_1} l_i p^* \frac{dS}{r} - \int_{S_1} \rho_0 \left(\frac{\partial v_n}{\partial t} \right)^* \frac{dS}{r}
\end{aligned} \tag{6.6}$$

avec \vec{T} est le vecteur normal au biseau dirigé vers l'extérieur d'où $p_i = l_j p_{ij}$, V_0 est un volume contenant l'intégralité de l'écoulement du jet, S_0 est l'ensemble des surfaces en contact avec ou traversant l'écoulement (contenant donc entre autre le biseau et la lumière du canal de formation du jet), S_1 les surfaces frontières extérieures à l'écoulement (comme les différentes structures de support par exemple), $r = x - y$, v_i est la vitesse du fluide et $v_n = l_i v_i$ est la composante normale à la surface. L'étoile indique le temps retardé (temps nécessaire pour qu'un phénomène se déroulant au point y soit observé au point x), par exemple $T_{ij}^* \equiv T_{ij}(t - r/c_0)$ où c_0 est la vitesse du son.

Dans le cadre de l'analogie de Lighthill, les termes de droite de l'équation sont assimilés à des termes sources qu'il convient d'identifier et éventuellement de négliger afin de faciliter la résolution. Les hypothèses de Powell sont :

- les structures ne vibrent pas et sont imperméables, ce qui est généralement admis, et implique que $v_n = 0$ sur toute la surface, sauf la partie de la surface S_0 qui traverse l'écoulement. Si l'écoulement est supposé stable dans le canal, cela permet de simplifier toutes les intégrales de surface contenant v_n .
- les longueurs d'ondes acoustiques en jeu étant beaucoup plus grandes que les grandeurs caractéristiques du problème, la région est considérée comme compacte, ce qui permet notamment de sortir l'opérateur de retard hors des intégrales de surface et de volume.
- il n'y a pas de surfaces réfléchissantes ou résonantes (condition de champ libre), ce qui permet de faire l'approximation d'onde plane en champ lointain :

$$r \simeq |\vec{x}| \text{ et } \frac{\partial}{\partial x_i} \simeq \frac{1}{c_0} \frac{x_i}{|\vec{x}|} \frac{\partial}{\partial t}$$

Comme suggéré par Lighthill, le tenseur T_{ij} est approximé par $T_{ij} \simeq \rho_0 v_i v_j$ et l'équation en champ lointain se réduit alors à :

$$4\pi p'(x, t) \simeq \frac{1}{x c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{V_0} \rho_0 v_x^2 dV^* - \frac{1}{x c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_0} p'_x dS^* \tag{6.7}$$

où p'_x et v_x sont les composantes de p' et de v dans la direction du point d'observation. La seconde intégrale $\int_{S_0} p'_x dS$ représente la force instantannée F_x induite par la présence du biseau sur l'écoulement.

La condition pour que la contribution due à la force domine par rapport au premier terme s'écrit, en faisant l'hypothèse que $p'_x \simeq \rho_0 v^2$:

$$(\rho_0 \omega^2 / c_0^2) v_x^2 V_0 \ll (\rho_0 \omega / c_0) v^2 S_e \cos \theta \tag{6.8}$$

où S_e est la surface du biseau projetée sur la surface du jet, et θ l'angle entre la normale au plan du jet et le point d'observation. Cette condition est remplie si la distance lumière/ biseau W est petite devant la longueur d'onde λ soit $W \ll \lambda$, relation qui avait déjà été supposée comme vérifiée quand l'hypothèse de compacité de la région avait été faite. Ainsi, dans cette configuration, la production du son est dominée par la source de son de nature dipolaire associée à la force exercée par le biseau sur le fluide. Powell aboutit à une relation simple reliant force mesurée au biseau F et champ rayonné $p'(x)$:

$$p'(x) \simeq -\frac{1}{4\pi} \frac{i\omega F^*}{x c_0} \frac{1 + 2\pi i x / \lambda}{2\pi i x / \lambda} \cos \theta \tag{6.9}$$

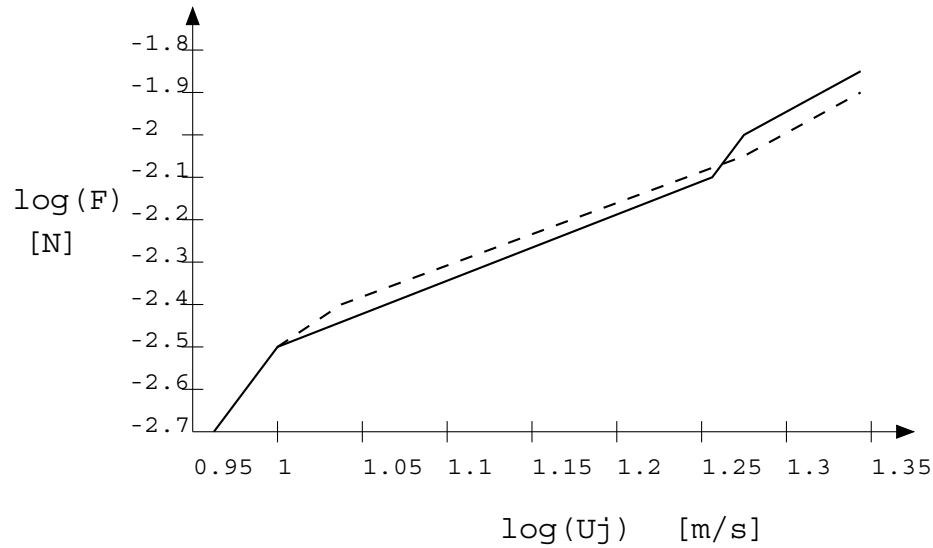


FIG. 6.1 – Force mesurée F au biseau d’une configuration de son de biseau (*trait plein*) et de la force calculée déduite des mesures de pression acoustique en champ lointain (*trait pointillé*). (d’après Powell [47]).

Le terme correctif $(1 + 2\pi ix/\lambda) / 2\pi ix/\lambda$ permet de prendre en compte des positions d’observation à la limite d’application des hypothèses de champ lointain, ceci pour des raisons pratiques car à part si les mesures se font dans une chambre anéchoïque, il est difficile de placer le microphone loin et d’éviter des perturbations dues aux réflexions.

Powell effectue une vérification expérimentale de l’équation 6.9. Il compare la force mesurée au biseau à la force déduite de la mesure simultanée de la pression acoustique rayonnée, pour différentes vitesses du jet. La force subie par le biseau est mesurée par des transducteurs piézo-électriques placés sur les deux bras longs et fins qui soutiennent le biseau. Le canal de formation du jet est tel qu’un profil de vitesse parabolique de type Poiseuille est obtenu en sortie. Les résultats sont montrés figure 6.1 et les deux courbes sont très proches.

Nous voulons appliquer la même méthode à la flûte entière, afin de pouvoir relier la force mesurée au biseau et le son rayonné. L’idée étant que si l’on arrive aussi à relier mouvement de jet et force mesurée au biseau, nous pourrions alors être capable de prévoir l’influence d’une modification géométrique du canal de formation du jet sur le son rayonné. Ce serait un pas supplémentaire vers une étude de l’influence de caractéristiques géométriques du canal sur la qualité du son produit¹.

Lorsqu’on traite de la flûte en entier, par rapport à la configuration de son de biseau il est nécessaire de prendre en compte le résonateur. Dans un premier temps, par souci de validation, nous avons travaillé sans le résonateur et nous avons mis en place une expérience voisine de celle de Powell. Nous commençons par décrire dans le paragraphe suivant les mécanismes de fonctionnement du son de biseau plus en détail. Ensuite, nous détaillons le système expérimental que nous avons mis en place et présentons les premiers résultats.

6.3 Mécanisme du son de biseau

Le *son de biseau* est le résultat de l’interaction entre un jet instable et une structure, le biseau. Contrairement aux instruments de type flûte à bec, il n’y a pas de résonateur qui impose la fréquence d’oscillation du jet, mais le système peut aussi être en auto-oscillation. Depuis la fin du

¹la *qualité de son produit* restant une notion à définir rigoureusement

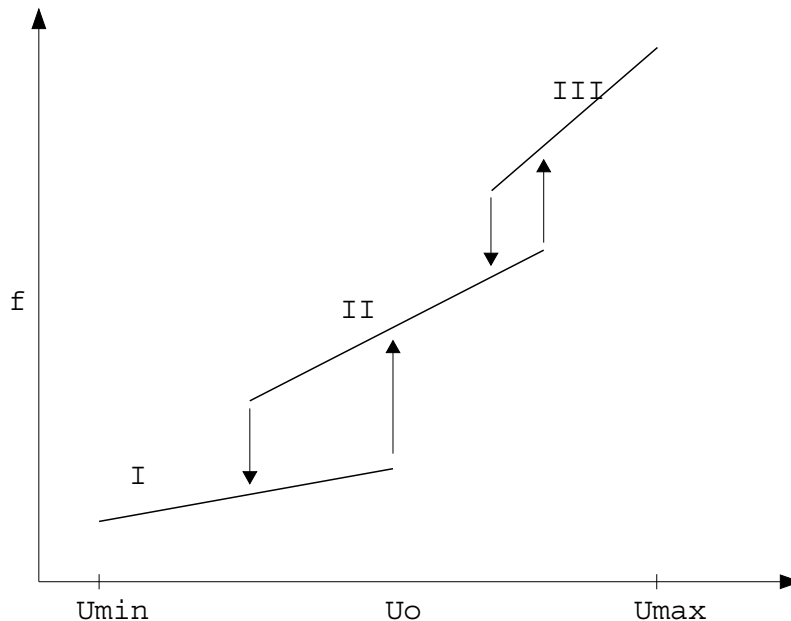


FIG. 6.2 – fréquence émise en fonction de la vitesse du jet. On peut voir les différents mode d'oscillation (nous en avons représenté trois dans ce schéma) ainsi que la présence d'un hystérésis entre chaque mode. Pour chaque mode, la fréquence varie quasi-linéairement avec la vitesse de jet. D'après Holger [48]

XIXème siècle, le son de biseau a été l'objet de beaucoup de travaux à la fois expérimentaux et théoriques. Citons par exemple les travaux de Curle [82], Powell [47], Holger [48] et plus récemment Crighton [35].

Dans la configuration de son de biseau, le jet interagit avec le biseau, et, sous l'hypothèse d'incompressibilité, la rétroaction de nature hydrodynamique est instantanée à la lumière. Ce n'est pas le cas dans la flûte à bec, où la présence du résonateur induit une rétroaction acoustique de forte amplitude, qui est liée à la réponse acoustique du résonateur à l'excitation du jet. Quand il n'y a pas de résonateur, le seul élément de la boucle de rétroaction induisant un retard est le temps de propagation de la perturbation sur le jet. A fréquence fixe, la vitesse de propagation c_p des perturbations sur le jet est généralement considérée comme proportionnelle à la vitesse moyenne de jet U_j . Ainsi, dans une configuration de son de biseau est directement proportionnelle à la vitesse du jet.

On observe une vitesse moyenne de jet minimale U_{min} à partir de laquelle il y a génération de son. Il apparaît ensuite différents régimes d'oscillations en fonction de la vitesse moyenne de jet, le passage d'un régime à l'autre se caractérisant notamment par un saut de la fréquence émise et correspond à un changement d'une longueur d'onde hydrodynamique sur le jet. Dans la plupart des cas, il y a présence d'un hystérésis entre les régimes, phénomène typiquement non-linéaire. L'existence de ces différents régimes s'explique par l'application du critère de gain à la boucle de rétroaction [47]. Dans chaque mode d'oscillation, la fréquence varie quasi-linéairement avec la vitesse de jet, comme le montre la figure 6.2.

