



**THESE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité :  
Acoustique

Présentée par :  
François BLANC

Pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :

PRODUCTION DE SON PAR COUPLAGE ÉCOULEMENT/RÉSONATEUR ACOUSTIQUE  
*Étude des paramètres de facture de flûtes par expérimentations et simulations numériques  
d'écoulements.*

Soutenue le : 02 novembre 2009

Devant le jury composé de :

M. Benoît Fabre, Professeur de l'UPMC	Directeur de Thèse
M. Pierre-Yves Lagrée, Directeur de recherche CNRS	Directeur de Thèse
M. Joël Gilbert, Directeur de recherche CNRS	Rapporteur
M. Xavier Pelorson, Directeur de recherche CNRS	Rapporteur
M. Philippe Bolton, Facteur de flûtes à bec	Examineur
M. José-Maria Fullana, Professeur de l'UPMC	Examineur
M. Avraham Hirschberg, Professeur TU Eindhoven	Examineur
M. Christophe Vergez, Chercheur CNRS	Examineur



*À Braca d'Abra.*



## Remerciements

Ce document est l'aboutissement d'un travail de trois ans, au cours duquel j'ai eu l'occasion de rencontrer et d'interagir avec de nombreuses personnes. Chacune devrait figurer sur cette page, mais une liste exhaustive serait bien trop longue ; cependant, certaines ont eu une importance particulière dans ce travail, et je souhaite les en remercier plus explicitement.

En premier lieu, je tiens à remercier mes deux directeurs de thèse, Benoît et Pierre-Yves, pour leur amitié, leur patience, leur écoute, leurs conseils, leur confiance ... Ces trois années passées à leurs côtés m'ont apporté infiniment plus que ce qu'un thésard est en droit d'attendre de ses directeurs, et à défaut de mieux, j'espère qu'ils auront pris autant de plaisir que moi à notre collaboration.

Je remercie vivement Joël Gilbert et Xavier Pelorson d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail. Philippe Bolton, José Maria Fullana, Avraham Hirschberg et Christophe Vergez ont également accepté de faire partie du jury ; je les en remercie chaleureusement.

Les personnes suivantes, pour avoir, lu, relu, corrigé voire écrit certaines parties de ce document, mériteraient d'avoir leur nom écrit à côté du mien sur la couverture :

André Almeida et Patricio de la Cuadra ont toujours porté un grand intérêt à mon travail, malgré les dizaines de milliers de kilomètres (l'un à l'est, l'autre à l'ouest !) qui nous séparent. Les questions qu'ils ont pu soulever, bien que parfois embarrassantes, étaient toujours pertinentes.

Christophe Vergez et Didier Ferrand, au LMA de Marseille, qui ont développé la bouche artificielle sur laquelle de nombreuses mesures ont pu (et pourront !) être faites, et avec qui il est très agréable de travailler.

Le facteur de flûtes à bec Philippe Bolton nous a ouvert la porte de son atelier et accueilli avec une grande gentillesse ; ses nombreuses questions (et ses réponses !) ont été une grande source d'inspiration.

J'ai eu le plaisir d'encadrer deux stagiaires, Nicolas Fourdrin et Vincent François, dont les fruits des travaux se trouvent dans le manuscrit.

Ce travail n'aurait pas pu être effectué sans la participation de *cobayes*. Je remercie donc chaleureusement Françoise Defours, Sarah Lefeuvre et Lambert Colson de s'être prêtés au jeu de l'expérience, au prix de quelques acrobaties sur leur instrument favori.

Jean-Luc Boudreau a fabriqué les flûtes qui ont servi à l'étude d'une famille d'instrument, et y a apporté les modifications nécessaires aux mesures ; je l'en remercie encore.

Philippe Lafon, et toute son équipe m'ont accueilli au sein d'EDF, et ont fait preuve d'une grande patience devant mon ignorance en matière de calcul numérique multidomaine à faible dispersion (!).

Il règne une ambiance particulièrement chaleureuse au sein de l'équipe LAM ; aussi, j'aimerais en remercier tous les membres pour leur contribution à rendre ce laboratoire agréable, notamment lors des pauses thé. Et plus particulièrement :

Hugues Genevois, responsable de l'équipe. Sa constante bonne humeur, communicative, et sa disponibilité ne sont pas étrangères à la convivialité de l'équipe.

Catherine Fourcin, qui gère les tâches administratives avec une efficacité diabolique (divine?) ... Et avec le sourire ! Le bon fonctionnement du laboratoire lui doit beaucoup.

Laurent Daudet, qui m'a introduit le premier dans le monde de l'acoustique musicale. Bien

que mon travail soit éloigné de son domaine de recherche, j'ai toujours pu compter sur son oreille bienveillante. Entre autres choses, il a également accepté d'être mon tuteur en enseignement, et est le grand animateur du ciné-club !

Boris Doval, le grand maître du jazz@lam : gloire au swing !

Les flûtistes de l'équipe : Jean-Dominique, Claudia, Joséphine et Benoît, pour les séances musicales, parfois épiques !

J'ai une petite pensée pour les autres thésards du LAM qui terminent en même temps ou après moi : Henri, Sylvain, Guillaume (trois ans dans le même bureau !), Luiza, Fabió et Ravan.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1 Généralités</b>	<b>13</b>
1.1 Un tout petit peu d'organologie ...	15
1.2 Description de l'instrument sous forme de système bouclé	15
1.3 Le résonateur	16
1.3.1 Rayonnement	17
1.3.2 Pertes visco-thermiques	17
1.4 Régimes de l'instrument	18
1.5 Les grandeurs importantes	18
1.6 Les sources acoustiques	20
1.6.1 L'analogie de Lighthill	20
1.6.2 Modèle de tourbillons discrets	21
1.6.3 Modèle <i>Jet drive</i>	22
1.7 Conclusion	23
<b>2 État de l'art</b>	<b>25</b>
2.1 L'équation de Navier-Stokes	26
2.2 Différentes approximations	27
2.2.1 Le fluide parfait	27
2.2.2 Les équations de couche limite	28
2.3 Décollement	29
2.3.1 Vorticité	29
2.3.2 Conditions de décollement d'un fluide	29
2.3.3 Condition de Kutta	31
2.4 Formation de jets	31
2.5 Instabilités	32
2.5.1 Instabilité de Kelvin-Helmholtz	32
2.5.2 L'équation de Rayleigh	33
2.5.3 Limites du modèle linéaire	36
2.6 Modèles d'oscillation du jet dans les flûtes	36
2.6.1 Réceptivité du jet	37
2.6.2 Un modèle empirique du jet	38
2.7 Conclusion	38
<b>3 Méthodes numériques</b>	<b>41</b>
3.1 Différentes méthodes numériques	42
3.1.1 Méthode des éléments finis	42
3.1.2 Méthode des différences finies	42

3.2	Simulations numériques employées dans ce document . . . . .	43
3.2.1	GERRIS . . . . .	43
3.2.2	SAFARI . . . . .	44
3.2.3	FREEFEM++ . . . . .	45
3.3	Simulations et expérimentations . . . . .	45
3.3.1	GERRIS . . . . .	46
3.3.2	SAFARI . . . . .	48
3.4	Conclusion . . . . .	50
<b>I</b>	<b>Étude du mouvement du jet</b>	<b>51</b>
<b>4</b>	<b>Naissance de jets</b>	<b>53</b>
4.1	Motivations . . . . .	54
4.2	Protocole expérimental . . . . .	54
4.3	Résultats expérimentaux . . . . .	55
4.3.1	Répétabilité de la mesure . . . . .	55
4.3.2	Images des départs . . . . .	56
4.4	Simulations numériques . . . . .	60
4.4.1	À partir des données expérimentales . . . . .	62
4.4.2	Influence du nombre de Reynolds sur la naissance du jet . . . . .	65
4.5	Conclusion . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Réceptivité</b>	<b>69</b>
	Avant-propos . . . . .	70
	Simulations et expériences . . . . .	70
	Description du modèle . . . . .	70
5.1	Introduction . . . . .	72
5.2	Experimental measurements and simulations . . . . .	73
5.2.1	Experimental setup . . . . .	74
5.2.2	Numerical simulations setup . . . . .	74
5.3	Flow simulations and visualisations . . . . .	77
5.3.1	Theoretical background . . . . .	78
5.3.2	Experimental vs. simulation results . . . . .	79
5.3.3	The detail of the perturbations field . . . . .	80
5.4	The model . . . . .	82
5.4.1	Assumptions of the model . . . . .	82
5.4.2	Jet velocity profile and instability . . . . .	82
5.4.3	Equations of the model . . . . .	83
5.4.4	Solution of the model . . . . .	85
5.4.5	Comparison with simulation data . . . . .	87
5.4.6	Discussion . . . . .	89
5.5	conclusion . . . . .	89
<b>II</b>	<b>Applications</b>	<b>93</b>
<b>6</b>	<b>Modification de géométrie dans une flûte à bec</b>	<b>95</b>
6.1	Harmonisation d'une flûte à bec de facteur . . . . .	96
6.2	Flûte expérimentale . . . . .	98

6.2.1	Description des pièces . . . . .	98
6.2.2	Caractérisation à la bouche artificielle . . . . .	100
6.2.3	Attaques rapides . . . . .	107
6.3	Implémentation dans un synthétiseur . . . . .	112
6.3.1	Simplification du Modèle . . . . .	113
6.3.2	Implémentation dans un synthétiseur par modèle physique . . . . .	114
6.3.3	Implémentation dans un oscillateur numérique . . . . .	114
6.4	Mesures avec des instrumentistes . . . . .	121
6.4.1	Analyse d'une gamme . . . . .	121
6.5	Conclusion . . . . .	122
<b>7</b>	<b>Familles de flûtes</b>	<b>125</b>
	Avant-propos . . . . .	126
	Facture . . . . .	126
	Contrôle . . . . .	126
7.1	Introduction . . . . .	128
7.2	Framework . . . . .	129
7.3	Description of the instruments . . . . .	131
7.3.1	Dimensions of the recorders . . . . .	131
7.3.2	Mouth pressure - flow characteristic . . . . .	133
7.4	Measurements on players . . . . .	135
7.4.1	Experimental set up . . . . .	136
7.4.2	Analysis of a scale . . . . .	136
7.4.3	Recorder, pitch and spectral centroid . . . . .	137
7.5	Discussion . . . . .	138
7.5.1	Dimensions of the instruments . . . . .	140
7.5.2	Mouth pressure . . . . .	141
7.5.3	Sound amplitude . . . . .	141
7.5.4	Dimensionless velocity . . . . .	142
7.6	Conclusion . . . . .	144
	<b>Conclusion</b>	<b>147</b>
<b>III</b>	<b>Annexes</b>	<b>151</b>
<b>A</b>	<b>Estimation of the variations of the quality factor of a pipe with its radius</b>	<b>153</b>
A.1	Estimation of the variations of the quality factor of a pipe with its radius . . . . .	153
<b>B</b>	<b>Protocoles de mesure avec des flûtistes</b>	<b>157</b>
<b>C</b>	<b>Harmonisation : Prises de son</b>	<b>163</b>



# Introduction

Les instruments de musique à embouchure de flûte sont parmi les plus anciens (Conard *et al.* [31], Dauvois *et al.* [35]) et les plus représentés dans le monde (Meylan [82]). Souvent utilisées dans les rituels, on leur prête aussi des propriétés magiques : on peut penser aux contes populaires tels que *Le joueur de flûte de Hamelin*, ou plus récemment à *La flûte à six Schtroumpfs* (Peyo [93]) !

La facture a considérablement évolué depuis les premiers instruments connus, datant de 35000 ans et taillés dans des os d'animaux, jusqu'aux flûtes fabriquées actuellement disposant de systèmes de clétage ou de perces de formes élaborées.

Ainsi, le savoir-faire du facteur provient d'une tradition plusieurs fois millénaire, où à force d'essais et d'erreurs, la facture s'est considérablement affinée, au gré de l'évolution des esthétiques sonores et musicales. L'utilisation de flûtes dans la musique *savante* a rendu homogène la facture de ces instruments, alors qu'une grande variété est encore existante dans les instruments de musique populaire (Buchner [19] *in* Ségoufin [106]).

De plus, les problématiques concernant la production de son par couplage entre un écoulement et un résonateur acoustique dépassent le contexte des instruments de musique : elles occupent en effet un large champ de recherche dans des domaines tels que l'aéronautique, où la production de son est en général indésirable.

## Contexte du travail

Lors de l'évolution de la facture, certains paramètres géométriques sont apparus comme fondamentaux, mais échappent encore à la description mécanique de l'instrument : loin d'essayer d'améliorer la facture des instruments, la recherche s'emploie actuellement à comprendre les connaissances empiriques des facteurs.

Cependant, les connaissances actuelles du fonctionnement des instruments à embouchure de flûte trouvent déjà des applications dans la synthèse sonore par modèle physique, outil pouvant aussi bien servir à la création musicale qu'à la validation de modèles de fonctionnement de l'instrument.

De plus en plus d'études concernent le jeu instrumental et montrent l'importance de paramètres de contrôle pertinents pour obtenir une synthèse sonore convaincante, et les modèles de flûte s'améliorent au fur et à mesure. Outre la création musicale à l'aide de la synthèse sonore, les mesures du contrôle exercé par des musiciens expérimentés ouvrent également la perspective d'une aide à la pédagogie instrumentale.

Le travail présenté dans ce document s'inscrit dans la thématique de modélisation physique de l'instrument. Dans ce but, l'instrument est souvent simplifié pour soustraire les phénomènes étudiés de l'influence du reste de l'instrument.

Extraire un phénomène particulier de l'instrument présente un intérêt supplémentaire : par leur lente évolution, les instruments de musique sont devenus des systèmes spécialisés dans la production de son. Dans le cas des flûtes, la génération de son est due à un écoulement. Or, la production de son par écoulement est souvent rencontrée dans des applications industrielles, bien que souvent indésirable. La connaissance des mécanismes favorisant la production de son dans l'instrument permet alors de les minimiser dans les systèmes industriels.

L'évolution de la facture de la flûte à bec a conduit les facteurs à considérer la géométrie de la lumière de l'instrument comme étant cruciale pour le comportement global de l'instrument. Ainsi, dans les flûtes à bec occidentales actuelles, la sortie du canal est biseautée (en haut et en bas) de sorte à présenter une arête vive, et un angle de 45 degrés : ce sont les *chanfreins*.

L'objet du travail présenté dans ce document est d'étudier les paramètres de facture des flûtes à bec, en particulier le rôle joué par les chanfreins. L'approche employée est une approche mécanique.

L'étude de la géométrie de la sortie du canal est effectuée selon trois approches complémentaires : des expériences de visualisation d'écoulements sont effectuées, notamment avec une caméra rapide, et comparées à des simulations numériques d'écoulements, visant à reproduire les expériences ; une approche de modélisation est également employée, dont le but est de faire apparaître les phénomènes dominant le comportement des écoulements.

## Plan du document

Après une présentation générale des instruments à embouchure de flûte (chapitre 1), ce document s'articule autour de deux parties :

- la première concerne le comportement d'un jet en fonction de la géométrie de la lumière dont il est issu.
  - Après un rappel des outils de mécanique des fluides utilisés dans ce document (chapitre 2), le chapitre 4 présente une étude de l'influence de cette géométrie sur la naissance d'un jet ;
  - Un modèle simplifié de réceptivité d'un jet à une perturbation acoustique est présenté au chapitre 5 ;
- la seconde partie concerne des instruments complets.
  - Dans le chapitre 6, l'influence de la géométrie de la sortie du canal est étudiée dans un instrument complet, à la lumière du modèle développé au chapitre 5.
  - Les paramètres de facture d'une famille d'instruments sont étudiés au chapitre 7, ainsi que l'adaptation du contrôle de l'instrumentiste à chaque instrument.

## Chapitre 1

# Description générale du fonctionnement des instruments à embouchure de flûte

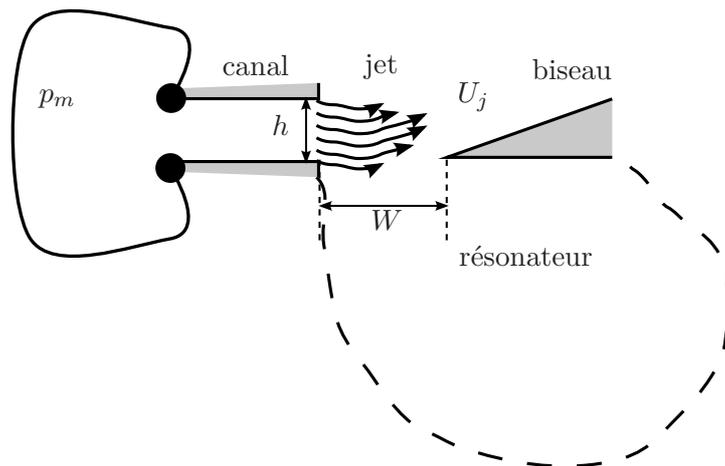


FIG. 1.1: représentation schématique d'une flûte

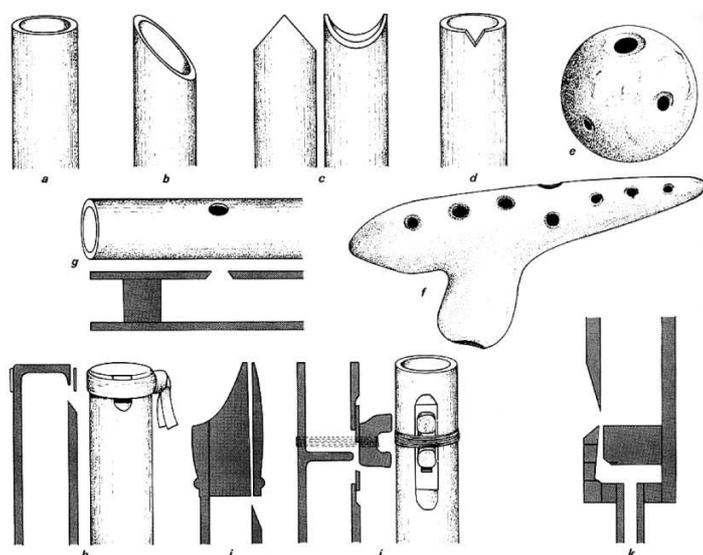


FIG. 1.2: Aperçu de la variété des flûtes, d'après Grove [59]

On appelle *flûte* un instrument à vent dont l'excitation n'implique pas la vibration d'un corps solide (anche ou lèvres). En effet, le fonctionnement de l'instrument repose sur le couplage d'un jet d'air instable avec les modes de résonance d'un système acoustique (figure 1.1).

Autrement dit, une flûte est un instrument comprenant un système de production de jet et un résonateur acoustique, ce qui regroupe une grande variété d'instruments de musique. Les instruments à embouchure de flûte comprennent, en plus des flûtes à bec et traversières, des instruments aussi divers que les sifflets et ocarinas, certains tuyaux d'orgue, ainsi que les shakuachis, les neys ...

La figure 1.2 présente différentes flûtes parmi les plus courantes. On y trouve des flûtes à *encoche* (a, b, c et d), des flûtes *globulaires* (e et f), une flûte traversière (g), et des flûtes à *bec* (h, i et j) dont fait partie le tuyau d'orgue (k).

L'objet de ce chapitre est de présenter les différents mécanismes, communs à tous ces instruments, entrant en jeu dans l'auto-oscillation d'une flûte.

## 1.1 Un tout petit peu d'organologie ...

Les instruments à embouchure de flûte présentant une grande variété, plusieurs classifications sont possibles (Meylan [82], Leipp [74], Castellengo [21]). D'une part, les dimensions physiques des instruments peuvent varier, ainsi que les ordres de grandeur des paramètres de contrôle. Ainsi, si un sifflet tient facilement dans une poche, il n'en est pas de même pour les plus grands tuyaux d'orgues !

Une approche souvent employée consiste à classer les instruments sous l'angle du contrôle et de la facture. En effet, certains paramètres déterminants dans le comportement de l'instrument peuvent être fixés par la facture ou par le contrôle, selon la flûte considérée. La liste suivante (non exhaustive) classe les instruments par influence croissante du musicien sur le son, soit influence du facteur décroissant :

- Dans les tuyaux d'orgues, chaque note est jouée par un instrument différent. On a dans ce cas affaire avec des instruments spécialisés, où le facteur détermine chaque paramètre, la pression de jeu y comprise. L'orgue de barbarie est un cas particulier d'orgue, où le musicien ne contrôle que la vitesse d'exécution de la partition.
- Dans les flûtes à bec, le facteur détermine les principaux paramètres géométriques de l'excitateur de l'instrument, laissant au musicien le contrôle de la hauteur (*via* le résonateur), de la pression de jeu et l'articulation.
- Dans les flûtes traversières, le musicien contrôle l'essentiel des paramètres géométriques de l'excitateur : distance entre la lumière et le biseau, ouverture entre les lèvres, pression de jeu ...
- Dans les flûtes de type shakuachi, le flûtiste contrôle même les conditions aux limites du résonateur, à l'extrémité active.

Comme nous le verrons dans la section 1.5, les paramètres géométriques de l'excitateur jouent un rôle essentiel sur le comportement de l'instrument, donnant ainsi plus de liberté au flûtiste avec un shakuachi ou une flûte traversière sur la sonorité de l'instrument.

## 1.2 Description de l'instrument sous forme de système bouclé

Lorsqu'on souffle dans une flûte, une surpression dans un volume provoque un écoulement dans un canal<sup>1</sup>. À la sortie de ce canal, sous l'action de l'inertie, l'écoulement décolle et forme un jet (Ségoufin [106]).

À une certaine distance du canal, le jet interagit avec un biseau. Cette interaction crée une perturbation acoustique dans le résonateur. Ce dernier accumule de l'énergie grâce à ses résonances. Une partie de cette énergie est rayonnée par les différentes ouvertures.

Le champ acoustique issu du résonateur perturbe également le jet, intrinsèquement instable, à ses fréquences de résonance. Les perturbations s'amplifient et sont convectées sur le trajet du jet, qui finit par osciller de part et d'autre du biseau à une fréquence proche des résonances du résonateur. Le système entre alors en auto-oscillation : les oscillations s'amplifient jusqu'à saturation.

L'interaction entre le jet et le biseau est également source de perturbation hydrodynamique sur le jet lui-même. C'est le phénomène de *son de biseau*, qui consiste en la mise en auto-oscillation d'un jet interagissant avec un biseau, sans accumulation d'énergie par un résonateur. Le phénomène de son de biseau a été très largement étudié dans la littérature (Powell [97], Möhring [84], Holger [63], Coltman [28]). Verge [110] a montré qu'en régime stationnaire, la perturbation du jet due à son interaction avec le biseau est négligeable devant la perturbation due au champ acoustique issu du résonateur.

---

<sup>1</sup>qui peut être formé par les lèvres du flûtiste!

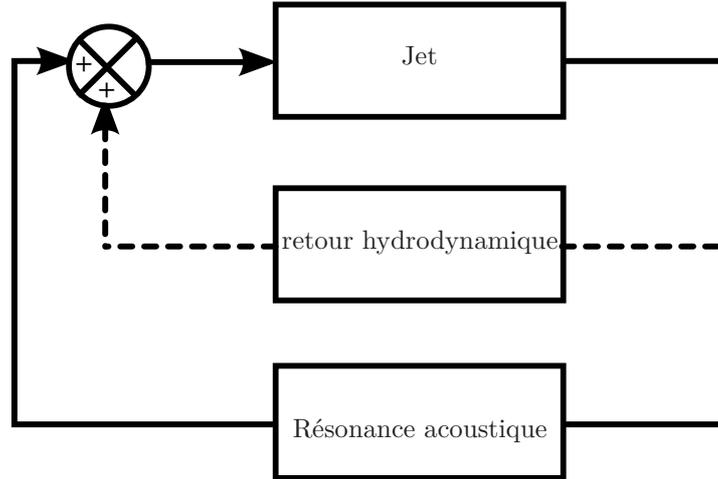


FIG. 1.3: Représentation bouclée d'un instrument à embouchure de flûte

On peut alors représenter une flûte sous la forme d'un système bouclé (Cremer & Ising [33]). Une telle représentation est montrée sur la figure 1.3. En régime stationnaire, on a nécessairement le gain total de la boucle égal à 1, et son déphasage multiple de  $2\pi$ .

### 1.3 Le résonateur

Les instruments étudiés dans le cadre de ce document étant essentiellement des flûtes à bec et traversières, un rappel des propriétés acoustiques des tuyaux ouverts à leurs extrémités est présenté ici.

En première approximation, un tuyau ouvert à ses deux extrémités présente des fréquences de résonance dans un rapport harmonique, définies par  $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{nc}{2L}$ , où  $c$  est la vitesse de propagation du son dans l'air, et  $L$  la longueur du tuyau.

À ces fréquences de résonance correspondent des modes. Le champ de pression d'un tuyau parfait ouvert à ses deux extrémités peut s'écrire ( $k_n = \frac{\omega_n}{c}$ ) :

$$p(x, t) = \sum_n A_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \phi), \quad (1.1)$$

où  $A_n$  est l'amplitude de la composante du champ de pression à la pulsation  $\omega_n$ . Cette première approximation est évidemment fautive, puisqu'elle suppose qu'il n'y a aucune perte d'énergie dans le résonateur, et que les résonances sont tellement marquées que seuls les modes du résonateur peuvent exister.

En pratique, deux phénomènes sont responsables de pertes d'énergie dans le tuyau : le rayonnement des extrémités, et les pertes viscothermiques, dues aux frottements du fluide et à ses échanges thermiques avec la paroi. Ces pertes ont des effets bénéfiques : elle causent l'élargissement des pics de résonance, permettant ainsi l'existence d'ondes dans le tuyau à des fréquences autres que les fréquences de résonance.

Un effet non négligeable des pertes par rayonnement dans l'étude des instruments de musique réside dans le fait que, bien que ce phénomène soit d'un ordre de grandeur faible par rapport aux amplitudes de pression dans le tuyau, ce sont bien les ondes rayonnées qui permettent à un instrument d'être entendu !

Pour rendre compte de la largeur des résonances, on introduit le facteur de qualité  $Q_n$  pour le mode  $n$ . Plus  $Q_n$  est élevé, plus le mode  $n$  présente une résonance étroite. Pour un résonateur

parfait,  $Q_n = \infty, \forall n$ .

### 1.3.1 Rayonnement

À basse fréquence, les ouvertures du tuyau présentent une impédance de rayonnement de la forme ( $0.6 \leq \zeta \leq 0.8$ , dépendant du caractère plus ou moins écranté de l'ouverture,  $r$  est le rayon équivalent de l'ouverture) (Levine & Schwinger [76]) :

$$Z_{ray} = \frac{1}{4}k^2r^2 + j\zeta kr. \quad (1.2)$$

La partie imaginaire de  $Z_{ray}$  introduit une correction de la longueur acoustique du tuyau, ce qui a pour effet d'abaisser les fréquences de résonance. La partie réelle correspond à une perte d'énergie.

Cette représentation est encore très simpliste : elle suppose que l'on a affaire à un tuyau ouvert à ses extrémités. Lors du jeu d'une flûte, le changement de longueur acoustique du tuyau se fait par l'ouverture (ou la fermeture) de trous latéraux. Le comportement acoustique d'un tuyau avec un ou plusieurs trous latéraux ouverts est beaucoup plus délicat à décrire et n'entre pas dans le cadre de cette étude (Chaigne & Kergomard [23]).

### 1.3.2 Pertes visco-thermiques

De plus, des frottements visqueux près des parois du tuyau donnent lieu à des pertes d'énergie sous forme de chaleur, et la compression du fluide, adiabatique, s'accompagne d'une augmentation de la température locale, et induit des échanges thermiques avec la paroi. Ces pertes sont source de baisse des fréquences de résonance, mais également d'inharmonicité. Les pertes visco-thermiques peuvent être prises en compte comme un facteur correctif du nombre d'onde  $k$  :

$$k = \frac{\omega}{c} + \alpha(1 - j), \quad (1.3)$$

où le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est calculé via l'approximation de Kirchhoff [94, 106] :

$$\alpha = \frac{1}{2cr} \sqrt{2\omega\nu} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\nu/a}} \right), \quad (1.4)$$

où  $\gamma$  est le rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constants,  $a$  le coefficient de diffusion de la chaleur et  $\nu$  la viscosité cinématique de l'air. La partie imaginaire de  $k$  (équation (1.3)) correspond à une atténuation des ondes.

Un premier problème relatif à la facture d'instruments à vent apparaît : plus le rayon du tuyau est grand, plus les pertes par rayonnement seront grandes (équation (1.2)). Mais plus le rayon du tuyau est petit, plus les pertes visco-thermiques prennent de l'importance (équation (1.3)). Fabriquer un instrument dont le rayonnement est suffisant pour être entendu mais suffisamment faible pour ne pas mettre en péril l'auto oscillation est un problème que les facteurs d'instruments doivent résoudre.

Un calcul de facteur de qualité des cinq premiers modes d'un tuyau ouvert-ouvert est présenté en annexe A.1

**Variations de section** Les deux extrémités du tuyaux ne jouent pas des rôles équivalents : l'ouverture entre le biseau et la sortie du canal, appelée extrémité active (l'autre extrémité est dite passive), présente un brusque variation de section. Cela résulte aussi en une correction de longueur acoustique (Levine & Schwinger [76]).

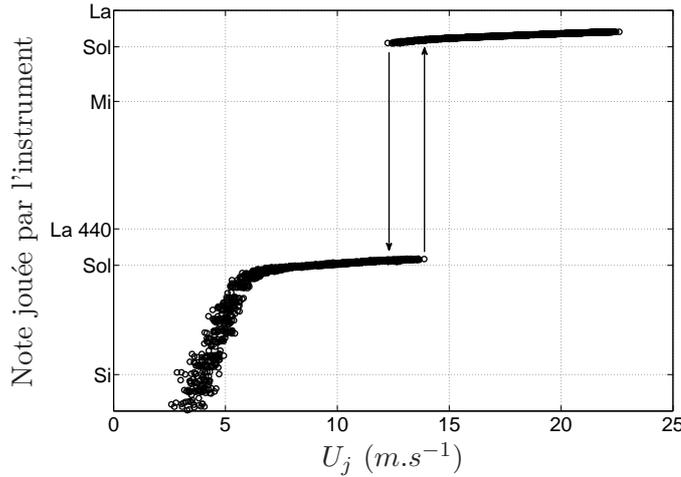


FIG. 1.4: Fréquence fondamentale d'oscillation en fonction de la vitesse  $U_j$  du jet, pour une flûte alto sur un doigté de sol, à la bouche artificielle

## 1.4 Régimes de l'instrument

La figure 1.4 présente l'évolution de la fréquence de jeu d'une flûte à bec en fonction de la vitesse du jet. Il a été dit précédemment qu'une flûte peut être décrite sous forme de système bouclé dont le déphasage est un multiple de  $2\pi$  en régime stationnaire. La fréquence de jeu est voisine d'une fréquence de résonance du résonateur, car il peut y accumuler suffisamment d'énergie pour entretenir l'oscillation.

Le déphasage global de la boucle est composé d'une part de la réponse en phase du résonateur, et d'autre part du temps de convection des perturbations dans le jet. Or le temps de convection est directement lié à la vitesse du jet (section 1.5). Lorsque la vitesse du jet augmente, la part du déphasage due au jet diminue, celle due au résonateur augmente, et on observe une légère augmentation de la fréquence. Pour des vitesses de jet élevées, le retard lié à la convection est trop faible pour la première résonance du tuyau et l'instrument passe sur le deuxième régime (Chaigne & Kergomard [23]).

La figure 1.4 montre que ce phénomène de changement de régime est hystérétique : le changement de régime ne se fait pas à la même vitesse de jet, selon que l'on augmente ou diminue la vitesse du jet. Par ailleurs, on voit également très clairement le glissement de fréquence au seuil d'oscillation (en dessous de  $7m.s^{-1}$ ).