Le fonctionnement se modélise généralement par une boucle de rétroaction. La condition d'auto-oscillation est un gain total de 1 et un déphasage total multiple de 2π (soit $\Delta\phi_{tot} = 2\pi N$ avec $N = 1, 2, 3, \dots$) le long de la boucle de rétroaction. L'écriture du déphasage total permet d'obtenir l'évolution de la fréquence en fonction de la vitesse moyenne de jet et en fonction du mode considéré N . La littérature offre différents résultats théoriques en fonction de la manière dont est modélisé le bouclage de la phase. Crighton [35] considère une condition de Kutta en sortie du canal, et dans le cadre de la théorie linéaire trouve une évolution de la fréquence angulaire ω en fonction du mode

N de :

$$\omega b/U_j = (b/W)^{\frac{3}{2}} [4\pi(N + \epsilon_N)]^{\frac{3}{2}} \quad (6.10)$$

où $2b$ est largeur du jet, W la distance lumière/biseau, et ϵ_N est un terme qui dépend du mode de fonctionnement mais aussi de manière cruciale, selon Crighton, de la géométrie choisie pour l'expérience, notamment celle du biseau. Selon lui cela pourrait être une raison de la dispersions des résultats expérimentaux trouvés dans la littérature. Le modèle non-linéaire développé par Holger [48] (*cf.* paragraphe 3.1.1) lui permet d'aboutir à une relation similaire à un facteur correctif constant près. Ainsi, pour chaque mode de fonctionnement, la fréquence du son émis varie linéairement avec la vitesse moyenne du jet U_j , mais cette fréquence varie aussi en fonction de la distance lumière/biseau selon $W^{-3/2}$ et en fonction de la largeur du jet selon $b^{1/2}$.

6.4 Etude expérimentale

6.4.1 Mesure des forces

Le système expérimental utilisé est décrit en annexe **E**. Nous ne détaillons ici que le système expérimental utilisé pour mesurer les forces qui est schématisé figure 6.3. La technique expérimentale utilisée pour mesurer les forces subie par le biseau s'inspire largement des expériences de Cuesta [83] sur la corde et de Millot [21] sur l'harmonica. Il s'appuie sur le fait que le mouvement du jet autour du biseau crée une force qui est mesurable par la mesure de la déformation d'un corps d'épreuve équipé de jauges de contrainte. La théorie sous-jacente et les détails techniques sont largement décrits dans Cuesta [83] et Asch [84], nous n'en reprenons que les éléments importants ici.

La plaque utilisée comme corps d'épreuve est encastrée/libre, ce qui assure qu'elle fonctionne en flexion simple. Des jauges de contraintes identiques de résistance $J = 350\Omega$ sont collées de part et d'autre. Ce choix permet d'avoir directement accès à l'effort de flexion [84]. Les jauges sont collées le plus près possible du bords encastré, là où la déformation est maximale, afin d'obtenir un signal d'amplitude maximum. La déformation du biseau induite par le mouvement du jet est micrométrique et sans incidence sur le comportement du système jet d'air/biseau.

Ces jauges sont reliées à deux branches différentes d'un pont de Wheastone qui est équilibré lorsqu'il n'y a pas d'écoulement et donc pas d'effort sur le corps d'épreuve (*cf.* figure 6.4). La force induite par le mouvement du jet sur le biseau provoque la flexion de celui-ci et les jauges sont déformées. La résistance des jauges de contrainte présente la particularité de varier proportionnellement à l'allongement subit [84, 83], avec un facteur de jauge k connu, fourni par le constructeur. Ainsi, la déformation du biseau provoque le déséquilibre du pont de Wheastone dont la tension est mesurable.

Les deux jauges étant disposées de part et d'autre du biseau, leur déformation simultanée va provoquer une modification de résistance de même amplitude mais de signe opposé selon la face sur laquelle la jauge est collée. La tension de déséquilibre E_{deseq} provoquée par une modification d'amplitude ΔJ de la résistance des jauges est [84] :

$$E_{deseq} = \frac{\Delta J}{2J} E_{alim} \quad (6.11)$$

où E_{alim} est la tension d'alimentation du pont. Les résistances d'équilibrage du pont ne pouvant supporter des puissances supérieures au quart de Watt, la tension d'alimentation maximale du pont dans notre cas est de l'ordre $E_{alim} = 10V$. La variation de résistance d'une jauge au cours d'une déformation étant au maximum de l'ordre du pourcent de sa valeur nominale, le signal récupéré aux bornes du pont est faible, il est donc amplifié avec un gain de 2000 avant d'être analysé. Les caractéristiques détaillées (déphasage, bande passante) du conditionneur de signal sont décrites dans la thèse de Millot [21], nous savons ainsi que la bande passante pour un gain de 2000 est de 0-2kHz.

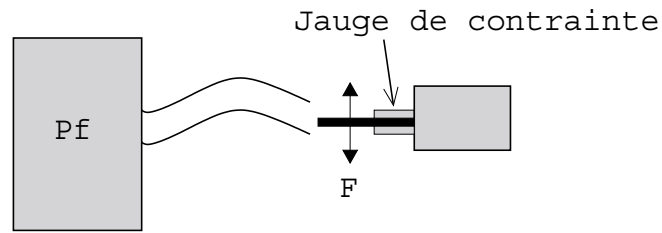


FIG. 6.3 – Configuration de son de biseau : le jet issu d'un volume fixe interagit avec un biseau placé en face. Celui-ci est libre d'un côté, encastré dans une mâchoire de l'autre. Lorsque le système est en auto-oscillation, le mouvement du jet de part-et-d'autre du biseau exerce une force $F(p_f)$ sur celui-ci. Cela provoque une déformation qui est mesurée par les jauges de contraintes (**Haut** : représentation schématique vue de profil, **Bas** : photo du montage expérimental vu de dessus).

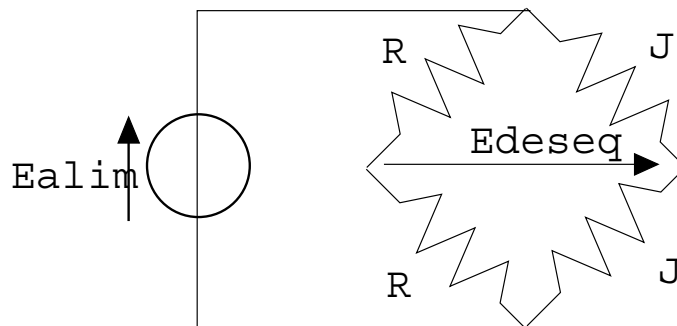


FIG. 6.4 – Pont de Wheatstone utilisé pour mesurer la force subie par le biseau. Les jauges de contraintes mises de part-et-d'autre du biseau ont la même résistance J au repos, et ont des variations de même amplitude mais de signes opposés lorsque la biseau est déformé. La mesure de la tension E_{deseq} permet d'avoir accès à cette variation.

Ce signal une fois calibré permet de quantifier la force induite par le mouvement du jet sur le biseau.

Le choix du matériau de la plaque ainsi que ses dimensions détermine la bande passante du capteur. En effet, la déformation n'est proportionnelle à la force que pour des fréquences inférieures à celle du premier mode de flexion de la plaque. Cette fréquence est approximée par [83] :

$$f_c \simeq 0.16 \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6.12)$$

Avec E et ρ module d'Young et masse volumique du matériau choisi, e épaisseur et L longueur du corps d'épreuve. Les caractéristiques de la plaque sont choisies afin que la fréquence de coupure f_c soit bien supérieure à la plus haute fréquence que l'on veut mesurer.

La plaque est choisie en aluminium, de module d'Young $E_{alu} = 70.5 \cdot 10^9 Pa$ et de masse volumique $\rho_{alu} = 2.7 \cdot 10^3 kg/m^3$. Pour une longueur de $L = 12mm$ et une épaisseur de $e = 1mm$, cela donne une fréquence de coupure théorique approchée de :

$$f_c \simeq 6kHz \quad (6.13)$$

Dans la pratique, après collage des jauges et soudures des fils sur la plaque qui a pour effet d'augmenter l'inertie, la fréquence de résonance de la plaque est beaucoup plus basse : $f_c = 2912Hz$, ce qui limite la gamme de fréquences utilisables. Les mesures de fréquence restent cependant accessibles, et cette limitation n'est pas dramatique dans la mesure où la bande passante de l'amplificateur de signal se limite à 2kHz, les mesures au-delà de 2Khz sont donc sujettes à caution.

L'arête du biseau n'est pas particulièrement travaillée, elle est légèrement biseautée jusqu'à mi-hauteur, et sur une courte distance. La plaque ne présente pas d'angle, contrairement à ce qui est trouvé dans les instruments.

La calibration du capteur de force s'effectue en quasi-statique en posant différents poids sur le biseau et en mesurant l'amplitude du signal de tension en sortie du pont et après amplification. Cela donne une droite dont la pente K_{jauge} nous fournit la calibration :

$$K_{jauge} = 0.6587N/V \quad (6.14)$$

La mesure de la pression rayonnée s'effectue par la mise en place à la verticale des jauges, à une distance de $x = 23cm$ d'un micro *B&K* dont le signal est récupéré sur un analyseur.

Le traitement des signaux de force et de pression se fait sur un PC via un analyseur de spectre TEKTRONIKS 2630 qui nous permet de moyenniser le spectre du signal de force et du micro sur plusieurs acquisitions.

6.4.2 Résultats préliminaires

Nous présentons ici les tout premiers résultats obtenus avec ce dispositif expérimental. Des mesures de fréquence et d'amplitude de signal de force et de pression acoustique rayonnée ont été effectuées à différentes pression d'alimentation et pour trois types de canaux : canal court, long, canal long avec chanfreins. La figure 6.5 montre l'évolution de la fréquence en fonction de la vitesse moyenne du jet U_j pour les trois canaux. La vitesse moyenne du jet est calculée comme précédemment à partir de l'équation de Bernoulli stationnaire

$$U_j = \sqrt{\frac{2p_f}{\rho_o}}$$

Nous pouvons comparer cette courbe aux caractéristiques théoriques citées dans le paragraphe précédent, ainsi qu'à la figure 6.2. Nous obtenons différents modes de fonctionnement, avec un saut de fréquence et un hystérésis plus ou moins grand selon le canal, sauf dans le cas du canal long avec chanfreins où il n'y a qu'un mode. Pour le canal court, trois modes différents sont observés. Au

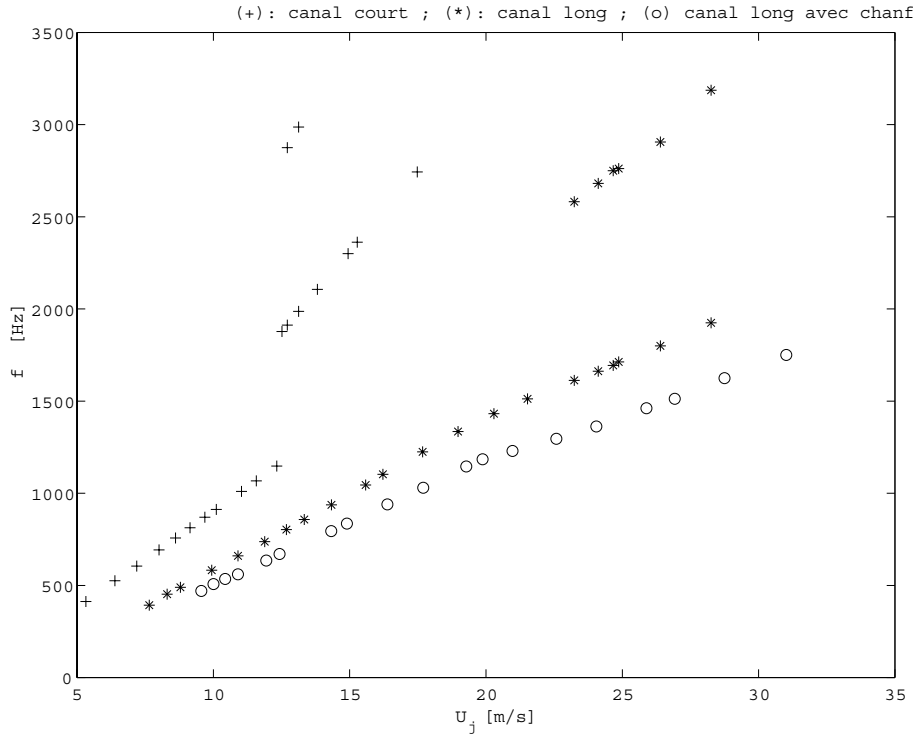


FIG. 6.5 – Fréquence émise en fonction de la vitesse moyenne de jet U_j pour les trois canaux : (+) canal court ; (*) canal long ; (o) canal long avec chanfreins.

sein de chaque mode, la fréquence émise varie quasi-linéairement avec la vitesse moyenne du jet, comme prévu par la théorie. De plus, la pente semble fonction du mode. Il faut néanmoins noter que malheureusement nous sommes rapidement dans la zone de flou de notre système expérimental. Dès le deuxième mode la fréquence émise est proche ou supérieure à 2kHz, la fréquence de coupure de l'amplificateur de signal et le premier mode de flexion de la plaque limite obligatoirement à 3kHz.