## 1.5 Les grandeurs importantes

La figure 1.1 présente le système excitateur d'un instrument à embouchure de flûte ; il a été évoqué précédemment que le déphasage total de la boucle doit être un multiple entier de  $2\pi$ . En notant  $U_j$  la vitesse du jet et  $W$ , la distance entre la lumière et le biseau, on peut estimer le temps  $\tau$  mis par le jet pour atteindre le biseau :

$$\tau = \frac{W}{U_j}. \quad (1.5)$$

La phase relative de l'arrivée au biseau des perturbations du jet par rapport à l'oscillation acoustique du résonateur est déterminante sur le comportement de l'instrument (Coltman

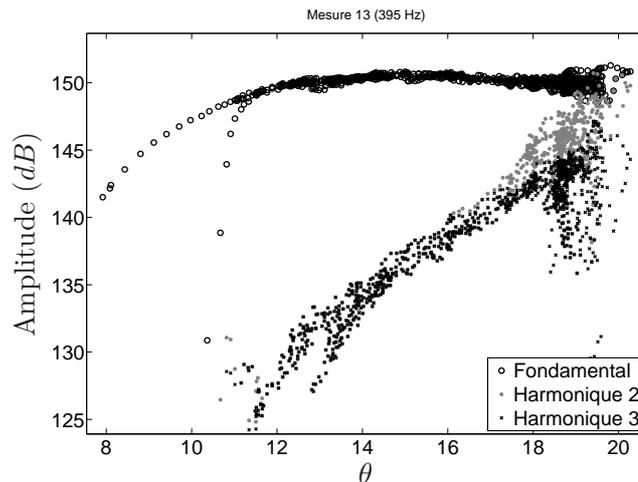


FIG. 1.5: Amplitude des trois premiers harmoniques du spectre du champ interne d'une flûte à bec jouée par un flûtiste professionnel, en fonction de la vitesse adimensionnée du jet  $\theta$  (d'après Almeida [5])

[26]). Afin de quantifier le temps de parcours du jet par rapport à la période d'oscillation dans l'instrument, on introduit le nombre adimensionné de Strouhal :

$$Str_W = \frac{fW}{U_j}. \quad (1.6)$$

Dans un fonctionnement normal, la distance  $W$  entre le jet et le biseau correspond à environ une demi-longueur d'onde hydrodynamique du jet  $\lambda_h$  (voir figure 2.7 du chapitre 2). Or les perturbations se propagent le long du jet à une vitesse d'environ la moitié de la vitesse centrale du jet  $U_j$  (voir la section 2.5.1 du chapitre 2). On a dans ce cas, pour un fonctionnement optimal de l'instrument :

$$Str_W = \frac{f}{U_j} W \simeq \frac{1}{2\lambda} \frac{\lambda}{2} = 0.25. \quad (1.7)$$

En pratique, l'inverse du nombre de Strouhal  $\theta = Str_w^{-1}$  est considéré, car il est directement proportionnel à la vitesse du jet  $U_j$ . Pour des valeurs de  $\theta > 4$ , le jet est en avance sur la phase de l'oscillation, et le spectre de l'instrument s'enrichit. Pour des valeurs de  $\theta < 4$  le spectre du son s'appauvrit. Le jet introduisant un retard sur la totalité de la boucle, il peut y avoir un glissement de fréquence important lorsque  $U_j$  varie ; ceci est particulièrement vrai au seuil d'oscillation.

La figure 1.5 montre l'amplitude des trois premiers harmoniques du spectre du champ interne d'une flûte à bec en fonction de la vitesse adimensionnée du jet  $\theta$ . L'amplitude du premier harmonique se stabilise rapidement, alors que les amplitudes des deuxième et troisième harmoniques augmentent d'une vingtaine de décibels sur la gamme de  $\theta$  explorée.

On remarque que dans la mesure présentée sur la figure 1.5, la gamme de  $\theta$  estimée est toujours au-dessus de la valeur optimale. Il est important de noter que dans cet exemple, la flûte est jouée par un flûtiste professionnel.

La figure 1.6 représente les données présentées sur la figure 1.4, en fonction de  $\theta$ . Bien que la vitesse du jet augmente, au changement de régime, la valeur de  $\theta$  saute brusquement de 7 à

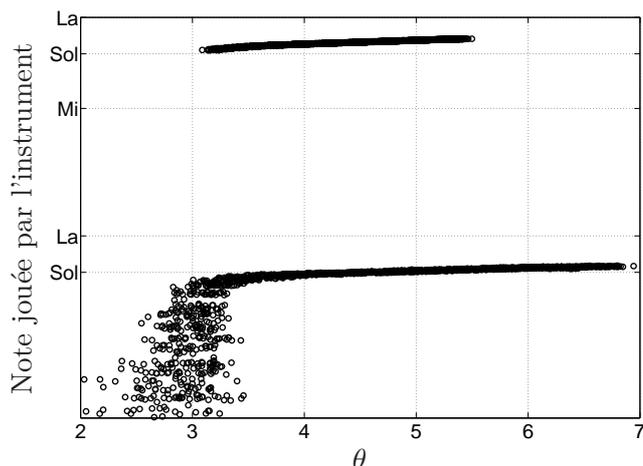


FIG. 1.6: Fréquence fondamentale d'oscillation en fonction de la vitesse du jet adimensionnée

3. Les valeurs de  $\theta$  explorées sont beaucoup plus faibles ici que dans la figure 1.5 ; la flûte est ici jouée à la bouche artificielle. De plus, le doigté et l'instrument ne sont pas les mêmes entre les mesures représentées sur les figures 1.5 et 1.6 ; cela étant, la grande différence d'étendue entre les vitesses adimensionnées accessibles est vraisemblablement due à l'instrumentiste.

On définit également le nombre de Reynolds  $Re$ , qui permet de déterminer le type d'écoulement du jet :

$$Re = \frac{U_j h}{\nu}, \quad (1.8)$$

où  $\nu$  est la viscosité dynamique de l'air. Le nombre de Reynolds permet de déterminer si le jet est laminaire ou turbulent. Au-delà de  $Re = 3000$ , le jet est turbulent à une distance très proche de la lumière. Un écoulement turbulent se caractérise par un champ de vitesse présentant de grandes fluctuations en espace et en temps, dont la description dépasse la portée de ce document, la gamme de nombre de Reynolds rencontrés s'échelonnant entre 700 et 2000.

Il faut cependant retenir (Chaigne & Kergomard [23]) que, dans le cas de la flûte traversière ou des flûtes à encoche, lorsqu'un instrumentiste produit un son de grande ampleur le nombre de Reynolds du jet peut atteindre  $Re = 10000$ . Les jets turbulents sont sources de bruit. Dans un instrument, ce bruit est filtré par le résonateur, et fait partie intégrante du son produit.

## 1.6 Les sources acoustiques

Dans les flûtes, la production du son est uniquement due à l'interaction entre un jet fluide et le biseau. L'étude des sources acoustiques causées par un écoulement est l'objet de l'aéroacoustique. Cette section présente quelques modélisations adoptées des sources dans les flûtes.

### 1.6.1 L'analogie de Lighthill

Lighthill propose une reformulation de l'équation de Navier-Stokes (équation (2.4) du chapitre 2) sous forme d'une équation des ondes avec termes sources (Howe [64], Hirschberg *et al.* [61]), où  $q$  est un débit massique et  $\bar{f}$  est une force volumique :

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) [c_0^2(\rho - \rho_0)] &= \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial f_i}{\partial x_i}; \\ T_{ij} &= \rho v_i v_j + ((p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)) \delta_{ij} - \sigma_{ij}. \end{cases} \quad (1.9)$$

Les termes sources (au membre de droite) comportent des composantes de différentes natures :

- Les fluctuations du tenseur de Reynolds  $\frac{\partial^2 \rho v_i v_j}{\partial x_i \partial x_j}$  sont de nature quadripolaire. Ce tenseur correspond aux contraintes non-linéaires dues à la turbulence et la vorticité de l'écoulement.
- Les fluctuations  $\frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$  du tenseur des contraintes visqueuses, correspondant aux dissipations dues à la viscosité du fluide près des parois. Il est également de nature quadripolaire.
- Le terme  $\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} ((p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0))$  représente les sources acoustiques dues aux variations de la vitesse de propagation du son. Dans une flûte, cette variation peut être caus e par la différence de température entre le souffle (chaud) du musicien et l'air contenu dans l'instrument (plus froid). Ce terme peut être interprété comme de nature monopolaire ou quadripolaire (Verge [109]).
- Le terme  $\frac{\partial q}{\partial t}$ , de nature monopolaire, correspond aux injections de volume, et est particulièrement important dans le fonctionnement des flûtes, où le jet peut être vu comme une injection de fluide dans l'instrument.
- Le terme dipolaire  $-\frac{\partial f_i}{\partial x_i}$  exprime l'effet d'une force volumique extérieure sur le fluide. Ce terme est négligeable dans les flûtes.

Le calcul du champ rayonné par les sources, dont le principe est relativement simple, consiste à intégrer la fonction de Green du système sur la zone où les sources sont présentes ; on rappelle que la fonction de Green  $G(x, t|y, \tau)$  correspond à la réponse acoustique en  $x$  et à l'instant  $t$  d'un système à une excitation ponctuelle en  $y$  à l'instant  $\tau$ , et est donc solution de l'équation (Chaigne & Kergomard [23]) :

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} - c^2 \Delta G = \delta(x - y) \delta(t - \tau). \quad (1.10)$$

En pratique, étant donnée la géométrie du système excitateur des flûtes et la nature des sources, la résolution du système peut s'avérer très complexe. À basse fréquence, le comportement acoustique d'une flûte peut être décrit par la fonction de Green à une dimension, mais la résolution nécessite la connaissance complète des termes sources, et ainsi d'autres approches sont adoptées, selon les contributions considérées.

### 1.6.2 Modèle de tourbillons discrets

Il a été dit précédemment que le fonctionnement d'une flûte repose sur l'instabilité intrinsèque d'un jet d'air. Le mécanisme d'instabilité d'un jet repose sur la concentration de rotationnel dans les couches de cisaillement de celui-ci (section 2.5 du chapitre 2).

Chaque tourbillon est le siège de forces de Coriolis exerçant un travail sur le champ acoustique (Chaigne & Kergomard [23]). La puissance acoustique produite est donc :

$$P = \frac{1}{T} \int_T \int_{Vol} -\rho_0 (\vec{\omega} \times \vec{v}) \cdot \vec{v}_{ac} dV dt, \quad (1.11)$$

où  $\vec{\omega}$  est la vorticité de l'écoulement,  $v$  est la vitesse de transport du tourbillon et  $v_{ac}$  est la vitesse acoustique. L'intégrale est calculée sur le volume  $Vol$  où le rotationnel est non nul, et sur la période  $T$  de oscillation.

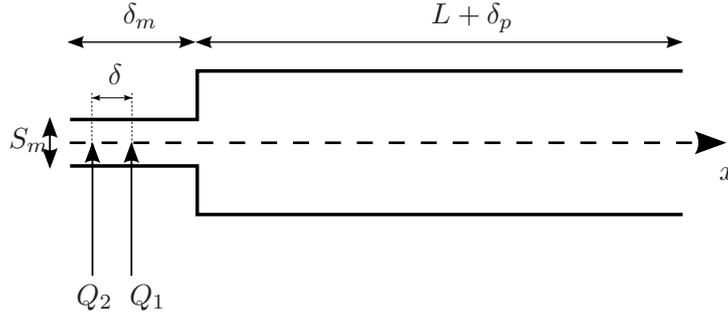


FIG. 1.7: Modèle de flûte à une dimension

L'équation (1.11) fait apparaître que selon que la force de Coriolis  $-\rho_0(\vec{\omega} \times \vec{v})$  et la vitesse acoustique  $\vec{v}_{ac}$  sont dans le même sens ou non, les tourbillons peuvent générer ou au contraire atténuer les sources acoustiques (Fabre *et al.* [45]).

Dans ce modèle, le champ acoustique est défini comme la composante instationnaire de la partie potentielle du champ de vitesse. Le biseau présentant une arête vive, le champ acoustique y est singulier (paragraphe 2.3.3 du chapitre 2). On s'attend donc à ce que les sources les plus efficaces se trouvent au voisinage de l'arête du biseau.

### 1.6.3 Modèle *Jet drive*

Dans le modèle de *Jet drive*, l'oscillation du jet de part et d'autre du biseau est modélisée comme une source dipolaire de débit : en écrivant les débits entrant  $Q_{in} = Q_1 + \langle Q_{in} \rangle$  et sortant  $Q_{out} = Q_2 + \langle Q_{out} \rangle$ , où  $\langle Q \rangle$  indique la valeur moyenne de  $Q$ , on a  $Q_2 = -Q_1$ .

À basses fréquences, on peut considérer que seules des ondes planes se propagent dans le résonateur de l'instrument, autorisant ainsi une description à une dimension. Comme évoqué précédemment, l'extrémité active de l'instrument présente une constriction, ce qui se traduit par une correction de longueur acoustique.

Les deux sources ponctuelles de débit sont placées à une distance  $\delta$  l'une de l'autre (Verge *et al.* [110], Coltman [28]). En appliquant le principe fondamental de la dynamique, on peut exprimer ce dipôle de débit comme une différence de pression :

$$\Delta p = -\frac{\rho}{S_m} \delta \frac{dQ_1}{dt}, \quad (1.12)$$

où  $S_m$  est la surface de la bouche de l'instrument.

### Modèle à une dimension

La figure 1.7 présente le schéma du modèle de flûte à une dimension (Verge [110], Chaigne & Kergomard [23]). Le dipôle de débit agit comme une source de différence de pression : la même masse d'air  $\rho \delta S_m$  est ballottée tantôt vers l'intérieur, tantôt vers l'extérieur de l'instrument. La longueur acoustique de l'instrument est  $L + \delta_p + \delta_m$ , où  $\delta_p$  est la correction due au rayonnement de l'extrémité passive, et  $\delta_m$  est due à la constriction et au rayonnement de l'extrémité active.

Ce modèle est couramment employé en synthèse sonore par modèle physique, auquel on ajoute un terme source dû à la création de tourbillons, ainsi qu'un bruit de turbulence.

## 1.7 Conclusion

Si le fonctionnement mécanique des flûtes est relativement bien compris dans les grandes lignes, il reste encore de grandes zones d'ombre.

L'instrument a été ici décrit sans musicien ; mais les ordres de grandeur de  $\theta$  mis en jeu dans les figures 1.5 et 1.6 montrent bien que même dans le cas d'une flûte à bec, où l'instrumentiste ne contrôle pas la géométrie de l'excitateur, des paramètres de contrôle considérés comme identiques ne produisent pas le même résultat. Ainsi Gabriels [54] mesure pour une même flûte des pressions de changement de régime plus de deux fois supérieures pour un musicien que pour une bouche artificielle.

De plus, si les modèles actuels de flûtes permettent d'obtenir une auto oscillation, de nombreuses subtilités de facture leur échappent. Dans la facture des flûtes à bec, une grande attention est portée sur le système excitateur. La forme interne du canal ainsi que la géométrie de la lumière sont des paramètres réputés comme très sensibles (Ségoufin [107], Blanc *et al.* [13, 12]), dont l'influence est encore peu comprise.

Si de plus en plus d'études portent sur l'interaction entre l'instrument et le musicien dans les flûtes ou d'autres instruments (de la Cuadra [37], Montgermont *et al.* [83], Demoucron [39], Perc [91], Cossette *et al.* [32]) une large partie du présent document est consacrée à l'influence des paramètres géométriques du système excitateur sur le comportement de l'instrument.



## Chapitre 2

# État de l'art

La production de son d'une flûte repose sur le couplage entre le champ acoustique issu d'un résonateur et un jet d'air. Les jets sont connus pour être hautement instables. Nous nous proposons dans ce chapitre de faire un état de l'art à propos de l'instabilité d'un jet.

Ce chapitre propose une synthèse des écrits de Ségoufin [106], Chaigne & Kergomard [23], Landau & Lifchitz [73], Tritton [108], Schlichting [104], Drazin [41], Paterson [89] et Rayleigh [99].

## 2.1 L'équation de Navier-Stokes

Un fluide est décrit comme un milieu continu ; c'est-à-dire que l'échelle d'observation est suffisamment grande pour que les grandeurs considérées soient décrites par des champs continus. L'équation de Navier-Stokes décrit le mouvement d'un fluide dans de telles conditions. Dans la modélisation de l'écoulement d'un jet l'hypothèse d'incompressibilité est généralement retenue. Bien qu'*a priori* paradoxal, cela se justifie par la petitesse des différentes échelles caractéristiques des couches limites et du jet (épaisseurs et vitesse) par rapport aux grandeurs acoustiques (longueur d'onde et vitesse de propagation du son) caractéristiques de l'instrument.

En écrivant la conservation de la masse et le principe fondamental de la dynamique, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = q; \\ \frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \rho \vec{U} = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \vec{f}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Le terme  $q$  exprime une injection de masse volumique. Les termes  $\vec{U}$ ,  $p$ ,  $\rho$ ,  $\vec{\tau}$  et  $\vec{f}$  se réfèrent respectivement à la vitesse, la pression, la masse volumique, le tenseur des contraintes visqueuses et les forces volumiques agissant sur le fluide (typiquement dues aux conditions aux limites solides). Dans l'hypothèse des fluides newtoniens, le tenseur des contraintes visqueuses  $\vec{\tau}$  est relié linéairement au tenseur de taux de déformation par la viscosité  $\mu$  du fluide :  $\tau_{ij} = \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{U} \mathcal{I} + \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ .

En combinant l'équation de conservation de la masse (en supposant  $q = 0$ ) avec le principe fondamental de la dynamique (équations (2.1)), il vient les équations de Navier-Stokes, associées aux équations régissant la conservation de l'énergie (Hirschberg *et al.* [61]) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i v_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i; \\ \frac{\partial \rho(e + \frac{1}{2} v_i v_i)}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i(e + \frac{1}{2} v_i v_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial Q_i}{\partial x_i} - \frac{\partial p v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij} v_j}{\partial x_i} + f_i v_i; \end{cases} \quad (2.2)$$

où  $e$  est l'énergie spécifique et  $Q_i$  est le flux de chaleur. La convention de somme des indices répétés est employée.

Selon les hypothèses effectuées dans les équations du système (2.1), plusieurs types de phénomènes peuvent être décrits. Les équations de l'acoustique s'obtiennent en linéarisant  $p$  et  $\rho$ . Dans le cas de l'écoulement dans le canal et du jet, le fluide est considéré incompressible, sans terme source de masse volumique et non soumis à la pesanteur. Ceci se traduit dans l'équation de conservation de la masse par :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \\ \vec{\nabla} \rho = 0; \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

Ces hypothèses mènent aux équations de Navier Stokes incompressibles :

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \rho(\vec{U} \cdot \vec{\nabla})\vec{U} = -\vec{\nabla}p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{U} + \vec{f}. \quad (2.4)$$

Dans la suite de ce document, lorsque ce n'est pas précisé, le nom d'équation de Navier Stokes désigne l'équation (2.4).

## 2.2 Différentes approximations

La viscosité d'un fluide n'ayant en général une influence que près des parois, il est usuel de décrire un fluide comme deux écoulements ; l'un, loin des parois est décrit comme un fluide parfait. L'autre, près des parois est décrit par les équations des couches limites. Ces deux descriptions correspondent à des simplifications différentes des équations de Navier-Stokes.

Un nombre adimensionné, le nombre de Reynolds  $Re$  est introduit afin de déterminer si le fluide peut être décrit comme parfait, en introduisant une longueur  $L$  et une vitesse  $V$  caractéristiques de l'écoulement

$$Re = \frac{VL\rho}{\mu} = \frac{VL}{\nu}. \quad (2.5)$$

Pour de grandes valeurs de  $Re$ , la viscosité peut être négligée par rapport aux autres forces agissant sur le fluide. Pour des valeurs de  $Re$  supérieures à quelques  $10^3$  peut apparaître le phénomène de turbulence.

### 2.2.1 Le fluide parfait

Pour des valeurs de  $Re$  suffisantes, les termes de viscosité peuvent être négligés dans l'équation (2.4) : on fait l'approximation  $Re = \infty$ , soit  $\nu = 0$ . Il vient alors l'équation d'Euler, décrivant les fluides parfaits :

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \rho(\vec{U} \cdot \vec{\nabla})\vec{U} = -\vec{\nabla}p + \vec{f}. \quad (2.6)$$

En prenant le rotationnel de l'équation (2.6) dans un écoulement à deux dimensions, il vient  $\frac{d\omega}{dt} = 0$  (Paterson [89]), où  $\omega = \vec{\nabla} \times \vec{v}$  désigne la vorticité de l'écoulement, et  $\frac{d}{dt}$  est l'opérateur de dérivée particulaire. Dans un fluide parfait, la vorticité est une grandeur conservée le long de l'écoulement. Les phénomènes d'instabilité étant décrits dans des cadres de fluide parfait, cette propriété des fluides parfaits sera utile.

Il est également à noter que la conservation de la vorticité est une propriété indépendante de l'incompressibilité. En particulier, les phénomènes acoustiques sont décrits dans un cadre de fluide parfait compressible. En absence d'onde, le fluide étant au repos, il vient  $\omega = \vec{\nabla} \times v = 0$  dans tout le fluide. Un tel champ de vitesse est appelé potentiel, car on peut écrire que  $\vec{v} = \vec{\nabla}(\varphi)$ , où  $\varphi$ , appelé potentiel des vitesses, est un scalaire.

On peut, par un jeu d'écriture, récrire l'équation de l'Euler sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{(\vec{\nabla}\varphi)^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \frac{\vec{f}}{\rho} = cte; \\ \Delta\varphi = 0. \end{cases} \quad (2.7)$$

L'équation 2.7 est appelée équation de Bernoulli instationnaire.

### 2.2.2 Les équations de couche limite

Lorsque le nombre de Reynolds  $Re$  est suffisamment grand, on utilise une description en fluide parfait de l'écoulement. Or près des parois, cette description est insuffisante puisque la condition de non glissement du fluide à la paroi n'est pas satisfaite.

Les équations de couche limite concernent la partie du fluide près des parois, où la viscosité a un effet prépondérant. En effet, au contact avec la paroi, le fluide est immobile (condition de non glissement). La couche limite est la couche dans l'épaisseur de laquelle la vitesse du fluide varie entre une vitesse nulle à la paroi et la vitesse de l'écoulement parfait.

Par définition, la couche limite présente deux longueurs caractéristiques très différentes : elles sont longues et peu épaisses. Ici, le fluide s'écoule selon  $x$  (de grandeur caractéristique  $L$ ), et l'épaisseur caractéristique de la couche limite, selon  $y$  est  $\delta$ . La grande différence entre ces longueurs caractéristiques ( $\delta \ll L$ ) permet de simplifier l'équation de Navier-Stokes (équation (2.4), par analyse des ordres de grandeurs des différents termes (Tritton [108]).

En régime stationnaire, l'équation de Navier-Stokes projetée sur les axes longitudinal et transversal de l'écoulement s'écrit :

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right); \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right); \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (2.8)$$

Les idées principales sous-jacentes aux équations des couches limites résident dans le fait que l'écoulement est principalement parallèle à la paroi (les termes de vitesse transversaux sont négligeables devant les termes de vitesse longitudinaux), et que les gradients de vitesse sont très grands dans la direction transversale (la vitesse est nulle à la paroi, et atteint un ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement en fluide parfait sur une distance  $\delta$ ).

En notant respectivement  $U$  et  $V$  les ordres de grandeurs des composantes longitudinales et transversales  $u$  et  $v$  de la vitesse de l'écoulement  $\vec{U}$ , à partir de l'équation de la conservation de la masse (incompressible), il vient  $V \sim \frac{U\delta}{L}$ .

L'analyse des ordres de grandeur dans l'équation de Navier-Stokes projetée sur l'axe transversal (équation (2.8)) mène à négliger le gradient de pression dans la direction transversale de la couche limite (Landau & Lifchitz [73]) : sur une tranche de fluide, la pression est constante et égale à la pression  $p_0$  de l'écoulement parfait.

Les variations de vitesse dans le sens de l'écoulement sont très faibles devant les variations de vitesse dans l'épaisseur de couche limite ( $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ). La projection de l'équation de Navier-Stokes sur l'axe  $x$  devient donc :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (2.9)$$

L'ensemble de l'équation (2.9) et de la relation d'incompressibilité s'appelle l'ensemble des équations de Prandtl (Schlichting [104]). La pression  $p$  est invariante dans l'épaisseur de la couche limite, et égale à la pression régnant dans l'écoulement de fluide parfait, si l'écoulement est potentiel, on a de plus la relation :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = U \frac{\partial U}{\partial x}, \quad (2.10)$$

où  $U$  est la vitesse du fluide parfait près de la paroi.

En posant les changements de variables suivants (Landau & Lifchitz [73]) :

$$Re = \frac{U_0 L}{\nu}, \quad x = Lx', \quad y = \frac{Ly'}{\sqrt{Re}}, \quad u = U_0 u', \quad v = \frac{U_0 v'}{\sqrt{Re}}, \quad U = U_0 U'. \quad (2.11)$$

Il vient une expression des équations de Prandtl indépendantes de la viscosité :

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = U' \frac{\partial U'}{\partial x'} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}. \quad (2.12)$$

L'équation (2.12) implique que quel que soit le nombre de Reynolds, l'épaisseur de la couche limite ainsi que la vitesse transversale sont reliées aux grandeurs longitudinales par le facteur  $\frac{1}{\sqrt{Re}}$ .

## 2.3 Décollement

Un jet est issu du décollement d'un écoulement lorsque le milieu dans lequel il s'écoule présente un élargissement. Le phénomène de décollement est étroitement lié à la viscosité du fluide, et implique une modification de la vorticité de l'écoulement. Une description du phénomène de décollement ne peut donc pas être effectuée dans le cadre d'un fluide parfait. Nous présentons ici le cadre général du phénomène de décollement.

### 2.3.1 Vorticité

La vorticité  $\vec{\omega}$  d'un écoulement est le rotationnel de la vitesse de cet écoulement :

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v}. \quad (2.13)$$

L'équation de la vorticité d'un écoulement s'obtient en appliquant le rotationnel de l'équation de Navier-Stokes (2.4). Elle s'écrit (Tritton [108]) :

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} - \vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} (\vec{U}) = \nu \vec{\nabla}^2 \vec{\omega}. \quad (2.14)$$

### 2.3.2 Conditions de décollement d'un fluide

Le décollement d'un fluide d'une paroi, se traduit par une zone de recirculation, c'est-à-dire une zone ou la vorticité du fluide est inversée. La figure 2.1 présente schématiquement les lignes de courant d'un décollement d'écoulement. D'après la condition de non-glisement sur les parois, la composante  $u$  de la vitesse selon  $x$  est nulle sur la paroi, et le signe de  $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}$  change de part et d'autre du point de décollement. On a donc, au point de décollement,  $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$ .

Afin de simplifier la discussion, on se place dans le cadre d'un écoulement stationnaire. En considérant l'équation de la vorticité (2.14)   deux dimensions, il vient que  $\vec{\omega}$  est un vecteur à une composante  $\Omega$ , perpendiculaire à  $\vec{U}$ . Le terme  $\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla} (\vec{U})$  est donc nul.

La composante  $\Omega$  de la vorticité est donc décrite par l'équation :

$$\begin{cases} \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \Omega &= \nu \vec{\nabla}^2 (\Omega); \\ \Omega &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \end{cases} \quad (2.15)$$

Au niveau de la paroi, la condition de non glissement impose  $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{y=0} = 0$ . On a donc  $\Omega_{y=0} = -\frac{\partial u}{\partial y}$ .

Sur la paroi, la projection de l'équation de Navier-Stokes sur l'axe  $x$  ( quation (2.8)) devient :

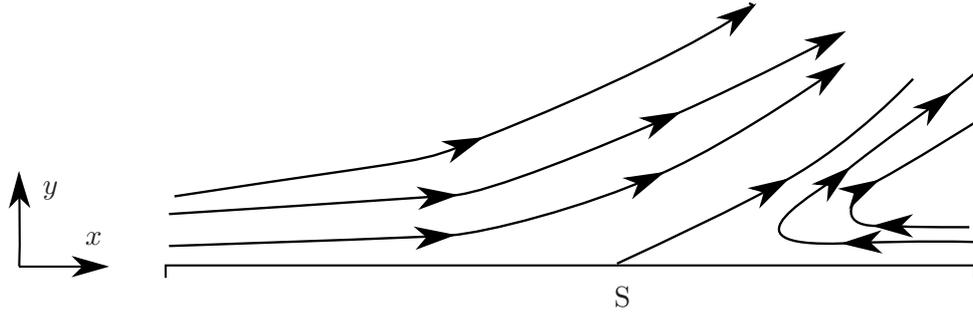


FIG. 2.1: Schéma des lignes de courant près du point de décollement d'un écoulement (d'après Tritton [108]). Il y a une zone de recirculation après le point de décollement (S) ; c'est-à-dire que le sens de l'écoulement selon  $x$  est inversé

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (2.16)$$

On a donc, le long de la paroi :

$$\nu \frac{\partial \Omega}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (2.17)$$

Pour un écoulement vers les  $x$  croissants, tel que sur le schéma 2.1, la vorticité à la paroi est négative avant le point de décollement, et est positive après le point de décollement. Le terme  $\nu \frac{\partial \Omega}{\partial y}$ , exprimant la diffusion de la vorticité, correspond à une introduction de vorticité positive vers une zone où la vorticité est négative ; ce terme est donc négatif, ce qui implique que le gradient de la pression dans le sens de l'écoulement est positif. En d'autres termes, lors d'un décollement, le gradient de pression s'oppose à l'écoulement.

Ceci constitue une condition nécessaire, mais non suffisante pour obtenir le décollement d'un écoulement. Pour que l'écoulement décolle, il faut que cette opposition soit suffisante pour vaincre l'inertie de l'écoulement.

La prédiction du décollement est en général difficile (Tritton [108]). En pratique, des hypothèses supplémentaires sont effectuées. La méthode de Pohlhausen propose d'approximer le profil de vitesse  $u$  de l'écoulement dans la couche limite par un polynôme de la forme (Pelorson *et al.* [90]) :

$$\frac{u}{U_0} = \sum_{i=0}^N a_i \left( \frac{\eta}{\delta} \right)^i, \quad (2.18)$$

où  $U_0$  est la vitesse de l'écoulement loin de la couche limite,  $\eta$  la coordonnée dans la direction normale à la paroi et  $\delta$  l'épaisseur de couche limite. Les coefficients  $a_i$  de l'équation 2.18 sont déterminés avec les conditions aux limites de l'écoulement, à la paroi et loin de la couche limite. Le décollement a alors lieu lorsque  $\left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0$ .

On retient en général, dans le cas d'un évasement, que des variations de direction de la paroi de l'ordre de la dizaine de degrés peuvent conduire à un décollement : plus les variations de

section d'un canal sont grandes, plus l'écoulement a des chances de décoller. En particulier, les arêtes sont toujours le siège d'un décollement.

### 2.3.3 Condition de Kutta

Il a été dit que le décollement d'un écoulement est lié à la viscosité du fluide ; en effet, un écoulement non-visqueux glisse le long des parois. Ceci est particulièrement gênant au niveau des arêtes vives, car cela implique un changement de direction ponctuel de l'écoulement, soit une accélération infinie. Les arêtes sont donc des points singuliers des écoulements non visqueux.

Afin de permettre la description de tels écoulements, Kutta (Paterson [89]) propose d'introduire artificiellement du rotationnel dans le fluide, de sorte à compenser le changement de direction. Avec l'ajout d'un tel champ de vitesse, le fluide décolle.

## 2.4 Formation de jets

Un jet est un cas particulier de couche limite : en émergeant dans un fluide au repos, sous l'effet de la viscosité, la vitesse de l'écoulement tend vers zéro dans le jet, au niveau des couches de cisaillement. La principale différence avec un écoulement à proximité d'une paroi est que le jet entraîne le fluide alentour, ce qui provoque son élargissement. Comme la quantité de mouvement se conserve, l'élargissement du jet est accompagné d'une perte de vitesse dans le cœur du jet : le profil de vitesse du jet s'étale.

On cherche un profil de vitesse comme une solution similaire  $u(x, y) = u_{max}(x)g\left(\frac{y}{\Delta(x)}\right)$ , avec  $u_{max} \propto x^m$  décrivant la variation de vitesse dans le cœur du jet, et  $\Delta \propto x^n$  décrivant l'étalement du jet. En constatant que les puissances de  $x$  intervenant dans l'équation des couches limites doivent être les mêmes, ainsi qu'en écrivant la conservation de l'énergie cinétique du jet, on aboutit à  $m = -\frac{1}{3}$  et  $n = \frac{2}{3}$  (Tritton [108]).