Lorsque le canal est biseauté, la distance lumière/biseau est légèrement augmentée. Afin de prendre en compte cet effet dans la comparaison des comportements en fonction du canal, nous présentons figure 6.6 l'évolution de la fréquence adimensionnée $Str = fW/U_j$ en fonction de la vitesse moyenne de jet U_j . Nous prenons en compte la légère augmentation de la distance lumière/biseau lorsqu'il y a des chanfreins en calculant le nombre de Strouhal avec $W_{cor} = W + W_{chf}$, et $W_{chf} = 0.707\text{mm}$ terme correctif.

Selon l'équation 6.10, le nombre de Strouhal devrait être constant au sein de chaque mode où il est proportionnel à la pente de la droite. Dans le cas du premier mode du canal long et du canal long avec chanfreins, la valeur de la fréquence adimensionnée augmente avec la vitesse du jet, puis est à peu près constante à partir de $U_j \simeq 20\text{m/s}$. Ce point correspond au changement de pente observée figure 6.5. Cela semble indiquer un changement de comportement de l'écoulement. Dans le cas du canal court, le nombre de Strouhal augmente aussi avec la vitesse moyenne du jet mais saute au second mode sans se stabiliser.

Il est intéressant de noter que nous retrouvons certaines caractéristiques déjà observées lors des expériences sur notre flûte expérimentale : lorsque le canal est raccourci, l'oscillation démarre plus tôt et passe à un mode supérieur d'oscillation à plus faible vitesse moyenne de jet, avec un hystérésis fortement réduit entre les modes. Au contraire, lorsqu'il y a des chanfreins en bout de canal, le seuil d'oscillation est légèrement retardé et le système ne passe pas à un mode supérieur. La fréquence du son émis dans le cas du canal court est nettement plus élevée que dans le cas du canal long, avec ou sans chanfreins. Dans le cas du canal long avec chanfreins, la légère aug-

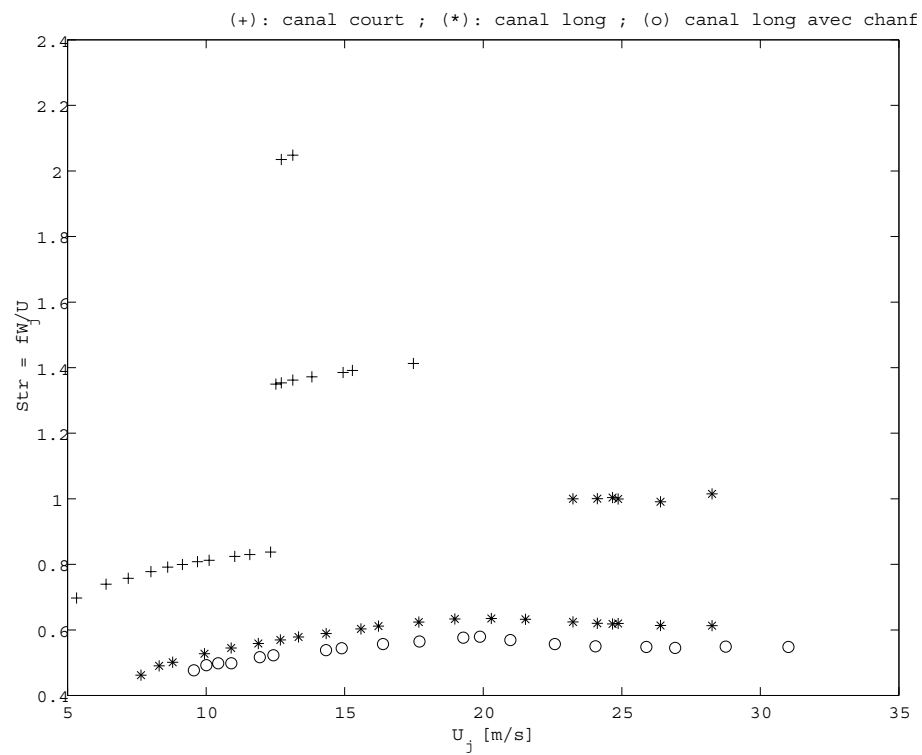


FIG. 6.6 – Fréquence adimensionnée $Str = fW/U_j$ en fonction de la vitesse moyenne de jet U_j pour trois types de canaux : (+) canal court ; (*) canal long sans chanfreins ; (o) canal long avec chanfreins. Dans ce dernier cas, la distance lumière/biseau est corrigée selon $W = W + W_{chf}$, avec $W = 9mm$.

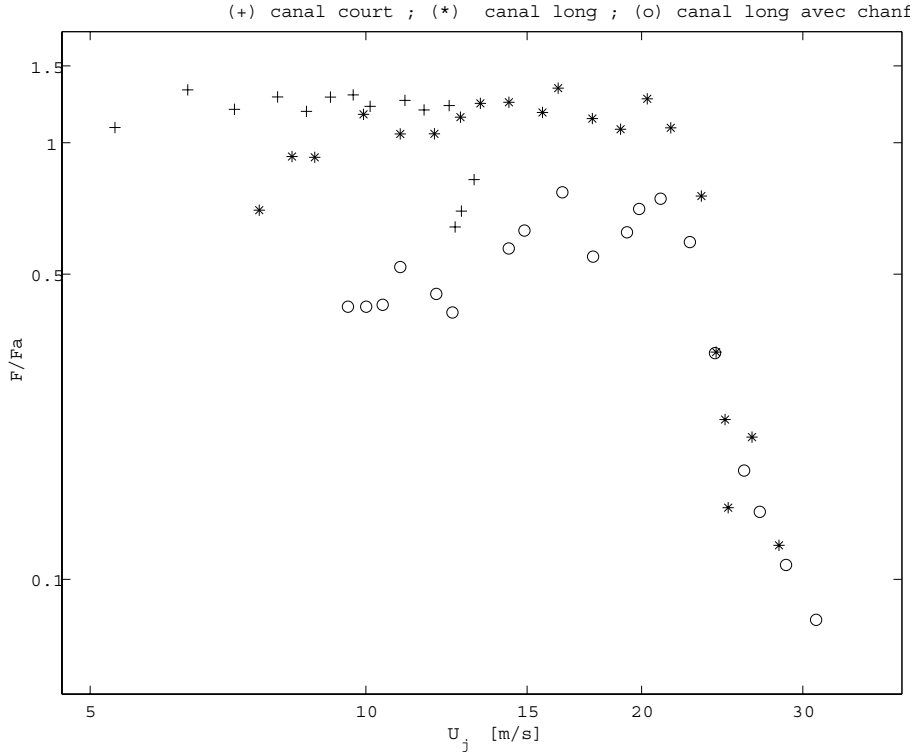


FIG. 6.7 – Force mesurée au biseau F pour une distance lumière/biseau de $W = 9\text{mm}$. Les forces sont adimensionnées par $F_a = \frac{1}{2}\rho_o H \int_{-h/2}^{h/2} U_s(y)^2 dy$ avec $U_s(y)$ le profil de vitesse de l'écoulement en sortie du canal. Un profil carré est adopté en sortie de canal court, un profil de Poiseuille en sortie de canal long.

mentation de la distance lumière/biseau est prise en compte, mais les fréquences adimensionnées sont très légèrement inférieures à celle obtenues dans la configuration de canal long sans chanfreins.

Dans tous les résultats expérimentaux présentés qui suivent, les points potentiellement litigieux car de fréquence supérieure ou égale à 2kHz ne sont pas représentés.

La figure 6.7 montre la force mesurée en fonction de la vitesse moyenne du jet pour les différentes configuration de canal. Les forces sont adimensionnées par :

$$F_a = \frac{1}{2}\rho_o H \int_{-h/2}^{h/2} U_s(y)^2 dy \quad (6.15)$$

où $U_s(y)$ est le profil de vitesse en sortie de canal, assimilé à un profil de Poiseuille pour le canal long (avec ou sans chanfreins), et à un profil carré en sortie de canal court. La figure 6.8 compare la force mesurée au biseau et la force déduite de la mesure de pression en champ "semi-lointain" par l'équation 6.9. Dans notre configuration expérimentale, le microphone est placé à $x = 23\text{cm}$ du biseau, à la verticale ($\theta = 0$) des jauges. Pour les fréquences considérées, nous avons $kx > 2$, avec k nombre d'onde : le microphone se situe bien en champ lointain.

Les trois courbes de la figure 6.7 présentent un aspect similaire : la force adimensionnée est d'abord à peu près constante, puis à partir d'une certaine vitesse moyenne de jet U_{trans} son amplitude décroît fortement. Cela intervient sensiblement à la même vitesse pour le canal long et le canal long avec chanfreins, soit $U_{trans} \simeq 20\text{m/s}$, cela intervient plus tôt pour le canal court $U_{trans} \simeq 13\text{m/s}$. Ce phénomène ne provient pas d'une bande passante mal contrôlée, en effet un comportement similaire se retrouve figure 6.8 dans la force déduite des mesures de pression prises

par un microphone B&K, or ce microphone a une bande passante de 90kHz. Ces vitesses de transitions correspondent par contre aux vitesses de passage d'un mode à l'autre. Comme les points de mesure dont la fréquence est supérieure ou égale à 2kHz ne sont pas représentés, les points de mesure au-delà de la vitesse de transition correspondent aux points de mesure du premier mode dans la zone d'hystérésis.

En-dessous de cette vitesse de transition, le comportement du canal long et du canal court sont similaires : la force adimensionnée est constante et identique mis à part les trois premiers points de mesure du canal long qui sont légèrement plus faibles. L'adimensionnement choisi est donc judicieux. Par contre le comportement de la force adimensionnée de la configuration canal long avec chanfrein est nettement différent : les points de mesures sont plus dispersés, mais surtout la force adimensionnée a une amplitude nettement inférieure à celles des deux autres configurations, d'un facteur 2. Cet ordre de grandeur se retrouve aussi dans la force déduite du champ rayonné lointain, indiquant un phénomène propre aux chanfreins.

La figure 6.8 montre les comportements remarquablement similaires entre l'évolution de la force mesurée au biseau et la force déduite du champ acoustique rayonné en fonction de la vitesse du jet, quel que soit le type de canal utilisé. En particulier, nous remarquons une décroissance rapide simultanée sur la force mesurée et sur la force déduite des mesures de pression en champ lointain à partir d'une certaine valeur de vitesse moyenne de jet. Si nous regardons plus en détail les trois figures correspondant aux trois canaux différents, nous remarquons qu'il y a une surestimation suivie d'un "trou" dans l'amplitude de la force déduite, qui n'existe pas dans la force mesurée au biseau. Cela pourrait provenir de réflexions acoustiques mal contrôlées malgré l'effort d'isolation acoustique qui a été fait. Ce point devait être étudié plus en détail.