En introduisant la fonction de courant  $\psi = u_{max}f$ , où  $f$  est une fonction de  $\frac{x}{\Delta}$  telle que  $f' = g$ , dans l'équation des couches limites, on aboutit à :

$$u(x, y) = u_{max} \operatorname{sech}^2\left(\frac{y}{b}\right). \quad (2.19)$$

Le profil de vitesse décrit par l'équation (2.19) s'appelle profil de Bickley [10]. Un tel profil de vitesse n'est pas observable : les lois de variation de  $u_{max}$  et de  $\Delta$  imposent un jet infiniment fin, de vitesse infinie à l'origine. En pratique, le jet émerge avec un certain profil de vitesse, et tend asymptotiquement vers le profil de Bickley. L'instabilité intrinsèque des jets rend ce profil inobservable expérimentalement.

Près de la naissance du jet, afin de décrire le profil de vitesse du jet d'une façon plus réaliste qu'avec un profil de Bickley, Nolle [86] propose une famille de fonctions *ad hoc* :

$$U(y) = U_0 \operatorname{sech}^2\left(\left(\frac{y}{b}\right)^n\right). \quad (2.20)$$

Ces profils de vitesses sont d'autant plus plats avec des couches de cisaillement fines, que  $n$  est grand. La figure 2.2 présente les profils de vitesse de Bickley, de Nolle avec  $n = 2$  et avec  $n = 5$ .

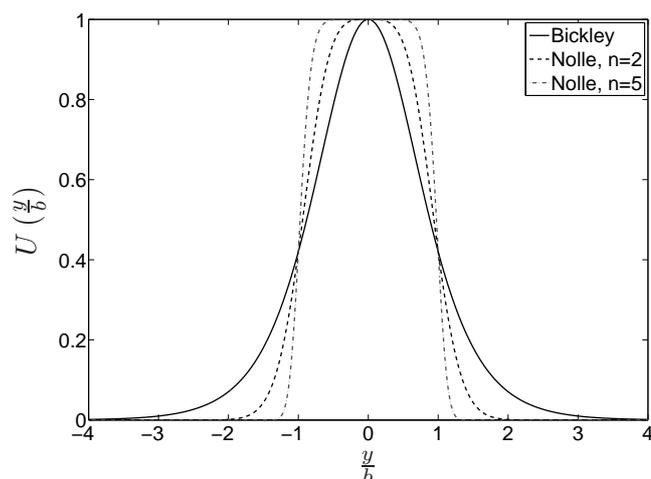


FIG. 2.2: Profil de Bickley et profils de Nolle pour  $n = 2$  et  $n = 5$ . Plus  $n$  est grand, plus le profil de Nolle tend vers un profil de vitesse carré. Le profil de Bickley est un cas particulier de profil de Nolle ( $n = 1$ )

## 2.5 Instabilités

Un jet d'air est intrinsèquement instable : une perturbation apportée à son mouvement se voit amplifiée au fil de l'écoulement (Chaîne & Kergomard [23], Drazin [41]). Le mécanisme d'instabilité d'un jet repose sur l'instabilité d'une interface entre deux zones de fluide s'écoulant à des vitesses différentes, appelée couche de cisaillement. Cette instabilité porte le nom d'instabilité de Kelvin-Helmholtz.

Les phénomènes d'instabilité décrits sont indépendants de la viscosité du fluide ; l'étude de l'instabilité d'un écoulement est ici décrite dans le cadre d'un fluide parfait.

### 2.5.1 Instabilité de Kelvin-Helmholtz

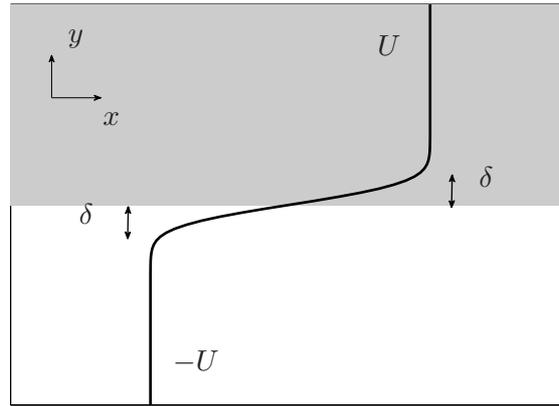
L'instabilité de Kelvin-Helmholtz (Drazin [41]) est l'instabilité d'une couche de cisaillement. Lorsque deux couches de fluide se déplacent à des vitesses différentes, les moindres perturbations de l'interface entre ces deux couches sont amplifiées. Dans les cas qui nous intéressent, chaque couche ( $i, j$ ) du fluide se déplace à une vitesse constante ( $U_{i,j}$ ), la transition entre les couches s'effectuant dans la couche de cisaillement. Un observateur se déplaçant à la vitesse  $\frac{U_i+U_j}{2}$  voit les deux couches de fluide s'écouler aux vitesses  $\pm U = \pm \frac{U_i-U_j}{2}$ . À titre d'exemple, la figure 2.3 représente une couche de cisaillement décrite par la fonction d'erreur<sup>1</sup>, de largeur  $\delta$  dans les deux couches de fluide.

Un tel écoulement présente une nappe où la vorticité est concentrée. En effet, le calcul de la circulation de la vitesse  $\Gamma = \oint \vec{U} \cdot d\vec{l}$  est nul, sauf si le chemin traverse l'interface. Comme la viscosité est négligée (hypothèse de fluide parfait), la vorticité est conservée le long de l'écoulement.

L'interface entre les deux zones de fluide est une ligne de tourbillon. La figure 2.4 présente le mécanisme d'instabilité de la nappe de vorticité.

On remarque que pour l'observateur se déplaçant à la vitesse  $\frac{U_i+U_j}{2}$ , le système est parfaitement antisymétrique. Il en résulte que les concentrations de tourbillons se déplacent à la même

<sup>1</sup>définie par :  $erf(z) = \int_0^z e^{-\zeta^2} d\zeta$ .

FIG. 2.3: Schéma d'une couche de cisaillement de type  $\text{erf}f(\frac{y}{\delta})$ 

vitesse que cet observateur. On retiendra que dans une couche de cisaillement, les perturbations se propagent avec une vitesse de l'ordre de grandeur de la moyenne des vitesses ; dans le cas d'un jet émergeant dans un fluide au repos, les perturbations se propagent donc à une vitesse de l'ordre de la moitié de la vitesse du jet.

### 2.5.2 L'équation de Rayleigh

Un jet peut être considéré comme l'ensemble de deux couches de cisaillement. Rayleigh [99], en se plaçant dans un cadre linéaire, incompressible et non-visqueux, cherche l'évolution des fonctions de courant d'un jet infini bi-dimensionnel, perturbé, sous la forme d'une onde s'amplifiant.

La fonction de courant  $\psi$ , qui exprime l'incompressibilité d'un écoulement bi-dimensionnel, est définie par :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} ; v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.21)$$

Rayleigh [99] considère un écoulement parallèle de profil de vitesse  $U(y)$  orienté selon l'axe  $x$ , et de rotationnel  $\Omega$ , orienté selon l'axe  $z$ . Une perturbation en vitesse est superposée à cet écoulement ; On a donc :

$$\begin{cases} u = U(y) + u' ; \\ v = 0 + v' ; \\ \vec{\omega} \cdot \vec{z} = \Omega + \omega' . \end{cases} \quad (2.22)$$

En écrivant l'équation de la vorticité (2.14), la viscosité de l'écoulement étant négligée, on obtient :

$$\frac{\partial(\Omega + \omega')}{\partial t} + (U(y) + u') \frac{\partial(\Omega + \omega')}{\partial x} + v' \frac{\partial(\Omega + \omega')}{\partial y} = 0. \quad (2.23)$$

En décomposant la perturbation sous forme d'exponentielles  $\psi'(x, y, t) = \Re(\phi(y)e^{j(\omega t - \alpha x)})$  et en ne considérant que les termes de premier ordre, on obtient l'équation de Rayleigh pour la fonction de courant [99] :

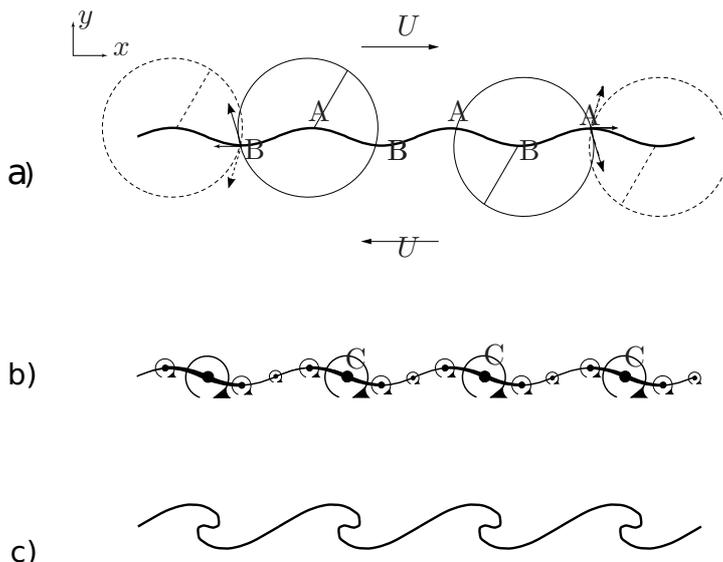


FIG. 2.4: Schéma de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, d'après Fabre *in* Chaigne & Kergomard [23]. Lorsqu'une perturbation est appliquée à l'interface, la distribution des vitesses est asymétrique (a), accumulant la vorticité aux points notés C (b). Cette accumulation amplifie la perturbation, l'interface finissant par déferler sur elle même (c).

$$\left( U(y) - \frac{\omega}{\alpha} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi'}{\partial y^2} - \alpha^2 \phi' \right) - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \phi' = 0. \quad (2.24)$$

La résolution de l'équation de Rayleigh, selon le profil de vitesse initial du jet, nécessite en général l'emploi de moyens numériques. Elle consiste à trouver la relation de dispersion reliant  $\omega$  à  $\alpha$ .

Deux types d'analyse sont possibles :

- la perturbation considérée peut être de type spatial ( $\alpha$  est réel), et l'on s'attachera alors à trouver  $\omega$  complexe, qui correspond à l'amplification temporelle de la perturbation,
- la perturbation impose une périodicité temporelle, auquel cas l'amplification spatiale ( $\alpha$  complexe) est recherch e.

Dans les flûtes, la perturbation est cr e e par le résonateur, à une fréquence proche de ses fréquences de résonances. On privilégiera donc une analyse spatiale de l'amplification de la perturbation. La figure 5.10 du chapitre 5 présente la partie imaginaire (correspondant à l'amplification) de  $\alpha$  pour différents profils de vitesse, en fonction du nombre de Strouhal  $Str_h$ , défini par :

$$Str_h = \frac{\omega h}{U}, \quad (2.25)$$

où  $h$  quantifie la largeur du jet. Aux basses fréquences ( $Str_h \rightarrow 0$ ), le profil de vitesse d'un jet influe peu sur son instabilité.

Il a été évoqué plus haut qu'un jet est composé de deux couches de cisaillement, chaque couche étant instable. Par rapport à l'axe du jet, les perturbations peuvent donc être :

- symétriques : ce sont des modes dits *varicoses*, et sont en général reliés à des variations de débit du jet,

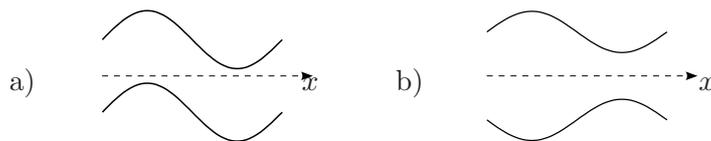
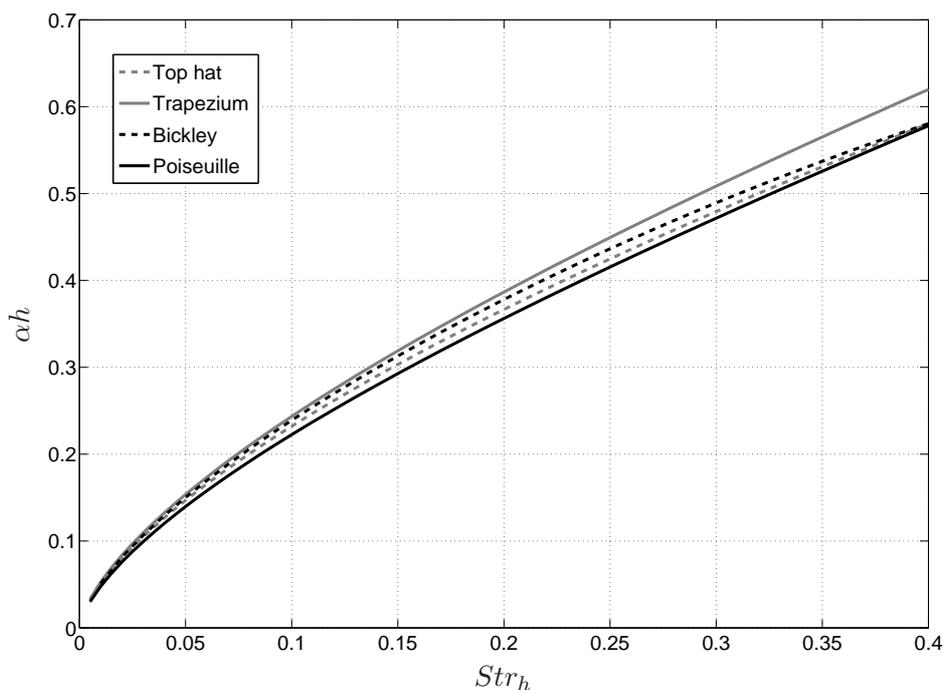


FIG. 2.5: Les deux modes d'instabilité d'un jet : a) sinueux, b) varicose

FIG. 2.6: Partie imaginaire du nombre d'onde complexe  $\alpha$ , calculé avec différents profils de vitesse de jet, avec l'équation de Rayleigh

- antisymétriques : ce sont des modes dits *sinueux*, et sont reliés à des perturbations transverses du jet.

Dans le cas des flûtes, la perturbation du jet par le champ acoustique issu du résonateur étant transverse, la perturbation du jet est essentiellement sinueuse (figure 2.7).

En étudiant la stabilité de l'équation (2.24), Rayleigh [99] montre que pour que l'écoulement soit exponentiellement instable, le profil de vitesse  $U(y)$  doit présenter au moins un point d'inflexion. Il est à noter que si le profil de vitesse est continu, l'instabilité du jet présente une fréquence de coupure au dessus de laquelle l'écoulement est stable.

La figure 2.6 présente les parties imaginaires des nombres d'ondes complexes calculés avec l'équation de Rayleigh pour différents profils de vitesse (une discussion plus détaillée se trouve au chapitre 5). À basse fréquence, les instabilités de ces profils se superposent remarquablement.

Le profil carré mis à part, les profils présentés sont tous continus. La fréquence de coupure de ces écoulements est à des valeurs de  $Str_h$  trop élevées pour être visibles sur la figure. Il est à noter que dans la réalité, tous les écoulements étant visqueux, il n'est pas possible d'obtenir un profil de vitesse discontinu.

La prise en compte des phénomènes visqueux aboutit à l'équation de Orr-Sommerfeld [53],

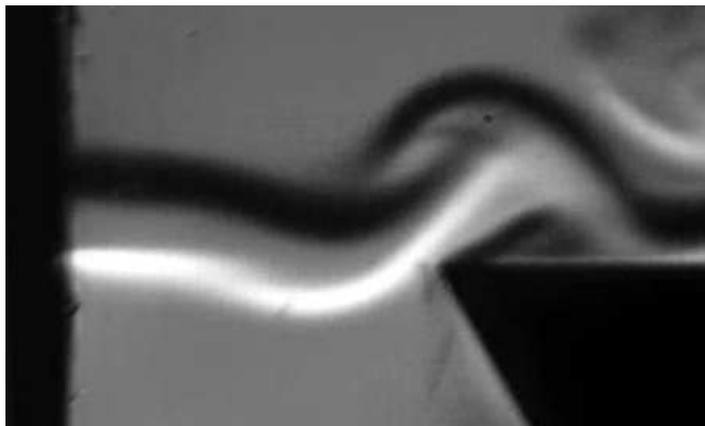


FIG. 2.7: Visualisation de l'oscillation du jet dans une flûte à géométrie idéalisée. L'amplitude des oscillations limite la validité de la description linéaire

qui est une généralisation de l'équation de Rayleigh 2.24 ; dans les écoulements considérés dans ce document, les instabilités visqueuses sont moins marquées, et seule l'équation de Rayleigh est considérée.

### 2.5.3 Limites du modèle linéaire

La figure 2.7 présente la visualisation de l'oscillation du jet dans une flûte à géométrie idéalisée. L'amplitude de l'oscillation est telle que des tourbillons apparaissent, comme évoqué sur la figure 2.4. La description linéaire de l'instabilité du jet ne prévoit pas de tels comportements.

Powell [97] décrit l'instabilité d'un jet comme le renforcement de la vorticité dans les couches de cisaillement. Il remarque que les tourbillons ne peuvent pas se renforcer au delà de la brisure du jet en une allée de tourbillons. Il en déduit que l'amplification  $q$  des tourbillons dépend de l'amplitude initiale de la perturbation.

En étudiant des configurations de sons de biseau, et en se basant sur des observations de Brown [18] (*in* Ségoufin [106]), Holger [63] propose un modèle de jet complètement développé en une allée de tourbillons. En s'appuyant sur les propriétés des allées de tourbillon de von K rm n [89], ainsi que sur la conservation de la quantité de mouvement entre le jet initial et l'allée de tourbillon [102], il déduit la largeur de l'allée, ainsi que la force, la vitesse et la distance entre les tourbillons.

De même, Dequand [40], en suivant le modèle proposé par Nelson [85], décrit le mouvement du jet dans le cas de l'auto oscillation d'un résonateur de Helmholtz comme un tourbillon ponctuel traversant la bouche de l'instrument en une période, satisfaisant la condition de Kutta.

Ces différents modèles relient des instabilités complètement développées aux écoulements dont elles sont issues, mais aucun ne décrit le déplacement du jet avant qu'il ne se brise en une allée de tourbillons.

## 2.6 Modèles d'oscillation du jet dans les flûtes

Une grande limitation des modèles d'instabilité linéaire vient du fait qu'ils s'appliquent à des jets infinis. Dans une flûte, ce n'est évidemment pas le cas puisque le jet est borné par le canal d'une part, et interagit avec un biseau d'autre part. Plusieurs modèles empiriques ou semi-empiriques ont été proposés, consistant à raccorder les modes d'instabilité d'un jet infini

aux conditions aux limites imposées par le canal.

Comme proposé par Verge [110], le déplacement du jet est obtenu en intégrant la vitesse des particules le long de leur trajet. Mais on rencontre dans la littérature des modèles de déplacement de jet en intégrant temporellement la vitesse dérivée de la fonction de courant issue de l'instabilité de Rayleigh (Fletcher [47]), ce qui est faux : un jet étant une ligne d'émission, il faut tenir compte de l'histoire des particules fluides pour déterminer leurs trajectoires.

### 2.6.1 Réceptivité du jet

Afin de déterminer le déplacement transverse du jet le long de son parcours, il faut initier la perturbation. C'est le problème de la réceptivité du jet. Différents modèles sont proposés dans la littérature :

Fletcher [47] propose d'initier le déplacement du jet à la lumière de telle sorte qu'il s'oppose au déplacement acoustique issu du résonateur, de sorte que le déplacement initial soit toujours nul. En considérant une vitesse acoustique de la forme  $v \sin(\omega t + \beta)$ , il aboutit à un déplacement transverse de la forme :

$$y(x, t) = \left(\frac{v}{\omega}\right) \left\{ \sin(\omega t + \beta) - \cosh(\mu x) \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{u} \right) + \beta \right] \right\}. \quad (2.26)$$

Les notations employées dans l'équation 2.26 sont les mêmes que dans l'article :  $v$  est l'amplitude de la vitesse acoustique,  $\omega$  la pulsation,  $\mu$  un coefficient d'amplification exponentielle des perturbations,  $u$  est la vitesse de phase des perturbations et  $\beta$  l'origine des phases. Il est à noter qu'on trouve ce modèle sous une forme où  $\cosh(\mu x)$  est remplacé par  $e^{\mu x}$ .

Le jet du modèle de Fletcher est donc représenté par une onde se propageant vers les  $x$  croissants, dont l'amplitude augmente. On remarque la présence du facteur  $\frac{v}{\omega}$ , issu de l'intégration de la vitesse, qui peut poser des problèmes aux basses fréquences de perturbation.

Verge [110], quant à lui, propose d'initier la perturbation du jet par une condition de Kutta à la lumière, prenant en compte la perturbation acoustique. Il introduit donc deux couches de cisaillement ayant la circulation :

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \mp(U_j \mp v'_m(0)), \quad (2.27)$$

où  $\Gamma$  est le rotationnel de la couche de cisaillement,  $U_j$  est la vitesse du jet, et  $v'_m$  est le champ de vitesse transverse traversant la bouche de l'instrument ( $v'_m(0)$  est la vitesse transverse à la lumière).

La résolution de l'équation de Rayleigh (2.24) associée à la condition de l'équation (2.27) permet à Verge d'aboutir au déplacement transverse du jet, avec un profil de vitesse carré, en intégrant la vitesse des particules :

$$\eta(x, t) = \frac{e^{i\omega t}}{i\omega} \times \left[ i|v'_m(0)| \left( e^{-i\alpha x} - e^{-i\omega x/U_0} \right) + |v'_m| \left( 1 - e^{-i\omega x/U_0} \right) \right]. \quad (2.28)$$

Dans le cas de profils de vitesse différents, la condition de Kutta est plus difficile à exprimer. Verge [110] propose donc d'utiliser le modèle semi-empirique de Fletcher, en modifiant le paramètre d'amplification de sorte qu'il corresponde au calcul d'instabilité d'un profil de vitesse de Bickley, tel qu'effectué par Mattingly & Criminale [79]. Il parvient ainsi à s'approcher de résultats expérimentaux obtenus par Fabre [43], que le modèle de Fletcher surestime.

### 2.6.2 Un modèle empirique du jet

À partir de visualisations de jets perturbés à la pulsation  $\omega$ , de la Cuadra [38] mesure l'amplitude du déplacement transverse en fonction de la distance à la lumière. Le comportement du jet l'amène à proposer un modèle empirique de l'oscillation du jet :

$$\eta(x, t) = \eta_0 e^{i\omega(t-x/c_p)}. \quad (2.29)$$

Le déplacement décrit par l'équation (2.29) reproduit l'amplification et la propagation des perturbations, et ne comporte pas de facteur  $\frac{1}{\omega}$ . L'analyse expérimentale donne des facteurs d'amplification  $\alpha$  du même ordre de grandeur que ceux prédits par la théorie linéaire de Rayleigh. La figure 5.6b de la section 5.3.2 présente les valeurs de l'amplification des perturbations en fonction de la fréquence d'excitation (donnée par le nombre de Strouhal, défini section ??) en regard des coefficients d'amplification des perturbations d'un jet de Bickley infini. Le jet visualisé dans l'instrument n'est évidemment pas un jet infini de Bickley, et les facteurs d'amplification ne peuvent pas être les mêmes ; il est cependant rassurant que les ordres de grandeur soient proches.

De la Cuadra [37] obtient également des vitesses de propagation des perturbations du même ordre de grandeur que celles prévues par la théorie.

Une grande différence entre le modèle de déplacement du jet proposé par de la Cuadra et les modèles proposés par Fletcher et Verge réside dans le fait qu'il n'interdit pas de déplacement à l'origine du jet. En effet, le jet se déplace à l'amplitude  $\eta_0$  à l'origine, ce déplacement initial étant amplifié le long du jet.

Dans l'analyse des données expérimentales, ce déplacement initial est obtenu en ajustant le déplacement du jet avec une exponentielle croissante  $e^{\alpha x}$ , dont la valeur initiale est  $\eta_0$ . Sur un grand nombre de mesures, pour des vitesses de jet et des fréquences de perturbation différentes, l'évolution de  $\eta_0$  conduit à la loi empirique :

$$\eta_0 = \frac{v_{ac} h \delta_{jet}}{U_j \delta_{ac}}, \quad (2.30)$$

où  $v_{ac}$  est la vitesse acoustique et  $\delta_{jet}$  et  $\delta_{ac}$  sont respectivement les épaisseurs de couches limites du jet et du champ acoustique, définies par ( $L$  est la longueur du canal d'où émerge le jet) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{jet} = \frac{L}{\sqrt{Re}} ; \delta_{ac} = \sqrt{\frac{2\nu}{2\pi f}}. \end{array} \right. \quad (2.31)$$

L'équation 2.30 montre le rôle essentiel joué par les couches limites du jet et du champ acoustique dans la réceptivité.

## 2.7 Conclusion

Les différents modèles de jets présentés dans ce chapitre considèrent que la perturbation du jet ne s'effectue qu'à la lumière, c'est-à-dire au niveau des points de décollement. L'écoulement est supposé parfait sur tout le trajet du jet ; il n'y a donc qu'aux points de décollement que la viscosité ne peut pas être négligée, et le champ acoustique transverse module le rotationnel de l'écoulement à cet endroit.

Ségoufin [106] propose un premier modèle de réceptivité dans lequel un jet de Bickley est perturbé sur la totalité de sa longueur en ajoutant le terme de vitesse acoustique dans l'équation de Rayleigh. Contrairement au terme de perturbation de l'équation de Rayleigh, le terme de vitesse acoustique est constant sur toute la longueur du jet. La résolution de l'équation de

Rayleigh aboutit à un coefficient d'instabilité présentant une coupure à plus basse fréquence et une résonance plus large et à fréquence plus élevée que celui calculé sans le terme de perturbation acoustique.

Le champ de perturbation du jet ne tient en général compte que de la contribution acoustique ; Verge [110] montre que dans le cas d'une géométrie idéalisée, le rapport à la lumière du champ de vitesse dû à l'interaction entre le jet et le biseau (supposé infiniment fin) sur le champ de vitesse dû au champ acoustique issu du résonateur est de l'ordre de 0.2, et suggère de le négliger.

De plus, les modèles de flûte négligent en général l'interaction du jet sur lui-même. Le mécanisme d'instabilité reposant sur la concentration de la vorticité, le jet est le siège de champs de vitesse sol noïdaux susceptibles de perturber le champ de vitesse aux points de décollement. Fabre & Hirschberg [44] rappellent que si dans le cas d'un mouvement de jet varicose les vorticités des couches de cisaillement sont de signes opposés et forment ainsi des dipôles, de champ d'action réduit, dans le cas d'un mouvement sinueux, les tourbillons induisent un même champ de vitesse, et ont ainsi un rayon d'influence de l'ordre d'une longueur d'onde hydrodynamique ; dans une flûte à bec, la distance parcourue par le jet est en général inférieure à la longueur d'onde hydrodynamique du jet, et on ne peut donc *a priori* pas négliger l'influence du jet sur lui-même. Fabre & Hirschberg de conclure que le fonctionnement des modèles répartis repose sur un mystère !

Il est à noter que les modèles de réceptivité proposés par Fletcher et Verge ne tiennent pas compte de la géométrie de la lumière ou s'extraient le jet. Plus exactement supposent-ils les points de décollement ponctuels, avec un champ de perturbation purement transverse. Ségoufin [107] et de la Cuadra [37] ont exploré expérimentalement l'influence de changement de géométries sur le comportement, d'un instrument simplifié d'une part, et d'un jet perturbé d'autre part.

Ségoufin montre qu'un changement de géométrie de sortie de canal a un effet considérable sur la stabilité des régimes d'un instrument, ainsi que sur le contenu spectral des transitoires d'attaque. De la Cuadra montre que le changement de géométrie de la sortie du canal n'a qu'une faible influence sur l'instabilité du jet. Ainsi, la géométrie de sortie du canal est supposée affecter l'interaction entre le champ acoustique et les couches de cisaillement du jet aux points de décollement.

Le chapitre 4 explore l'influence de la géométrie de la sortie du canal sur la naissance de jets, complétant ainsi l'étude menée par de la Cuadra. Dans le chapitre 5, un modèle simple de réceptivité de jet prenant en compte la géométrie de sortie du canal sera proposé. Il est à noter que dans son étude expérimentale, Ségoufin [107] montre que la longueur du canal a également une grande influence sur le comportement global de l'instrument. Ceci ne sera pas traité dans le présent document.



## Chapitre 3

# Quelques éléments de méthodes numériques

Il a été dit au chapitre 2 que la dynamique des fluides est régie par les équations de Navier-Stokes (2.4). Cette équation est hautement non linéaire, et mis à part pour quelques problèmes académiques très simples, il est en général impossible d'en exprimer une solution analytique.

Une première approche d'un problème consiste alors en sa simplification de façon à s'approcher d'une situation idéale (ce type d'approche est employé dans le chapitre 5). Cependant, la puissance de calcul des ordinateurs actuels offre la possibilité de résoudre par simulations numériques les équations de Navier-Stokes.

### 3.1 Différentes méthodes numériques

Plusieurs stratégies sont possibles pour simuler numériquement un phénomène physique. Cette section rappelle les principes de bases de quelques méthodes parmi les plus couramment employées.

#### 3.1.1 Méthode des éléments finis

Une première approche de résolution numérique, à partir du principe variationnel, est la méthode des éléments finis. Elle consiste en l'approximation des solutions exactes du problème par une famille de fonctions, dont les conditions aux limites correspondent à celles du problème posé.

Il s'agit du type d'approche proposé par des programmes comme FREEFEM++ [1]. Un maillage est créé, sur lequel est définie une famille de fonctions *test*. Le problème est alors résolu sur la base de ces fonctions test.

Les principaux avantages de la méthode des éléments finis sont (Nougier [88]) :

- Une très grande souplesse sur le maillage ; il est en particulier très facile de raffiner le maillage dans les régions particulièrement intéressantes ou complexes ;
- le respect des conditions aux limites, si la famille de fonctions d'essai est bien choisie.

#### 3.1.2 Méthode des différences finies

La méthode des différences finies propose de résoudre pas à pas les équations différentielles en approximant le calcul des dérivées. L'espace (et le temps) est alors approché par un maillage.

Il s'agit du type d'approche employé par GERRIS [2] et SAFARI [42]. Elle offre l'avantage de pouvoir résoudre une grande variété de problèmes, et d'être facile à implémenter.

#### Discrétisation

L'équation de Navier-Stokes se présente comme une équation différentielle en temps et en espace dans un milieu continu. Afin de pouvoir résoudre cette équation, il faut discrétiser les dérivations. Le principe de discrétisation repose sur le développement de Taylor ; à titre d'illustration on présente le calcul de la dérivée d'une fonction d'une variable,  $f(x)$  sur un maillage de pas  $\Delta x$ .

Sur le  $n^{\text{ième}}$ -point du maillage, on a  $f(n\Delta x) = F^n$ . On peut alors exprimer  $F^{n+1}$  par le développement de Taylor de  $f(x)$  en  $n\Delta x$  :

$$f((n+1)\Delta x) = F^{n+1} = F^n + \sum_k \frac{\Delta x^k}{k!} \frac{\partial^k f(n\Delta x)}{\partial x^k}. \quad (3.1)$$

On peut alors récrire l'équation (3.1) sous la forme d'une approximation de  $\frac{\partial f}{\partial x}$  :

$$\frac{\partial f(n\Delta x)}{\partial x} = \frac{F^{n+1} - F^n}{\Delta x} + o(\Delta x). \quad (3.2)$$

Il apparaît immédiatement une erreur de l'ordre de  $\Delta x$  dans l'approximation de la dérivée de  $f(x)$ . D'une façon générale, pour approcher convenablement les dérivées, les maillages doivent contenir un nombre suffisant de points, ce qui se traduit par une hausse du temps de calcul.