6.5 Discussion

Les phénomènes observés au cours des expériences précédentes permettent de valider notre système expérimental. En effet nous trouvons un comportement similaire à celui observé par Powell avec un système expérimental légèrement différent : dans une configuration de son de biseau, le champ rayonné lointain se déduit de la force mesurée au biseau. Nous observons de plus une modification nette du comportement quand le système passe à mode supérieur de fonctionnement, quel que soit le type de canal utilisé : l'amplitude de la force au biseau diminue rapidement avec l'augmentation de la vitesse moyenne du jet. Ce phénomène pourrait provenir d'un changement dans la structure du jet, notamment un passage à la turbulence. Il serait intéressant de vérifier cette hypothèse en effectuant des visualisations simultanément aux mesures de force.

Nous avons utilisé plusieurs types de canaux pour former le jet : un canal long, un canal long avec des chanfreins, et un canal court. Des différences de comportement ont été observées, dont certaines sont similaires à ce qui avait été observé au chapitre 4 sur notre flûte à bec expérimentale. Nous allons essayer d'apporter certains éléments d'interprétation de ces différences de comportement.

– Canal court/canal long :

Quand le canal est court, le seuil d'oscillation U_{min} est fortement abaissé, le système passe plus rapidement à un mode supérieur de fonctionnement, l'hystérésis entre les modes devient quasiment inexistant, et les fréquences émises sont toutes largement supérieures à celles émises par le système lorsque le canal est long. La détermination du profil de vitesse du jet en sortie du canal court par rapport à celui en sortie du canal long avait permis au chapitre 5 d'expliquer l'abaissement du seuil observé ainsi que la tendance du système à basculer plus rapidement sur un mode supérieur de fonctionnement. Cette différenciation de profil de vitesse du jet (un profil plus abrupt qu'un profil de Bickley est obtenu en sortie du canal court) permet aussi d'expliquer l'augmentation de la fréquence émise. En effet, nous avons vu au paragraphe 5.2 que dans le cadre de la théorie linéaire, un profil plus abrupt induit une vitesse de propagation des perturbations sur le jet nettement plus rapide que pour un profil de type Bickley. Or nous avons vu au paragraphe 6.3 que c'est un élément crucial pour la détermination de la fréquence émise lorsqu'on est dans une configuration de son

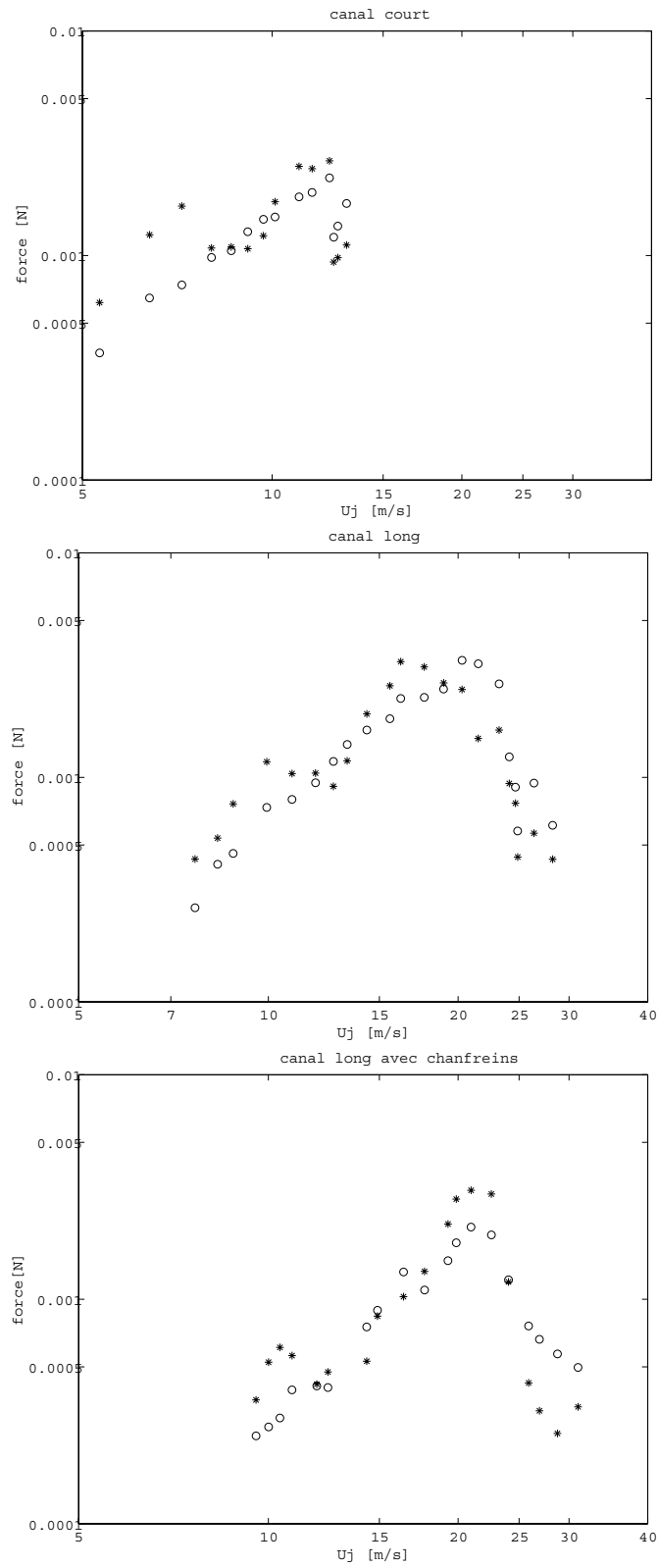


FIG. 6.8 – Comparaison de la force mesurée au biseau (o) et de la force déduite des mesures de pression acoustique (*) en fonction de la vitesse moyenne de jet U_j pour les différents canaux.

de biseau : étant donné que c'est le seul élément retardeur de la boucle d'auto-oscillation, c'est cette valeur qui détermine la fréquence émise. Ainsi, en sortie du canal court, le profil étant plus abrupt qu'en sortie du canal long, la fréquence émise est plus élevée. La force mesurée au biseau est plus élevée quand le canal est court, mais si cette force est adimensionnée par une force de référence prenant en compte la différence de profil de vitesse en sortie du canal, les deux courbes se rejoignent (figure 6.7).

– Canal long/ canal long avec chanfreins :

Les deux comportements sont fortement similaires. Il y a quand même quelques différences notables lorsqu'il y a des chanfreins à l'extrémité du canal. Tout d'abord, le seuil d'oscillation est retardé et le système ne passe jamais à un mode supérieur de fonctionnement. De plus, la fréquence émise est toujours légèrement inférieure. Enfin, la force mesurée au biseau est nettement inférieure à celle mesurée pour le canal long. Ces phénomènes ne peuvent s'expliquer par une modification de profil de vitesse de jet comme cela a été fait pour le canal court. En effet, la présence de chanfreins ne modifie pas le profil de vitesse. Par contre, il est très possible qu'ils modifient la réceptivité du jet au champ acoustique en modifiant la géométrie fine à l'endroit où est concentrée l'interaction entre le jet et le champ acoustique. Cela pourrait expliquer les résultats obtenus, même si à l'heure actuelle nous ne pouvons pas en dire plus. Il pourrait être intéressant sur ce sujet d'effectuer une série d'expériences afin de déterminer expérimentalement la vitesse de propagation des perturbations sur un jet issu d'un canal long avec chanfreins.

Conclusion générale

Le travail présenté ici a associé étude expérimentale, théorique et simulation numérique d'écoulement sur un système proche de la flûte à bec.

L'objectif recherché est une meilleure compréhension de l'interaction entre un écoulement et un champ acoustique dans un système en auto-oscillation. Dans le cadre d'une étude purement acoustique, ne sont considérés comme pertinents que les paramètres dont la dimension caractéristique est du même ordre de grandeur que les longueurs d'ondes acoustiques. Or les modèles d'interaction les plus fréquemment utilisés supposent une interaction localisée spatialement. Dans ce cas, de petites variations de détails géométriques à proximité de ces endroits localisés sont susceptibles d'avoir de grands effets sur le système. Ceci est d'autant plus vrai dans un système qui fonctionne en auto-oscillation. L'hypothèse d'interaction localisée suggère la nécessité de connaître finement l'écoulement à ces points. Le dispositif étudié est inspiré de la flûte à bec, qui est un système optimisé empiriquement pour la production du son sur une zone de taille réduite, et dont les points géométriques cruciaux sont connus par les facteurs. Ainsi notre étude a porté sur l'influence de détails géométriques du canal de formation du jet, plus particulièrement la longueur et de la convergence du canal, et la présence de chanfreins (biseautage des arêtes en sortie du canal).

L'étude de l'influence de la longueur et de la convergence du canal a pu être menée sous plusieurs aspects : expérimentaux et théoriques. Un canal suffisamment long permet d'assurer une bonne stabilité au système, en particulier grâce à l'atténuation des fluctuations de vitesse du jet en sortie du canal par l'inertie de la masse de fluide qui y est présente. La convergence d'un canal long a pour principal effet d'agir sur le profil de vitesse du jet en sortie du canal, élément crucial dans l'instabilité du jet.

L'étude théorique du profil de vitesse du jet à la lumière se heurte au problème du raccordement entre l'écoulement intérieur et le jet formé à l'extérieur à cet endroit. Il n'existe pas à l'heure actuelle de relation analytique entre les deux, mais étant donné que c'est la pente du profil de vitesse qui est déterminante, la connaissance du profil de vitesse dans l'écoulement est considérée comme suffisante car *a priori* non altérée par le passage intérieur/extérieur. Nous avons ainsi montré que la convergence de la paroi supérieure d'un canal long "ré-aiguise" en rendant ses couches limites plus abruptes le profil de vitesse par ailleurs largement émoussé par la viscosité. De ce fait, le jet a un profil de vitesse similaire à celui obtenu en sortie d'un canal court, ce qui le rend plus sensible aux faibles pressions d'alimentation et aux hautes fréquences. Néanmoins, la viscosité provoque un étalement progressif du jet qui n'est généralement pas pris en compte dans les modélisations de mouvement de jet. L'étude théorique que nous avons présentée indique que cet étalement limite fortement l'amplification des fréquences élevées. Ce résultat doit être confirmé par une étude plus détaillée mais nous incite à nuancer le résultat précédent.

La présence de chanfreins (le biseautage des extrémités du canal de formation) améliore sensiblement la stabilité du système, en l'empêchant notamment de passer sur un régime supérieur de fonctionnement de manière intempestive (*c.a.d.* de manière non contrôlée). Les chanfreins ne modifient pas le profil de vitesse du jet, et aucune théorie n'est disponible actuellement. Nous n'avons pu que constater expérimentalement leur effet et émettre des hypothèses : la présence de chanfreins modifie la géométrie du point singulier où l'écoulement se sépare de la paroi sous

l'action dominante de la viscosité, et où le jet est perturbé par le champ acoustique, altérant ainsi l'interaction entre le jet et le champ acoustique.

Le mouvement du jet est généralement modélisé par une théorie linéaire s'appliquant à un jet infini. Il existe aussi une modélisation de type non-linéaire représentant le jet après une zone de transition comme une allée de tourbillons alternés stable. Les visualisations d'écoulement dans un système expérimental de géométrie proche de la flûte à bec semblerait indiquer que le biseau se situe à la frontière entre les deux théories, à savoir à la limite supérieure d'application de la théorie linéaire, et la limite inférieure d'application de la théorie non-linéaire en allée stable. Les expériences menées afin de départager les zones de meilleure adéquation de l'une ou l'autre théorie en fonction du nombre de Strouhal soulignent l'importance de la théorie non-linéaire dans notre configuration.

Dans un contexte d'application à la facture musicale, les objectifs et les contraintes ne sont pas les mêmes voire sont à l'opposé de ce qui est recherché industriellement. En particulier un facteur de flûte à bec cherche à obtenir un instrument ayant une large plage de fonctionnement, avec une certaine "qualité de son", notion subjective qui varie selon la mode, le style de musique, et l'époque. Il cherche aussi à offrir à l'instrumentiste de grandes possibilités d'expression musicale en lui permettant d'avoir un bon contrôle sur l'instrument ainsi qu'une plage de pressions d'alimentations la plus large possible. De l'étude que nous avons menée, qui n'est cependant pas exhaustive, nous pouvons conclure que la configuration adoptée par la majorité des facteurs de flûtes à bec pour le canal de formation du jet (à savoir un canal long avec des chanfreins, et une paroi supérieure inclinée), fruit de l'étude empirique de générations de facteurs, est bien optimisée et difficilement améliorable. Cette configuration permet d'assurer une grande stabilité au système, d'obtenir une plage de fonctionnement sur chaque régime la plus large possible, et permet d'assurer au musicien le contrôle de l'octavation, avec une palette sonore riche. Ce résultat peu surprenant justifie une approche observatrice plutôt qu'incitative à l'égard du facteur. Il convient d'ajouter que les chanfreins ont aussi montrés expérimentalement une importante influence sur les transitoires d'attaque, élément crucial du son produit dans un contexte musical. L'application de ce travail à d'autres instruments à vent est limitée. En effet, les tuyaux d'orgue ont généralement un canal de longueur quasi-nulle et surtout un jet qui est déjà turbulent lorsqu'il arrive au biseau. Cela impose d'utiliser d'autres modèles que ceux développés ici afin de prendre en compte la turbulence. Pour les instruments à vent où le canal est formé entre les lèvres du musicien, la géométrie évolue en cours de jeu laissant au musicien la possibilité de modifier de nombreux paramètres.

Plusieurs outils ont été utilisés au cours de ce travail :

- un outil de simulation d'écoulement par résolution numérique d'équations de Navier-Stokes Réduites souple d'emploi et rapide d'utilisation a été adapté et appliqué à notre configuration. Il permet de tester un grand nombre de configurations géométriques et d'obtenir les profils de vitesse ainsi que les détails de l'écoulement, comme l'évolution de la pression ou de la vitesse centrale. Il permet aussi de prendre en compte certains effets de la viscosité comme l'étalement d'un jet par exemple.
- ce travail présente des visualisations réalisées aux Pays-Bas en début de thèse. Les dernières visualisations présentées ont été obtenues sur le banc de visualisation que nous avons mis en place au LAM et permet le stockage des images sur un ordinateur pour un traitement ultérieur. Les visualisations d'écoulement sont nécessaires pour compléter les mesures parce- qu'elles donnent une indication sur la structure du jet. En particulier cela permet de corrélérer certains résultats expérimentaux avec un changement de structure du jet : apparitions de structures tourbillonnaires ou de turbulence notamment. Ces éléments sont cruciaux dans la production du son.
- parallèlement, un dispositif de mesure de forces induites par l'écoulement sur le biseau a été mis en place et validé.

A l'issue de cette étude, l'interaction entre un jet et un champ acoustique apparaît comme dépendant de manière cruciale de paramètres géométriques plus ou moins fin du canal de formation du jet. C'est donc un élément à prendre en compte, notamment via la détermination la plus précise possible du profil de vitesse en sortie du canal. Certains points restent mal compris, c'est le cas par exemple des chanfreins qui se sont révélés avoir une grande influence sur le système expérimental mais pour lequel aucune modélisation n'existe.

Perspectives

Plusieurs axes de recherche pourraient être poursuivis à la suite de ce travail.

Tout d'abord, un travail de simulation numérique très poussé serait nécessaire pour essayer de comprendre l'influence des chanfreins. En effet, contrairement à la convergence ou à la longueur du canal, les chanfreins ne modifient pas le profil de vitesse et une étude par l'analyse linéaire de stabilité ne convient pas. L'effet de stabilisation produit par les chanfreins est suffisamment important et reconnu comme tel par les facteurs pour justifier la poursuite de l'étude. Cela reste le gros point d'interrogation soulevé par les expériences et pour lequel nous n'avons pour le moment aucun élément de réponse. Seule une connaissance détaillée de l'écoulement et du champ acoustique à cet endroit pourrait permettre de valider ou d'infirmer cela. La simulation de type RNS-p(x) ne convient pas pour simuler l'écoulement à cet endroit, où les hypothèses faites ne sont plus valables.

L'expérience de mesure de force qui a été mise en place devrait permettre de faire un étude de sources aéroacoustiques au niveau du biseau. Cette étude pourrait être affinée en fonction du canal de formation du jet utilisé. Nous n'avons traité que la configuration en son de biseau afin de valider l'expérience. La suite logique du travail serait d'ajouter un résonateur et d'essayer de relier les phénomènes se produisant au biseau au son rayonné lointain par le biais d'une analogie aéroacoustique.

Les théories à disposition pour traiter de l'instabilité d'un jet sont peu adaptées à notre configuration. En particulier les théories linéaires ne sont au mieux valables que près de la lumière, les théories non linéaires en allée de tourbillons stable n'étant applicables au mieux que très près du biseau. Dans les deux cas le jet théorique traité est supposé infini. Il serait intéressant de poursuivre la confrontation expérimentale que nous avons commencée, afin de déterminer les plages de meilleure adéquation de l'une ou l'autre théorie en fonction du nombre de Strouhal, et éventuellement du type de canal utilisé. Une théorie intermédiaire plus adaptée à notre cas pourrait aussi être recherchée, qui prendrait en compte à la fois les phénomènes non-linéaire de type tourbillons et l'amplification de la perturbation (négligée dans le cadre d'une modélisation de type allée de tourbillon stable). L'idée serait donc de modéliser le jet en allée de tourbillons divergente. Cela implique de déterminer la nature de la divergence, éventuellement pas le biais de la confrontation expérimentale avec des visualisations d'écoulement.

Annexe A

Profil trapézoïdal : calcul de L_c et de δ

A.1 Calcul de longueur critique L_c

Soit un écoulement 2D, incompressible, laminaire, le long d'un canal de longueur ℓ et donnant naissance à un jet par séparation de l'écoulement à l'extrémité du canal. Le profil de vitesse U_j de l'écoulement et du jet sont supposés fonction de la coordonnée y seulement, qui est perpendiculaire à l'axe de propagation de l'écoulement x . A mesure que l'écoulement parcourt le canal, il est soumis à la viscosité des murs, ce qui a pour conséquence de modifier le profil de vitesse de l'écoulement.

Suivant l'analyse de van Zon [31], nous considérons un écoulement ayant un profil de vitesse uniforme en entrée du canal, et une formation des couches limites qui donne lieu à un profil de vitesse trapézoïdal avec une vitesse linéaire dans les couches limites. L'épaisseur δ des couches limites augmente à mesure que la distance à l'entrée du canal augmente. Pour un canal suffisamment long, les couches limites fusionnent et un profil de vitesse de Poiseuille est obtenu.

La longueur critique L_c est telle que le profil trapézoïdal à le même débit et le même moment que le profil Poiseuille ayant la même vitesse au centre. Les détails du calcul du développement des couches limites dans un canal de hauteur uniforme h sont donnés par van Zon et il obtient (avec les erreurs de frappe corrigées) :

$$L_c = \ell \frac{12C (1 - \hat{\delta})^2}{24C - 1} \times \left\{ 1 - \left[1 - \frac{h^4 (24C - 1) (p_f - p_p)}{72\rho_0 \nu^2 \ell^2 (1 - \hat{\delta}^2)^2} \right]^{1/2} \right\} \quad (\text{A.1})$$

avec

$$\hat{\delta} = \delta_c / h = 0.2688 \quad (\text{A.2})$$

$$C = \frac{1}{6} \left\{ 4\hat{\delta} + 9 \ln (1 - \hat{\delta}) + 5 \frac{\hat{\delta}}{1 - \hat{\delta}} \right\} \quad (\text{A.3})$$

où p_f est la pression dans le pied de l'instrument, p_p est la pression moyenne dans le tuyau, donc zéro, ρ_0 est la densité de l'air ($\rho_0 = 1.2 \text{kg/m}^3$).

Cela donne pour le canal long ($\ell_1 = 15 \text{mm}$ et $h = 1.06 \text{mm}$) et dans la gamme de pression utilisée :

$$\begin{cases} p_f = 60Pa & L_c = 8.9mm \\ p_f = 400Pa & L_c = 26.3mm \\ p_f = 600Pa & L_c = 32.7mm \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Donc, pour un canal long, L_c étant toujours supérieur ou du même ordre de grandeur que ℓ_1 , nous pouvons déduire que le profil en sortie de canal est bien approximé par un profil de Poiseuille, et que comme le canal n'est pas trop long, la vitesse centrale U_B peut toujours être calculée en utilisant l'équation de Bernoulli 2.8.

Pour le canal court, $\ell_2 = 3mm$, $h=1.09mm$, L_c varie de 10.6mm à 34.7mm pour la même gamme de pression. Donc, pour le canal court, comme $\ell_2 \ll L_c$, le profil de vitesse de Poiseuille n'est jamais atteint et nous considérons plutôt un profil de vitesse trapézoïdal en sortie de canal.

L'épaisseur de la couche limite en sortie du canal est calculée en utilisant l'équation A.3 avec $C = \ell/hRe$, ℓ longueur du canal de hauteur uniforme, Re nombre de Reynolds. Re est initialisé par $Re = U_B(h - \delta)/\nu$ avec $\delta = 0$. Alors, $\hat{\delta}$ est calculé à partir de A.3, δ est déduit, et nous obtenons un nouveau Re . Le processus de calcul est réitéré jusqu'à convergence.

A.2 Calcul de l'épaisseur de couche limite δ

Nous cherchons à estimer l'épaisseur de couche limite d'un écoulement 2D laminaire, en sortie d'un canal droit de longueur L . Cette estimation se fait par récursivité, prenant en compte l'accélération de la vitesse centrale à mesure que les couches limites se développent et s'épaississent. Cette épaisseur est fonction de la différence de pression Δp imposée entre l'entrée du canal et la sortie. D'après l'équation de Bernoulli, cette condition fixe la vitesse U_B du jet en sortie de canal : $U_B = \sqrt{2 \cdot \Delta p / \rho_0}$, où ρ_0 est la masse volumique de l'air.

Le calcul de l'épaisseur de couche limite en sortie du canal δ pour une chute de pression Δp fixée se décompose alors comme suit :

- le nombre de Reynolds est initialisé avec la demi-hauteur H du canal $Re = \frac{U_B H}{\nu}$
- $\hat{\delta}$ est calculé avec l'équation A.3, avec $C = L/HRe$
- ceci donne une estimation de $\delta = \hat{\delta} \cdot H$
- nous pouvons alors faire une nouvelle estimation du nombre de Reynolds : $Re = \frac{U_B(H-\delta)}{\nu}$
- le processus est réitéré jusqu'à convergence de l'épaisseur de couche limite δ
La chute de pression est fixée à une valeur typique rencontrée dans les flûtes à bec en conditions normales de jeu : $\Delta p = 200Pa$.

Pour une différence de pression de Δp , valeur typiquement rencontrée dans les flûtes à bec en conditions normales de jeu, l'épaisseur de couche limite δ trouvée en sortie d'un canal de longueur $L = 3mm$ est :

$\Delta p = 200Pa, \quad L = 3mm, \text{ on trouve : } \delta = 0.14mm, \text{ et } Re = 1044$
--

Annexe B

Résolution de l'équation de Rayleigh

Nous décrivons ici la méthode de résolution numérique de l'équation de stabilité de Rayleigh. Cette équation est obtenue en appliquant le principe de la conservation de la vorticité, celui de la conservation de la masse pour un écoulement incompressible 2D, et en linéarisant, elle s'écrit :

$$\left(U(Y) - \frac{\omega_r}{\alpha} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} - \alpha^2 \varphi \right) - \frac{d^2 U}{dY^2} \varphi = 0 \quad (\text{B.1})$$

avec x la direction de l'écoulement y la direction transversale, $U(y)$ le profil de vitesse, φ l'amplitude complexe de la fonction courant ψ de la perturbation, qui est cherchée sous la forme :

$$\psi(X, Y, T) = \Re \left(\varphi(Y) e^{j(\alpha X - \omega_r T)} \right) \quad (\text{B.2})$$

avec \Re est la partie réelle, $X = x/b$ et $Y = y/b$ (b demi-épaisseur du jet), $\omega_r = \omega b/U_o$ (ω est la pulsation angulaire et U_o est la vitesse centrale du profil de vitesse) et $\alpha = \alpha_r + j\alpha_i$.