On peut cependant améliorer le calcul des dérivées par le choix d'un *schéma* de calcul différent de celui proposé dans l'équation 3.2. Ainsi, en faisant intervenir plus de points du maillage dans le calcul de  $\frac{\partial f(n\Delta x)}{\partial x}$ , on peut obtenir des erreurs de l'ordre de  $\Delta x^m$ ,  $m \in \mathbb{N}$ .

De même, en faisant intervenir des points du maillage de part et d'autre du point où la dérivée est calculée, on peut *centrer* le schéma, c'est à dire ne pas privilégier de direction (ici, la dérivée au point  $n$ -point est calculée entre les points  $n$  et  $n + 1$  et privilégie la direction des  $x$  croissants).

Ainsi, avec un schéma centré, l'approximation de  $\frac{\partial f(n\Delta x)}{\partial x}$  en  $x_0$  s'écrit :

$$\left. \frac{\partial f(n\Delta x)}{\partial x} \right|_{x_0} \simeq \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}. \quad (3.3)$$

À l'ordre deux, le calcul de cette même dérivée devient :

$$\left. \frac{\partial f(n\Delta x)}{\partial x} \right|_{x_0} \simeq 2 \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{3\Delta x} - \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0 - 2\Delta x)}{12\Delta x}, \quad (3.4)$$

où la dérivée de  $f$  fait intervenir deux points du maillage de part et d'autre du point où elle est calculée, pour une erreur de l'ordre de  $O(\Delta x^5)$ .

Le choix du schéma de résolution des équations différentielles n'est pas sans conséquences sur les conditions aux limites, puisque l'évolution en un point près de la frontière du domaine peut dépendre de points en dehors du domaine de simulation.

## 3.2 Simulations numériques employées dans ce document

Dans le cas d'une flûte, les différents ordres de grandeur mis en jeu entre le jet et le résonateur autorisent des approximations différentes selon le phénomène étudié. Ainsi, ses dimensions petites devant les longueurs d'ondes acoustiques et sa vitesse faible devant la vitesse du son autorisent une description de l'écoulement du jet avec les équations de Navier-Stokes incompressibles. Au contraire, des simulations purement acoustiques, pour le résonateur, résoudre l'équation d'Euler linéarisée et compressible.

Cette section présente les différents programmes de simulation (appelés *solveurs*) utilisés dans ce document.

### 3.2.1 Gerris

La plupart des simulations présentées dans ce document concernent le jet seul et sont effectuées avec un solveur de Navier-Stokes incompressible (GERRIS). La méthode de résolution employée par GERRIS est la méthode dite de *Volume Of Fluid* (VOF). Dans la méthode VOF, la variable dont on résout l'équation est le flux traversant chaque maille du domaine.

La résolution des équations de Navier-Stokes se fait sur un maillage cartésien, de raffinement variable en espace et en temps ; le code peut augmenter la précision du maillage selon des critères imposés par l'utilisateur (en général selon la vorticité et le gradient de traceur).

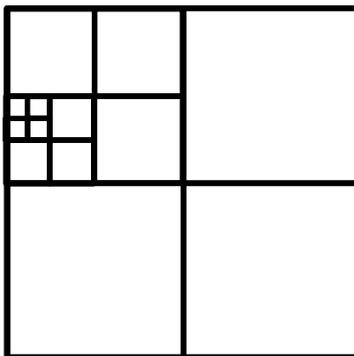


FIG. 3.1: Illustration du principe du maillage adaptatif, d'après Popinet [95]

Le maillage est composé de *cellules* de fluide carrées (ou cubiques, en trois dimensions), chacune subdivisible en quatre (huit, en trois dimensions) cellules, récursivement jusqu'à une profondeur maximum définie par l'utilisateur. La figure 3.1 présente un domaine de simulation où différents niveaux de subdivision coexistent.

Il en résulte que toute géométrie est approximée en raffinant le maillage. À l'échelle de subdivision la plus précise, la prise en compte de détails fins de la géométrie se fait en calculant la proportion de fluide occupant la cellule, par rapport au volume de solide, ainsi que les ratios de surfaces occupés par chacun aux bords de la cellule (méthode Volume Of Fluid).

### 3.2.2 Safari

SAFARI est un solveur des équations de Navier-Stokes compressibles, utilisé pour des simulations en aéroacoustique. De même que GERRIS, SAFARI est une implémentation de la méthode VOF. SAFARI étant programmé pour résoudre des problèmes d'aéroacoustique, une grande attention est portée sur les phénomènes propagatifs. SAFARI offre en particulier des schémas de calcul de haute résolution (onze points).

Pour un schéma centré, l'expression de la dérivée  $\frac{\partial f}{\partial x}$  s'approxime à l'ordre  $2N$  par (Bogey & Bailly [17], Lele [75]) :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} = \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-N}^N a_j f(x_0 + j\Delta x), \quad (3.5)$$

où les coefficients  $a_j$  sont à déterminer.

L'approximation des dérivées à partir des séries de Taylor, comme présenté dans l'équation (3.2) introduit de la dispersion des ondes acoustiques. Afin de minimiser cette dispersion, l'équation (3.5) est résolue dans l'espace de Fourier (Bogey & Bailly [17]) :

$$k^* \Delta x = 2 \sum_{j=1}^N a_j \sin(jk\Delta x), \quad (3.6)$$

où les coefficients  $a_j$  sont déterminés de sorte à minimiser l'erreur entre  $k^*$  et  $k$ .

L'implémentation des équations compressibles implique des problèmes supplémentaires, liés à la nature des phénomènes simulés : l'acoustique étant un phénomène propagatif, les erreurs se propagent dans tout le domaine de simulation ! L'approximation des dérivées en résolvant

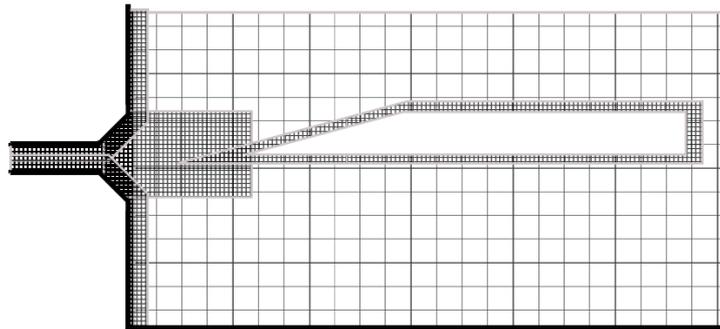


FIG. 3.2: Représentation schématique d'un maillage de flûte sous SAFARI comprenant quatre maillages précis et un maillage large

l'équation (3.6) introduit des erreurs aux faibles longueurs d'ondes. Ainsi, le schéma de calcul est complété par un filtre passe-bas empêchant la propagation de telles erreurs de calcul.

L'aéroacoustique mettant en général des phénomènes à petites échelles (sources) en relation avec des phénomènes à grande échelle (propagation du son), l'utilisation d'un maillage unique devant rendre compte des différents phénomènes peut s'avérer très coûteux en temps de calcul, SAFARI ne proposant pas de maillage adaptatif.

C'est pourquoi SAFARI est un solveur multidomaine : plusieurs maillages sont employés, avec des degrés de précision différents selon les besoins rencontrés. La communication entre les maillages se fait par interpolation.

Une autre particularité du code est de résoudre les équations de Navier-Stokes dans chaque maillage en coordonnées curvilignes ; il est ainsi possible d'effectuer des calculs le long de géométries arrondies sans approximation par le maillage de cette dernière.

Il est donc théoriquement possible de calculer les écoulements ayant lieu dans une flûte complète. La figure 3.2 représente une possibilité de maillage pour simuler une flûte avec SAFARI. Le domaine est composé de cinq maillages : quatre maillages sont fins, autour du canal et du biseau, ainsi que pour le calcul du jet ; un maillage de fond, plus large, sert au calcul du champ acoustique à l'intérieur et à l'extérieur de l'instrument.

### 3.2.3 FreeFem++

FREEFEM++ est un logiciel de résolution d'équations différentielles par éléments finis. Il permet donc de résoudre un grand nombre de problèmes. La méthode des éléments finis est une approche différente de résolution numérique d'équations différentielles, puisqu'elle consiste en trouver la meilleure approximation de la solution avec une famille de fonctions test.

Le maillage d'un domaine est beaucoup plus libre dans le cas des éléments finis. La figure 3.3 présente le maillage d'un domaine ; il est clairement visible que le maillage est plus précis à gauche qu'à droite (loin du canal).

## 3.3 Simulations et expérimentations

Dans le présent document, des simulations numériques sont employées afin d'accéder à des propriétés des écoulements difficiles à obtenir expérimentalement. Ainsi, le champ de vitesse causé par une perturbation transverse peut-il être estimé au voisinage de la lumière d'un canal (voir chapitre 5).

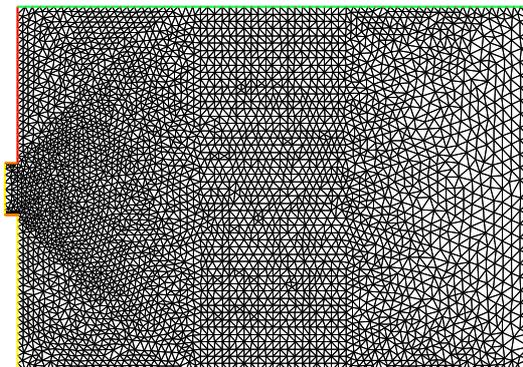


FIG. 3.3: Exemple de maillage réalisé sous FREEFEM++

Les simulations numériques présentées dans ce document sont effectuées dans le but de reproduire des comportements expérimentaux, et sont dans un premier temps comparées aux expérimentations dans un but de validation.

### 3.3.1 Gerris

GERRIS est un solveur des équations de Navier-Stokes adimensionnées. Les grandeurs numériques et les grandeurs physiques sont donc reliées entre elles par des relations d'échelles.

#### Espace et temps

En se donnant des longueurs et vitesses caractéristiques d'un écoulement, il est possible d'adimensionner les équations de Navier-Stokes (2.4), qui s'écrivent alors (en notant  $h$  et  $U$  respectivement la longueur et la vitesse caractéristique de l'écoulement) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} &= -\vec{\nabla} P + \frac{1}{Re} \vec{\nabla}^2 \vec{U}; \\ Re &= \frac{Uh}{\nu}; \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{U} &= 0; \end{cases} \quad (3.7)$$

en notant  $\bar{u}$  la grandeur  $u$  adimensionnée. L'équation 3.7 ne dépend plus explicitement des échelles spatiale et temporelle. Le comportement de l'écoulement est alors défini par le nombre de Reynolds  $Re$ .

Deux écoulements caractérisés par le même nombre de Reynolds présentent la même évolution, à des échelles spatiales et temporelles différentes. Ainsi, les simulations numériques sont effectuées en égalisant  $Re$  avec les expérimentations. Les longueurs et les vitesses étant fixées dans les simulations à des valeurs différentes des longueurs et vitesses expérimentales, les temps d'écoulement sont également différents.

Le temps caractéristique  $T_c$  d'un écoulement peut être construit à partir des vitesse et longueur caractéristiques :

$$T_c = \frac{h}{U}, \quad (3.8)$$

et le temps peut alors s'écrire  $t = T_c \bar{t}$ , où  $\bar{t}$  est le temps adimensionné de l'écoulement. Deux écoulements caractérisés par le même nombre de Reynolds présentent la même évolution au même temps adimensionné. On obtient ainsi simplement le temps de simulation  $t_s$  correspondant au temps expérimental  $t_e$  avec la relation :

$$t_s = \frac{h_s U_e}{U_s h_e} t_e, \quad (3.9)$$

où les grandeurs indicées par  $s$  correspondent aux simulations, et les grandeurs indicées par  $e$  correspondent aux expériences. De même, lorsqu'un phénomène périodique est considéré (par exemple au chapitre 5), pour conserver les similitudes entre deux écoulements, les fréquences doivent subir le même changement d'échelle. La fréquence caractéristique de l'écoulement est donnée par  $F_c = \frac{1}{T_c} = \frac{U}{h}$ . On a alors le même comportement fréquentiel pour deux systèmes présentant la même fréquence adimensionnée  $\bar{f}$  définie par :

$$\bar{f} = \frac{f}{F_c} = \frac{h}{U} f, \quad (3.10)$$

qui n'est autre qu'un nombre de Strouhal de l'écoulement (parfois défini avec la pulsation  $\omega$ ).

### Conditions aux limites

Les expériences présentées dans ce document ont lieu dans un environnement très grand par rapport aux grandeurs caractéristiques des phénomènes étudiés : les jets visualisés ont une largeur de  $2\text{cm}$ , une hauteur de  $1\text{mm}$  et sont visualisés sur une longueur de l'ordre de quelques centimètres, et sont étudiés dans une salle de quelques dizaines de mètres cubes.

Étant donné les coûts de calcul, les domaines de simulations sont en général d'une taille beaucoup plus réduite, de manière à ne calculer les écoulements qu'au voisinage du phénomène considéré. Des stratégies sont alors adoptées aux frontières du domaine de simulation pour se rapprocher des conditions expérimentales.

La stratégie la plus simple consiste à faire sortir le fluide aux frontières du domaine (condition de sortie fluide). Dans GERRIS, une condition de sortie se définit par l'annulation du gradient de la vitesse selon la normale à la frontière. Ainsi, le fluide s'écoule en conservant sa vitesse à l'extérieur du domaine de simulation.

Une telle condition s'avère être efficace si l'écoulement est purement perpendiculaire à la frontière du domaine. La figure 3.4 présente des images issues de la simulation d'un jet dont la condition de la limite à droite est une condition de sortie fluide. La naissance d'un jet est le siège de forts tourbillons, et présente donc des vitesses dans toutes les directions. La condition de sortie fluide ne permet pas de faire sortir la composante tangentielle à la frontière de la vitesse, et résulte dans la réflexion des tourbillons. Cela cause une perturbation de l'écoulement qui s'étend rapidement à tout le domaine de simulation.

Pour pallier ce problème, il est courant d'avoir recours à des *zones éponges* : la viscosité du fluide est augmentée artificiellement près des conditions de sortie fluide. Une première méthode consiste à diminuer la résolution du maillage : il a été dit plus haut que les erreurs de calcul sont d'autant plus grandes que le maillage est peu résolu. Ces erreurs de calcul peuvent être interprétées en termes d'augmentation de la viscosité du fluide.

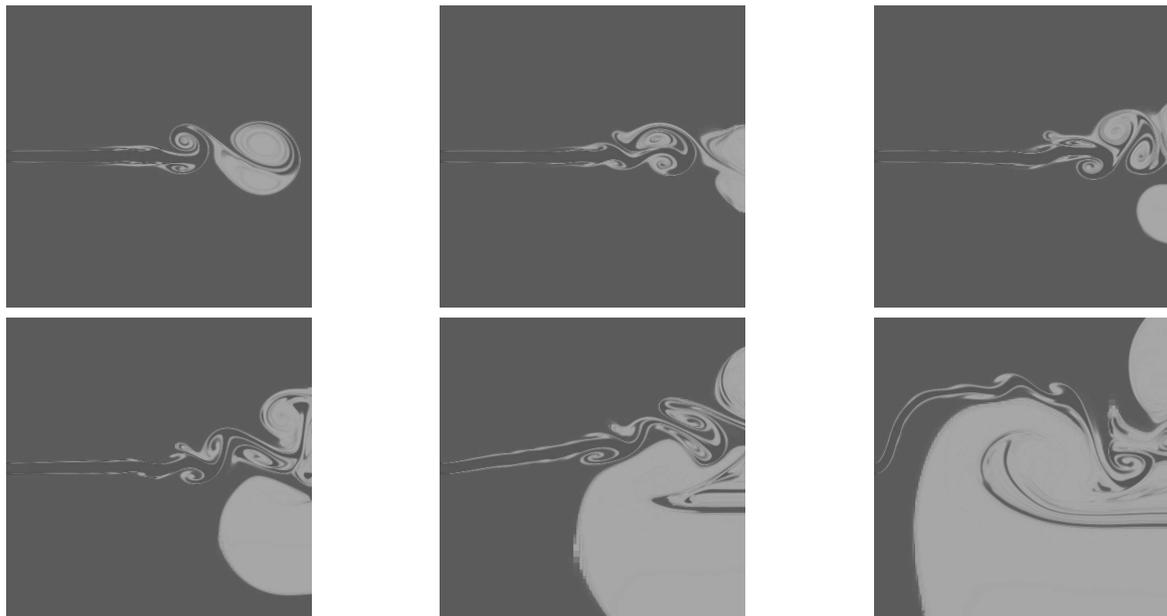


FIG. 3.4: Exemple de simulation de jet dont la limite du domaine est une condition de sortie fluide : les tourbillons sont réfléchis au bord et entraînent le fluide

La figure 3.5 présente des images d'une simulation comprenant une telle zone éponge. Il n'y a plus de réinjection de tourbillons à la frontière du domaine. Afin d'être efficace, la baisse de résolution du maillage doit être grande, diminuant d'autant la résolution du calcul près des frontières.