La méthode de résolution numérique adoptée s'inspire largement des méthodes utilisées par Michalke [37] et Nolle [39]. Le profil de vitesse $U(y)$ et la pulsation adimensionnée ω_r sont supposés connus. Il s'agit de trouver le couple (φ, α) (ω_r) qui vérifie les bonnes conditions limites. Nous avons deux conditions limites qui doivent être remplies :

– en $Y = \pm\infty$, d^2U/dY^2 est nul, donc d'après B.1,

$$Y \rightarrow \pm\infty, \quad \varphi \sim e^{-\alpha Y}$$

cela implique aussi :

$$Y \rightarrow \pm\infty \quad d\varphi \sim -\alpha \cdot e^{-\alpha Y}$$

– nous cherchons les modes sinueux, pour cela la solution obtenue doit être symétrique et cela impose qu'en $Y = 0$, $d\varphi|_0 = 0$

La première condition limite est prise comme initialisation pour φ et pour $d\varphi$. L'infini est pris en $Y = \pm 10$, α est initialisé grâce aux valeurs numériques trouvées dans la littérature quand cela est possible. L'équation B.1 est alors résolue de $Y_0 = -10$ à $Y = 0$ selon la méthode Runge-Kutta/Nyström avec un pas de $dY = 0.025$. La valeur de $d\varphi|_0$ est ainsi obtenue. Si cette valeur est nulle, le calcul s'arrête, sinon un nouvel α est estimé par la méthode de Newton. Cette méthode est réitérée jusqu'à obtenir une pente nulle en zéro.

Cette procédure est appliquée pour toute une gamme de pulsation angulaire. Dans ce cas, une première résolution se fait pour un ω_r dont le α est estimé à partir de la littérature, puis la pulsation est incrémentée pas à pas, la solution obtenue pour le ω_r précédent servant d'initialisation

pour le suivant.

Détail de l'algorithme de Runge-Kutta/Nyström :

Initialisation en y_o , où φ et $d\varphi$ sont supposés connus.

L'équation différentielle $\varphi'' = F(y, \varphi, \dots)$ est intégrée pas à pas de y_o à 0 avec un pas dy et s'écrit au pas $(n + 1)$:

1. $k = dy/2$
2. $A1 = k * F(y_n, \varphi_n, \dots)$
3. $B1 = k * F(y_n + k, \varphi_n + k * (d\varphi_n + A1/2), \dots)$
4. $C1 = B1$
5. $D1 = k * F(y_n + dy, \varphi_n + dy * (d\varphi_n + C1), \dots)$
6. $\varphi_{n+1} = \varphi_n + dy * (d\varphi_n + 1/3 * (A1 + B1 + C1))$
 $d\varphi_{n+1} = d\varphi_n + 1/3 * (A1 + 2 * B1 + 2 * C1 + D1)$
7. $y_{n+1} = y_n + dy$, $n + 1 \rightarrow n$, retour en 1.

Annexe C

Stabilité FLUENT

Les calculs d'écoulement dans un canal droit s'ouvrant sur un plan infini ont été faites pour plusieurs configurations, afin de tester la stabilité des solutions obtenues. La configuration géométrique et la résolution ont été symétrisées par souci de diminution du temps de calcul. Le critère de convergence est une diminution d'un facteur 10^{-5} de l'erreur commise sur p , u et v .

La condition initiale a été choisie comme étant la vitesse en entrée $U_o(y)$, qui a été prise uniforme transversalement et de valeur moyenne par rapport à des conditions normales de jeu sur la flûte à bec, c'est-à-dire que nous avons choisis une valeur de $U_o = 10m/s$.

Au niveau du maillage, celui-ci a été plus ou moins raffiné transversalement jusqu'à ce que cela n'influe plus sur la solution.

La condition limite de non glissement a été appliquée sur les murs.

En sortie du domaine, deux combinaisons de conditions limites ont été testées :

1. la condition de sortie proposée par FLUENT "outlet" à droite du domaine, de même en bas
2. idem à droite, mais il y a un mur avec une condition limite de non glissement en bas du domaine

Il était intéressant de voir la différence de comportement dans la mesure où nous n'avons pas complètement accès à la condition limite "outlet". Ces deux combinaisons se sont avérées équivalentes en terme de comparaison d'évolution de vitesse et de pression centrale, lorsque le mur est placé suffisamment loin.

Une fois cette étude faite, qui ne se prétend pas exhaustive, nous avons déterminé une configuration "stable" tout en essayant de minimiser le temps de calcul, et nous avons appliqué cette configuration à différentes longueurs de canal.

Annexe D

Résolution RNS

Nous sommes dans une configuration d'écoulement 2D, l'écoulement principal se faisant longitudinalement selon l'axe des x . L'espace est discrétisé longitudinalement en nx points avec un pas dx et les valeurs discrétisées sont repérées par l'index i : $x_i = x(i * dx)$. Transversalement, l'espace est discrétisé avec un pas dy selon ny points, et un index de référence j .

En $x = x_0$, les composantes de la vitesse (u_o, v_o) et la pression p_o sont supposés connus pour toute valeur de y . Nous choisissons un profil de vitesse uniforme en $x_o = 0$, entrée d'un canal, cela s'exprime par $u_{0,j} = 1$ et $v_{0,j} = 0$ pour tout j . La pression p_o est supposée nulle.

D.1 L'écoulement dans le canal

Dans le canal, la dimension transversale est à nouveau adimensionnée afin que la hauteur du canal soit constante, égale à 1. Cela permet d'écrire facilement les conditions limites sur les parois du canal, qui sont alors constantes sur tout le domaine de résolution. Cela implique que le pas de discrétisation transversal dy s'adapte à la géométrie du canal, le nombre de points ny étant lui toujours constant.

Les équations de RNS-p(x) (équations 5.5) sont discrétisées de manière classique. Nous allons détailler l'algorithme de résolution pour le pas $i + 1$ quand la solution en i est connue. L'équation de conservation du moment peut alors se réécrire de telle sorte que tous les termes contenant u_{i+1} soient dans le membre de gauche, et tous les termes connus dans le membre de droite selon :

$$Au_{i+1} = b_i + \left. \frac{dp}{dx} \right|_{i+1} \quad (\text{D.1})$$

où A est une matrice, u_{i+1} le vecteur colonne contenant les termes en $u_{i+1,j}$ et b_i est un vecteur contenant tous les termes dépendant de i , donc tous les termes connus. La résolution commence par une estimation de la valeur de la pression p_{i+1} par simple interpolation linéaire :

$$p_{i+1} = \left. \frac{dp}{dx} \right|_i dx + p_i = 2p_i - p_{i-1} \quad (\text{D.2})$$

cette première estimation est améliorée par itération selon le processus suivant :

- calcul de u_{i+1} par inversion de la matrice A , dont tous les éléments sont connus. Cette matrice étant tridiagonale, l'inversion est connue.
- calcul de v_{i+1} par intégration de l'équation de continuité selon y : l'intégration commence en $j = 0$ où $v = 0$ et se poursuit jusqu'au mur supérieur en $j = n_y$ où une valeur de v_{i+1,n_y} est déterminée. La vitesse doit être nulle à la paroi pour vérifier la condition de non glissement.

A ce stade, la valeur v_{i+1,n_y} sera certainement différente de zéro, puisque pour le moment la pression p_{i+1} n'est pas connue.

- tant que la valeur de $v_{i+1,n_y} > 10^{-9}$ une nouvelle estimation de la valeur de p_{i+1} est faite, selon la méthode de Newton.

L'algorithme de résolution est résumé figure D.1.

D.2 L'écoulement dans le jet plan

Les conditions limites ne sont plus tout à fait les mêmes, et la pression est supposée nulle partout. L'adimensionnement transversal est maintenant constant et égale à la hauteur du canal de formation du jet. La méthode décrite précédemment ne converge pas dans le cas du jet plan, du fait de l'absence de gradient de pression. Il est nécessaire de discrétiser les équations de manière légèrement différente. Nous ne rentrons pas plus dans les détails dans ce manuscrit, la discrétisation étant décrite dans la thèse de Goorman [74].

Comme précédemment, les termes inconnus de l'équation de conservation du moment sont placés dans le membre de gauche, le reste dans le membre de droite, ce qui permet d'écrire l'équation sous la forme :

$$Au_{i+1}^{N+1} = b_i^N \quad (\text{D.3})$$

l'indice N est introduit comme N ème estimation de la vitesse u_{i+1} . En effet, la nouvelle discrétisation rend l'équation de conservation du moment non-linéaire, donc ne permettant pas une résolution directe de u_{i+1} une fois la solution en i connue. Dans l'équation D.3, la solution en i est connue, et tous les termes avec un exposant N sont connus car issus de la précédente itération. Dans la matrice A et le vecteur b_i il n'y a que des termes connus. Les étapes de l'itération $N + 1$ sont les suivantes :

- calcul de u_{i+1}^{N+1} par inversion de la matrice A dans l'équation D.3.
- calcul de v_{i+1}^{N+1} par différenciation du flux ψ , qui est aussi la fonction courant, calculé par :

$$\psi_{i+1,j+1}^{N+1} = \psi_{i+1,j}^{N+1} + \frac{u_{i+1,j+1}^{N+1} + u_{i+1,j}^{N+1}}{2} \Delta y \quad (\text{D.4})$$

avec comme départ $\psi_{i+1,0}^{N+1} = u_{i+1,0}^{N+1} dy/2$. La vitesse transversale se calcule alors par :

$$v_{i+1,j}^{N+1} = -\frac{\psi_{i+1,j}^{N+1} - \psi_{i,j}}{\Delta x} \quad (\text{D.5})$$

avec comme initialisation $v_{i+1,0}^{N+1} = 0$.

- si la différence entre u^{N+1} et u^N est inférieure à 10^{-9} pour tous j l'itération s'arrête et on avance dans le sens de l'écoulement ($i + 1 \rightarrow i$), sinon on itère à nouveau $u^{N+1} \rightarrow u^N$ et le calcul repart.

La figure D.2 visualise l'algorithme de résolution décrite.

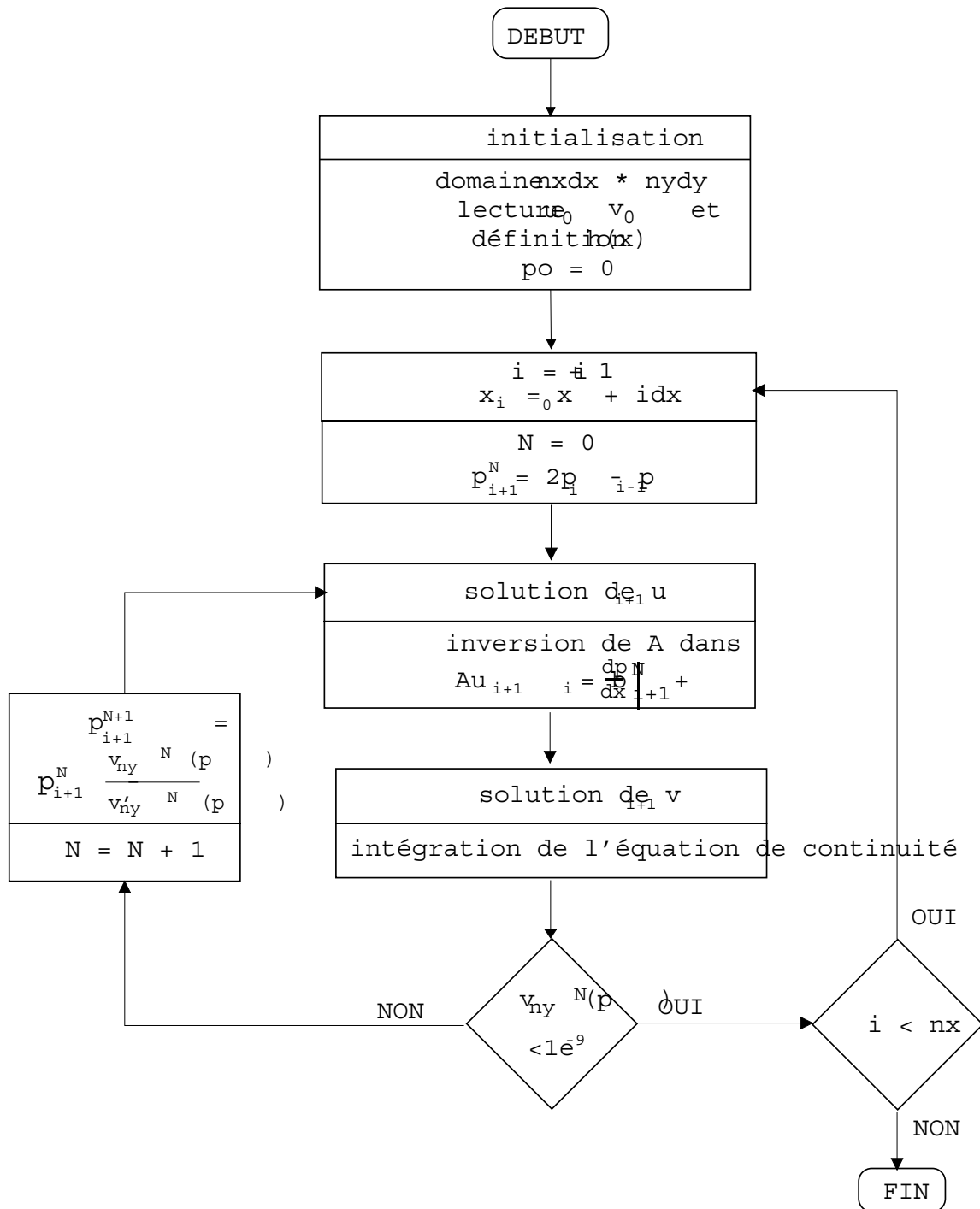


FIG. D.1 – *Algorithme de résolution des RNS-p(x) pour l'écoulement dans le canal*

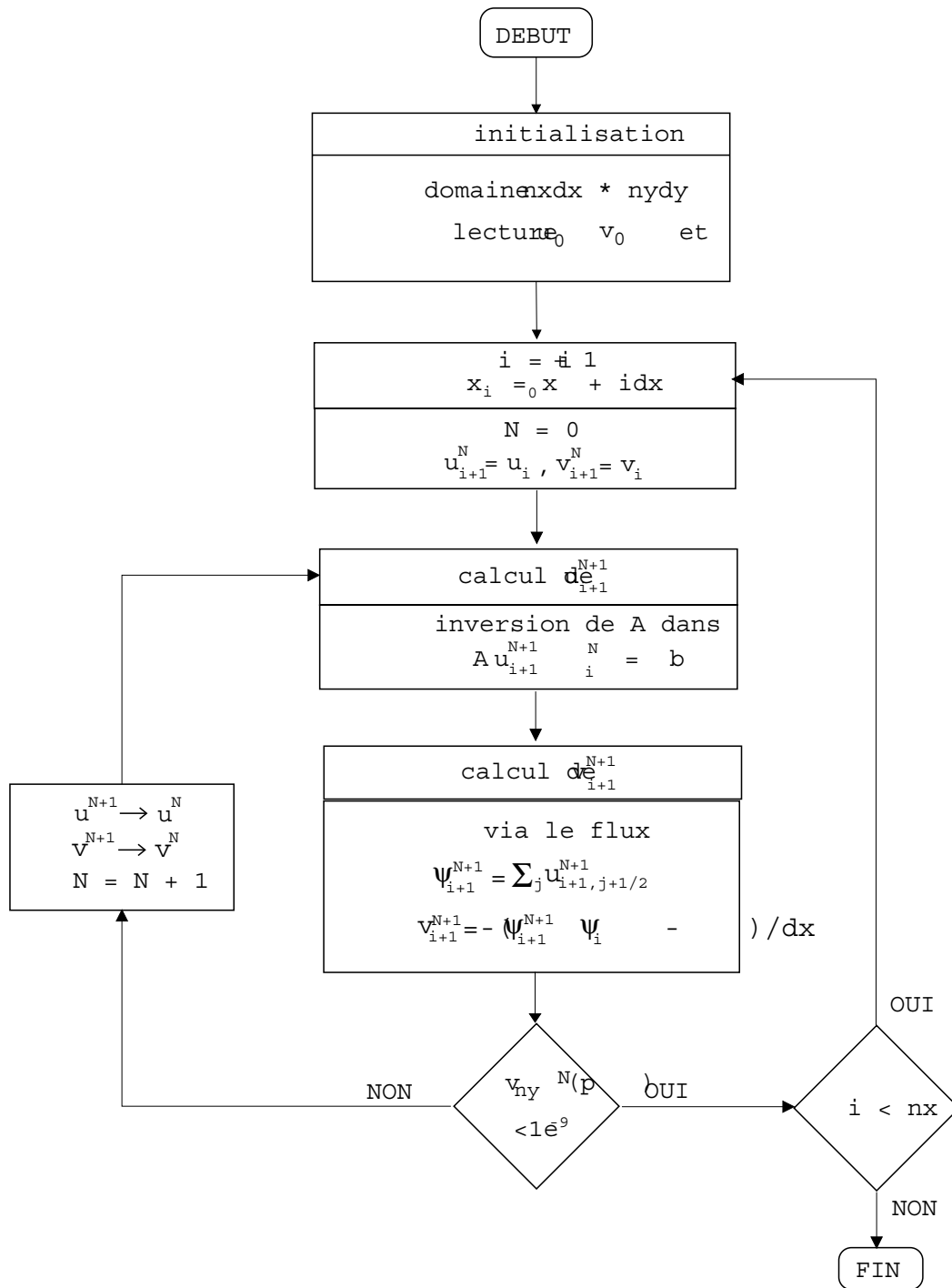


FIG. D.2 – Algorithme de résolution des RNS-p(x) dans le jet.

Annexe E

Dispositif expérimental

Le canal est formé d'une pièce amovible se fixant sur une volume fixe. Nous pouvons ainsi modifier la géométrie du canal par l'utilisation de pièces différentes. Nous avons à notre disposition deux longueurs extrêmes : un canal long $L = 18mm$, pour lequel un écoulement de type Poiseuille est attendu en sortie, et un canal court pour lequel les couches limites ne sont pas fusionnées en sortie. Nous disposons aussi d'un canal long avec des chanfreins (angle 45° , sur $1mm$ de longueur). La hauteur h et la largeur ℓ du canal sont constantes quelque soit la pièce et valent $h = 1mm$, $\ell = 20mm$. Le canal de formation du jet ainsi que le volume d'alimentation faisant office de pied sont décrits figure E.1. L'alimentation du pied se fait par une bonbonne de gaz comprimé, via un détendeur. Le gaz utilisé est du CO_2 ou un mélange de N_2O_2 proche de l'air, selon qu'on a besoin ou pas de visualiser l'écoulement. En effet, le dispositif de visualisation Schlieren nécessite l'utilisation d'un gaz ayant un indice de réfraction de la lumière différente de l'air, le CO_2 convient bien mais présente l'inconvénient d'avoir une masse volumique plus élevée que l'air. Ainsi, lorsque cela n'est pas nécessaire, nous utilisons plutôt N_2O_2 qui est proche de l'air. La pression dans le pied est mesurée via un manomètre DIGITRON 2020P.

En face du canal, à une distance de W , nous disposons une plaque faisant office de biseau, ensermée dans une mâchoire lourde en acier. La pression acoustique est mesurée à l'aide de microphones B&K 1/4" 4938, dont la bande passante est de 90kHz. Le tout est monté sur un banc optique afin de pouvoir effectuer simultanément des visualisations de type Schlieren [62]. Les réflexions acoustiques indésirables sont limitées au maximum par la mise en place de blocs de laine de roche dans les directions de rayonnement maximal du son de biseau.

Lorsqu'un comportement de type flûte est souhaité, le résonateur est modélisé par un haut-parleur. Le jet est alors perturbé par le champ acoustique créé par un haut-parleur. Ce haut-parleur est piloté par un générateur de sinusoïde et un amplificateur, ce qui nous permet de contrôler précisément la fréquence d'excitation, et est placé au-dessus du jet. La perturbation par le haut-parleur est nécessaire pour avoir des amplitudes de mouvement de jet suffisantes pour effectuer de la détection visuelle. Les images issues du dispositif de visualisation sont enregistrées sur un PC via un capteur CDD d'une caméra à obturation rapide permettant des expositions de 1ms à 100ns. La source lumineuse est une lampe incandescente halogène de 100 Watt. Le déclenchement de la caméra est synchronisé avec la fréquence choisie pour exciter le haut-parleur. Cela permet d'obtenir des images du jet à différents moments de la période d'oscillation. La figure E.2 montre quelques photos du montage utilisé.

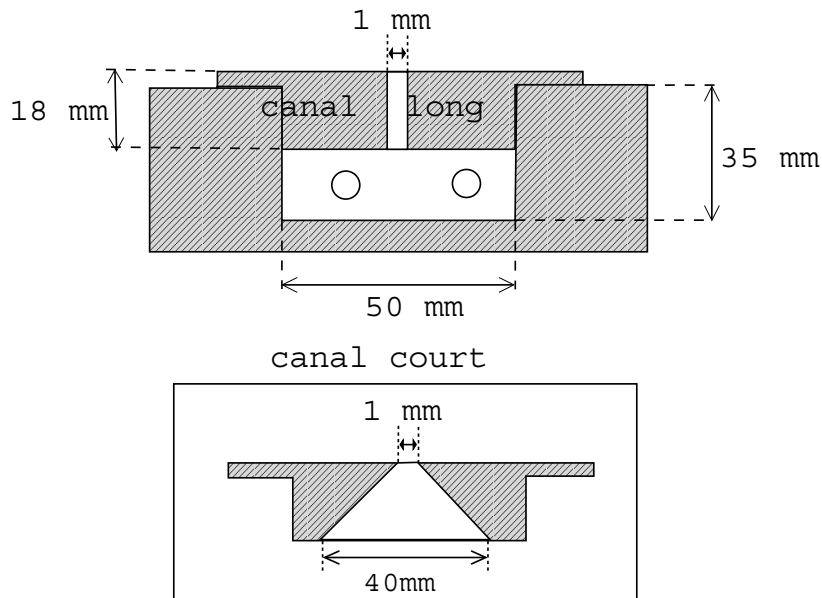


FIG. E.1 – Configuration expérimentale pour la formation du jet : le canal est formé d'une pièce amovible qui vient s'encastrent dans une baignoire. Deux orifices sont prévus pour l'alimentation en air et pour la mesure de la pression statique. Nous disposons de trois canaux différents : un canal court, un canal long, et un canal long dont les extrémités sont chanfreinées à 45° sur 1 mm.



FIG. E.2 – Photo du montage expérimental utilisé pour mesurer le comportement d'un jet excité par un haut-parleur. Sont visibles le pied et la pièce amovible qui fait office de canal, le haut-parleur permettant la simulation d'un champ acoustique dont on maîtrise la fréquence et le doublet de microphone utilisé pour mesurer la vitesse acoustique.

Bibliographie

- [1] M. Castellengo. *Contribution à l'étude expérimentale des tuyaux à bouche*. PhD thesis, Université de Paris VI, Paris, France, 1976.
- [2] F.R.Tranchefort. *Les instruments de musique dans le monde, vol.II*. Seuil, Paris, 1980.
- [3] M.Dauvois, X.Boutillon, B.Fabre, and M.P.Verge. Son et musique au paléolithique. *Pour la science*, 253 :52–58, 1998.
- [4] A.Buchner. *Les instruments de musique populaires*. Grund, Paris, 1969.
- [5] A.A.Willoughby. Das intonieren von blokflöten - antworten auf einen fragebogen. *Tibia*, 1 :S.245–252, 1985.
- [6] M. Castellengo. Acoustical analysis of initial transients in flute like instruments. *Acta Acustica*, 85(1) :1–14, 1999.
- [7] J. Angster, G. Paal, W. Garen, and A. Miklos. Effect of voicing steps on the stationary spectrum and attack transient of a flue organ pipe. In *International Symposium on Musical Acoustics*, Edinburgh, 1997.
- [8] A.W. Nolle. Some voicing adjustments in flue organ pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 66 :1612–1626, 1979.
- [9] M.P. Verge. *Aeroacoustics of confined jets, with applications to the physical modeling of recorder-like instruments*. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, The Netherlands, 1995.
- [10] C.J.Nederveen. Experimental investigations of wall influences on woodwind instrument sound. *Acustica/Acta Acustica*, 85(Suppl.1) :S77, 1999.
- [11] J.W. Coltman. Effects of material on flute tone quality. *J. Acoust. Soc. Am.*, 49 :520–523, 1971.
- [12] M.Kob. On the influence of wall vibrations on the transient sound of flue organ pipe. In *NAM*, pages 273–276, KTH, Stockholm, Suède, 1998.
- [13] F.Gautier. Contribution à l'étude du comportement vibroacoustique des instruments de musique à vent. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, France, 1997.
- [14] J.W. Coltman. Sound radiation from the mouth of an organ pipe. *J. Acoust. Soc. Am.*, 46 :477, 1969.
- [15] H. Levine and J. Schwinger. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Phys. Rev.*, 73 :383, 1948.
- [16] A.D. Pierce. *Acoustics : an introduction to its principles and applications*. McGraw-Hill Book Company, New-York, 1981. Also available from the Acoustical Society of America, 1990.
- [17] B. Fabre, A. Hirschberg, and A.P.J. Wijnands. Vortex shedding in steady oscillations of a flue organ pipe. *Acta Acustica*, 82 :863–867, 1996.
- [18] E. Leipp. *Acoustique et musique*. Masson, Paris, 1980.
- [19] E. N. Marieb. *Anatomie et physiologie humaines*. Be Boeck Université.
- [20] J.W. Coltman. Mouth resonance effects in the flute. *J. Acoust. Soc. Am.*, 54(2) :417–420, 1973.

- [21] L.Millot. *Étude des instabilités des valves : application à l'harmonica diatonique*. PhD thesis, Université Paris 6, Paris, France, 1999.
- [22] M.M.Porter. *The embouchure*. Boosey and Hawkes, London, 1973.
- [23] L. Catalifaud, 2000. flûtiste, communication privée.
- [24] A.W. Nolle and T.L. Finch. Starting transients of flue organ pipes in relation to pressure rise time. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91(4) :2190–2202, April 1992.
- [25] A.R. Paterson. *A first course in fluid dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1983.
- [26] M.P. Verge, B. Fabre, W.E.A. Mahu, A. Hirschberg, R. van Hassel, A.P.J. Wijnands, J.J. de Vries, and C.J. Hogendoorn. Jet formation and jet velocity fluctuations in a flue organ pipe. *J. Acoust. Soc. Am.*, 95(2) :1119–1132, February 1994.
- [27] D.G. Crighton. The kutta condition in unsteady flow. *Ann.Rev.Fluid Mech.*, 17 :411–445, 1985.
- [28] L.Landau and E.Lifchitz. *Physique théorique Tome6 Mécanique des fluides*. Mir, Moscou, 1989.
- [29] B. Fabre. La production de son dans les instruments à embouchure de flûte : modèle aéroacoustique pour la simulation temporelle. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, France, 1992.
- [30] Lord Rayleigh. *The theory of sound*. Dover, reprint (1945), New-York, 1894.
- [31] J. van Zon, A. Hirschberg, J. Gilbert, and A.P.J. Wijnands. Flow through the reed channel of a single reed music instrument. In *Colloque de Physique, Colloque C2, sup.2*, volume 51, pages C2–821–824, 1990.
- [32] A.Hirschberg, J.Kergormard, and G.Weinreich. *Mechanics of musical instrument*. Springer-Verlag, New-York, 1995.
- [33] A. Cummings and W. Eversman. High amplitude acoustic transmission through duct terminations : Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 91(4) :503–518, 1983.
- [34] B. Fabre, A. Hirschberg, A.P.J. Wijnands, and A. Van Steenbergen. Transitoires d'attaque des instruments à embouchure de flûte. *Journal de Physique IV*, 2, April 1992.
- [35] D.G. Crighton. The edgetone feedback cycle. Linear theory for the operating stages. *J. Fluid Mech.*, 234 :361–391, 1992.
- [36] A. Michalke. On the inviscid instability of the hyperbolic-tangent velocity profile. *J. Fluid Mech.*, 19 :543–556, 1964.
- [37] A. Michalke. On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *J. Fluid Mech.*, 23 :521–544, 1965.
- [38] G.E. Mattingly and W.O. Criminale. Disturbance characteristics in a plane jet. *Phys. Fluids*, 14(11) :2258–2264, 1971.
- [39] A.W.Nolle. On the oscillations of musical instruments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 103(6) :3690–3705, June 1998.
- [40] H.Helmholtz. On discontinuous movements of fluids. *Phil.Mag.*, 4(36) :337–346, 1868.
- [41] H. Sato. The stability and transition of a two-dimensional jet. *J. Fluid Mech.*, 7 :53–80, 1960.
- [42] P.G. Drazin and L.N. Howard. Hydrodynamic stability of parallel flow of inviscid fluid. *Advances in Appl. Mech.*, 9 :1–89, 1966.
- [43] J.W. Coltman. Jet behaviour in the flute. *J. Acoust. Soc. Am.*, 92(1) :74–83, July 1992.
- [44] W. Bickley. The plane jet. *Phil.Mag.*, 23 :727–731, 1937.
- [45] E.N. da C. Andrade. The velocity distribution in a liquid-intoliquid jet, part 2 : The plane jet. *Proc.Phys.Soc.London*, 51 :784–793, 1939.
- [46] G.B.Brown. On vortex motion in gaseous jets and the origin of their sensitivity to sound. *Proc.Phys.Soc.*, 49 :703–732, 1935.

- [47] A. Powell. On the edgetone. *J. Acoust. Soc. Am.*, 33(4) :395–409, April 1961.
- [48] D.K. Holger, T.A. Wilson, and G.S. Beavers. Fluid mechanics of the edgetone. *J. Acoust. Soc. Am.*, 62(5) :1116–1128, November 1977.
- [49] M. Milne-Thomson. *Theoretical Hydrodynamics*. Mac-Millan Educ Ltd, Houndmills, U.K., 1968.
- [50] M.P. Verge, R. Caussé, B. Fabre, A. Hirschberg, A.P.J. Wijnands, and A. van Steenbergen. Jet oscillations and jet drive in recorder-like instruments. *Acta Acustica*, 2 :403–419, October 1994.
- [51] N.H. Fletcher. Jet-drive mechanism in organ pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 60(2) :481–483, August 1976.
- [52] S.A. Elder. On the mechanism of sound production in organ pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 54 :1554–1564, 1973.
- [53] S. Yoshikawa and J. Saneyoshi. Feedback excitation mechanism in organ pipes. *J. Acoust. Soc. Jpn.*, 1(3) :175–191, 1980.
- [54] J.W. Coltman. Jet drive mechanism in edge tones and organ pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 60(3) :725–733, September 1976.
- [55] S. Adachi. Time-domain modeling and computer simulation of an organ flue pipe. In *Proc. I.O.A., vol 19 part 5*, pages 251–261, 1997.
- [56] N.H. Fletcher. Sound production by organ flue pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 60(4) :926–936, October 1976.
- [57] N.H. Fletcher and S. Thwaites. Wave propagation on a perturbed jet. *Acustica*, 42 :323–334, 1979.
- [58] N.H. Fletcher and T.D. Rossing. *The Physics of Musical Instruments*. Springer-Verlag, New-York, 1991.
- [59] B. Fabre and A. Hirschberg. Physical modeling of flue instrument : a review of lumped models. *Acta Acustica*, 86 :599–611, 2000.
- [60] W. Möhring. On flows with vortex sheets and solid plates. *Journal of Sound and Vibration*, 38 :403–412, 1975.
- [61] C. Ségoufin, B. Fabre, M.P. Verge, A. Hirschberg, and A.P.J. Wijnands. Experimental study of the influence of the mouth geometry on sound production in a recorder-like instrument : windway length and chamfers. *Acta Acustica*, 86 :649–661, 2000.
- [62] W. Merzkirch. *Flow Visualization*. Academic Press, New-York, 1974.
- [63] P. Skordos and G. Sussman. Comparison between subsonic flow simulation and physical measurements of flue pipes. In *Proceedings of the International Symposium on Musical Acoustics*, Le Normont, Dourdan (France), 1995.
- [64] A. Hirschberg, M.P. Verge, B. Fabre, and A.P.J. Wijnands. Dimensionless amplitude of the internal acoustic field in flue instruments. In *International Symposium on Musical Acoustics*, pages 55–61, Dourdan, France, July 1995.
- [65] Ate van Steenbergen. Rapport Université Technique Eindhoven, 1990.
- [66] W.K. Blake and A. Powell. The development of contemporary views of flow-tone generation. In *Recent Advances in Aeroacoustics*, New-York, 1983. Springer-Verlag.
- [67] S.A. Elder. Forced oscillations of a separated shear layer with application to cavity flow-tone effects. *J. Acoust. Soc. Am.*, 67(3) :774–781, 1980.
- [68] N.H. Fletcher and L.M. Douglas. Harmonic generation in organ pipes, recorders and flutes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 68 :767–771, 1980.
- [69] Y. Qian, D. d’Humières, and P. Lallemand. A one dimensional lattice boltzmann equation with galilean invariance. *Advances in kinetic theory and continuous mechanics*, 1991.
- [70] N. Boisauvert, G. Fernandez, and T. Renaud. Lattice boltzmann investigation of wake vortices behind a semi-circular cylinder. In *3rd Asian comp. fluid dyn. conf.*, pages 276–281, 1998.

- [71] P. Skordos. *Modeling Flue Pipes : Subsonic Flow Lattice Boltzmann, and Parallel Distributed Computers*. PhD thesis, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, USA, January 1995.
- [72] D.J.Tritton. *Physical fluid dynamics*. Clarendon, Oxford, 1988.
- [73] C.A.J. Fletcher. *Computational Techniques for Fluid Dynamics vol I et II*. Springer-Verlag, New-York, c1991.
- [74] K.Goorman. *Steady and unsteady channel flow, numerical models with applications to the recorder flute and vocal folds modelling*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, The Netherlands, 2000.
- [75] H. Schlichting. *Boundary-layer theory*. Mc Graw-Hill, 1979.
- [76] B. de Bruin, 2000. communication privée.
- [77] J. van den Tillart. Velocity profile at the flue exit of a recorder : hot wire measurements. *Eindhoven University of Technology*, pages report R-1491-S, 1999.
- [78] S. Yoshikawa. Jet-wave amplification in organ pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 103(5) :2706–2717, 1998.
- [79] L. Cremer and H. Ising. Die selbsterregten Schwingungen von Orgelpfeifen. *Acustica*, 19 :143–153, 1967–68.
- [80] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically 1 : General theory. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A 211 :564–587, 1952.
- [81] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically 2 : Turbulence as a source of sound. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A 222 :1–32, 1954.
- [82] N. Curle. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. *Proc. R. Soc. London*, ser A 231(4) :505–514, 1955.
- [83] C. Cuesta. *Corde vibrante isolée mécaniquement, amortissements, non-linéarités ; application au clavecin et a la tampoura*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, 1990.
- [84] G. Asch. *Les capteurs en instrumentation industrielle*. Dunod, Paris, 1998.