Afin d'empêcher les réflexions de tourbillons aux frontières du domaine sans freiner le jet, on peut également augmenter la viscosité du fluide près de la sortie, dans la direction tangentielle à la frontière. La figure 3.6 présente quelques images d'une simulation de jet perturbé dont la viscosité du fluide dans la direction tangentielle à la frontière est artificiellement augmentée.

Il apparaît clairement que cette hausse de la viscosité perturbe l'écoulement (par exemple en haut à droite). Ce type de conditions aux frontières n'est valable que loin de la zone d'intérêt (ici, le jet n'est étudié que sur quelques hauteurs de canal), et pour des temps de simulation courts : le fluide stagne dans la zone éponge, ce qui finit par perturber le reste de l'écoulement.

### 3.3.2 Safari

Contrairement à GERRIS, SAFARI est dimensionné ; ainsi, les grandeurs physiques sont directement introduites dans le code. L'acoustique étant particulièrement sensible aux conditions aux limites, un soin particulier a été apporté à ces dernières, dans le cas des conditions de sortie fluide, pour éviter toute réflexion d'onde (Bogey & Bailly [16]).

La résolution des équations de Navier-Stokes compressibles est extrêmement coûteuse en temps de calcul, d'autant que le filtrage des hautes fréquences impose un maillage bien résolu. En pratique, on impose d'avoir au moins quatre mailles par longueur d'onde.

La figure 3.7 présente des extraits de l'oscillation du jet autour du biseau d'une flûte complète calculée avec SAFARI. Quelques dizaines d'heures sur plusieurs dizaines de processeurs sont nécessaires pour calculer quelques dizaines de millisecondes de l'écoulement.



FIG. 3.5: Simulation de naissance de jet dont les conditions de sortie fluide sont accompagnées d'une baisse de la résolution du maillage. La frontière de gauche du domaine impose une condition de symétrie

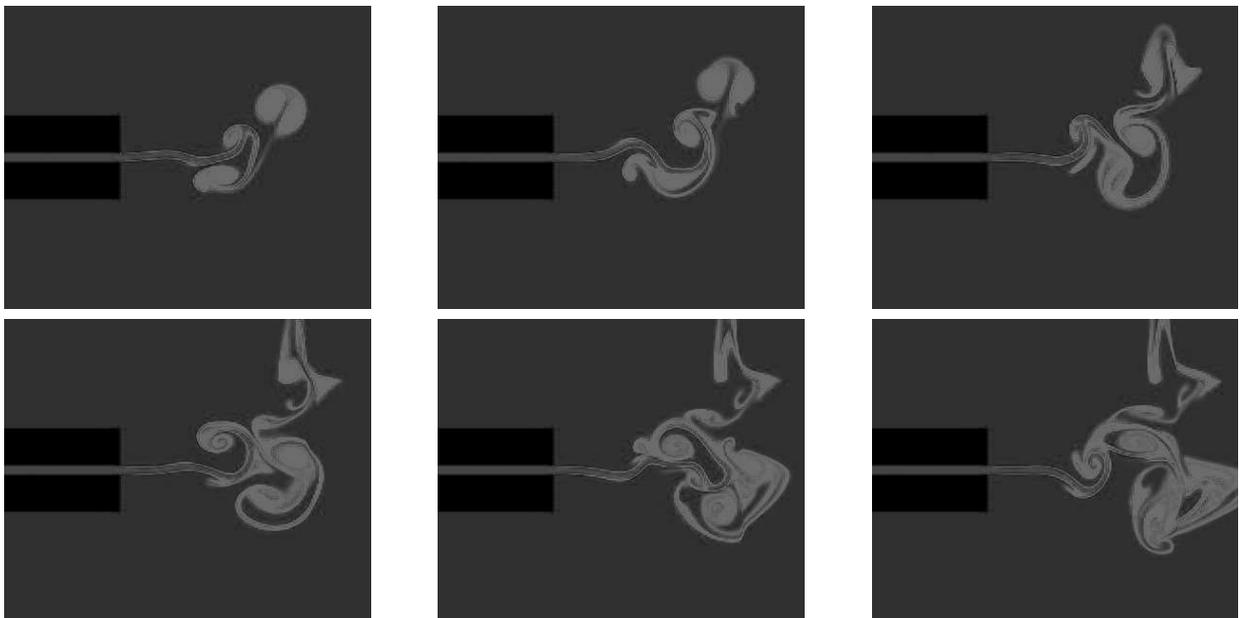


FIG. 3.6: Simulation de jet perturbé dont les conditions de sortie fluide sont accompagnées d'une zone éponge dont la viscosité est augmentée tangentiellement à la frontière

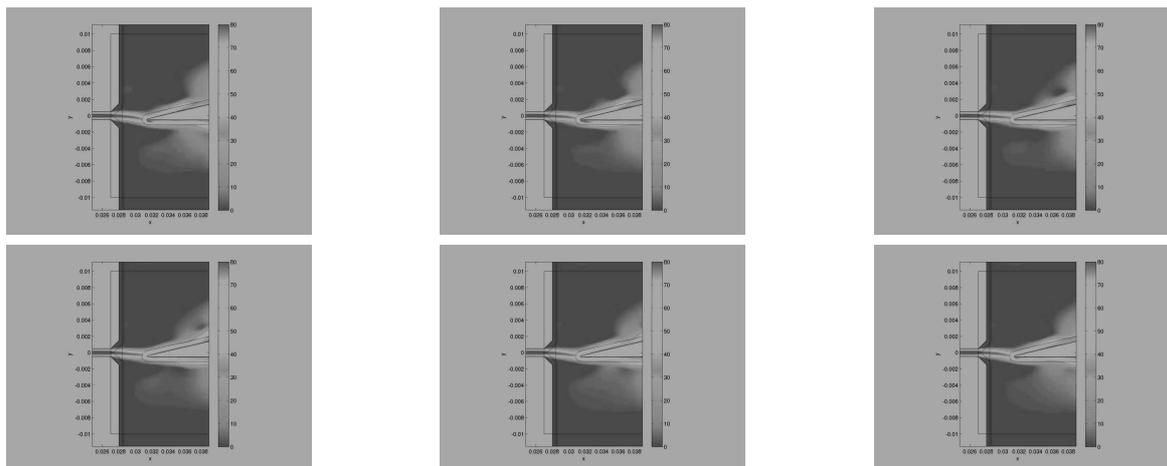


FIG. 3.7: Champ de vitesse extrait de calcul de l'oscillation du jet autour du biseau lors d'un calcul de flûte complète effectué avec SAFARI

À titre de comparaison, un calcul effectué avec GERRIS, tel que ceux présentés dans ce document dure quelques heures sur un seul processeur. Il est cependant à noter que la complexité de tels calculs est sans commune mesure avec le calcul de l'écoulement ayant lieu dans une flûte complète.

### 3.4 Conclusion

Les codes de simulation sont en général *validés* sur des cas académiques, dont la solution analytique est connue. Ainsi GERRIS est validé par une suite de tests disponibles à l'url référencée en [3]. SAFARI a quant à lui fait l'objet de différents tests détaillés dans la thèse de T. Emmert [42].

Si l'accord d'un code de simulation avec des solutions analytiques dans des configurations simples est nécessaire, cela n'assure pas l'exactitude des calculs dans des situations complexes. En particulier, le problème numérique doit souvent être simplifié afin de pouvoir être calculé.

Les simulations sont comparées aux visualisations expérimentales afin de s'assurer qu'elles produisent un comportement réaliste des écoulements. Ceci ne garantit pas que les écoulements simulés sont les mêmes que les écoulements expérimentaux : ils en sont des caricatures, basées sur certains paramètres du problème jugés pertinents.

Ainsi, les simulations présentées dans ce manuscrit sont en deux dimensions, et ne tiennent pas compte des phénomènes de turbulence (on se prive de perturbations transverses). Or ce phénomène est clairement visible dans les visualisations présentées sur la figure 4.6 (page 59) du chapitre 4, comparées aux simulations présentées sur la figure 4.11 (page 64).

De plus, dans le cas de sources acoustiques, l'approximation en deux dimensions peut conduire à de grandes erreurs dans l'estimation du champ acoustique rayonné.

Dans ce document, le parti pris est donc de s'appuyer sur les simulations numériques pour aider à la compréhension de certains phénomènes, et non pas de remplacer les expérimentations par des simulations.

Première partie

# Étude du mouvement du jet



## Chapitre 4

# Influence de la géométrie de sortie du canal sur la naissance d'un jet

*Mélangez un volume de sel avec deux volumes de farine ; ajoutez un volume d'eau tiède.*

-

## 4.1 Motivations

Il a été évoqué à plusieurs reprises l'importance de la géométrie de sortie du canal pour les facteurs de flûtes à bec [106]. Claire Ségoufin a effectué une étude expérimentale à l'aide d'un prototype de flûte simplifié [107]. La flûte utilisée dans cette étude, outre des modifications de la géométrie interne du canal, permet l'étude de deux géométries types de sortie de canal : une sortie droite (à 90 degrés) et des chanfreins à 45 degrés de  $0.7mm$  de profondeur, pour un canal de  $1mm$  de hauteur. Elle montre ainsi que la présence de chanfreins a une grande influence sur le contenu spectral des transitoires d'attaque de l'instrument, ainsi que sur la fréquence de jeu de l'instrument aux basses pressions de contrôle (on observe un glissement en fréquence avec les chanfreins).

De plus, la présence de chanfreins n'influence pas les amplitudes relatives des trois premiers harmoniques en régime stationnaire, mais stabilise l'instrument : la plage de recouvrement en pression de contrôle des deux premiers régimes de fonctionnement de l'instrument est ainsi multipliée par six dans le cas de la sortie présentant des chanfreins.

Une des questions soulevées par l'étude de Claire Ségoufin porte sur la position des points de décollement du jet dans le cas de sorties de canal ne présentant pas d'arête vive, telles que des arrondis. On suppose que l'écoulement a alors tendance à adhérer aux parois solides (section 2.3.2 du chapitre 2, page 29), retardant la formation du jet. Ce retard est d'autant plus grand que la vitesse de l'écoulement est faible.

Ainsi, pour des géométries arrondies, à hauteur de canal  $h$  égale, on s'attend à obtenir des jets plus épais, ce qui n'est pas sans conséquence sur le fonctionnement de l'instrument : le profil de vitesses du jet a une grande influence sur les sources acoustiques générées par son interaction avec le biseau de l'instrument, ainsi que sur l'instabilité du jet [106].

Dans ce chapitre, la naissance de jets issus de lumières présentant des géométries différentes est étudiée, sans biseau ni résonateur. Outre l'épaisseur du jet, une telle étude permet de visualiser sa formation ; en effet, selon la géométrie, la zone de recirculation au niveau des points de décollement est plus ou moins confinée, ce qui peut également influencer sur la formation du champignon initial.

La problématique de l'effet de la lumière sur la naissance d'un jet trouve son application dans de nombreux domaines (moteurs de voitures, centrales électriques). L'étude présentée dans ce chapitre se compose de visualisations expérimentales de naissances de jets, ainsi que de simulations numériques de départs ajustées sur les expériences. L'étalement du jet en fonction de la géométrie et du nombre de Reynolds de l'écoulement est considéré numériquement, permettant de répondre sans ambiguïté quant à l'influence de la géométrie de sortie du canal sur la formation du jet.

## 4.2 Protocole expérimental

Le but du dispositif est d'obtenir une consigne en pression de type échelon dans la bouche artificielle. Il est schématisé sur la figure 4.1. Afin de pouvoir assister à la naissance du jet grâce à la méthode des Schlieren [81], le volume de la bouche artificielle doit être préalablement rempli de  $CO_2$ . Un tube fin, de  $0.5mm$  de diamètre interne et de  $10cm$  de long est donc utilisé pour remplir la bouche artificielle de  $CO_2$ . Un deuxième tuyau, de section plus grande alimente également la bouche artificielle, mais est obturé par une membrane fragile. Cette membrane sert de valve : une fois la bouteille d'alimentation en  $CO_2$  ouverte, la pression en amont de la membrane augmente jusqu'à la rupture de celle-ci. La pression augmente alors brusquement dans la bouche artificielle, provoquant la naissance du jet.

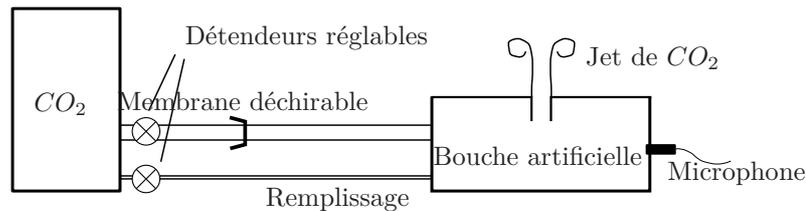


FIG. 4.1: Schéma du dispositif expérimental produisant des départs impulsionnels du jet

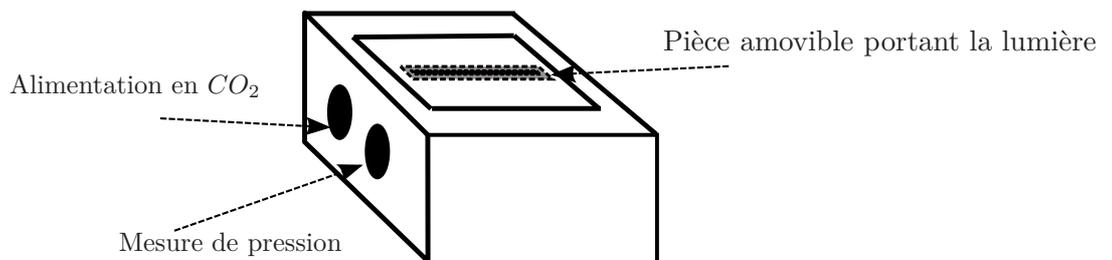


FIG. 4.2: Schéma de la bouche artificielle dont la géométrie de sortie peut être modifiée

La figure 4.1 présente le dispositif expérimental permettant de donner naissance à un jet. Les visualisations d'écoulements sont effectuées avec la méthode des Schlieren et filmées à l'aide d'une caméra rapide (à  $\approx 6000$  images par seconde). La bouche artificielle a un volume de  $5 \times 3 \times 3.5 \text{ cm}^3$ . Ce volume est fermé sur un côté par une pièce amovible présentant une ouverture : il s'agit des lèvres artificielles. La figure 4.2 présente une vue schématique de la bouche artificielle.

Trois géométries sont étudiées : une sortie de canal droite, une sortie présentant des chanfreins à 45 degrés, et une sortie présentant un arrondi de rayon de courbure  $R_c = 2h$ . Ces trois géométries sont représentées schématiquement sur la figure 5.1 du chapitre 5. Chaque pièce présente un canal d'une longueur de  $2 \text{ cm}$ , large de  $2 \text{ cm}$  et haut de  $h = 1 \text{ mm}$ . La très grande largeur par rapport à la hauteur du canal favorise un comportement bi-dimensionnel de l'écoulement.

La figure 4.3 montre un exemple de mesure de la pression dans la bouche artificielle lors de l'explosion de la membrane. L'ensemble de la mesure présentée s'effectue sur environ une demi-seconde.

Au moment de la rupture de la membrane, la pression augmente brusquement dans la bouche artificielle. Il y a un phénomène de dépassement, réduit en moins de  $0.05 \text{ s}$ , puis la pression effectue de faibles oscillations rapidement amorties autour d'une valeur qui augmente linéairement.

Les oscillations lentes sont dues aux résonances de la bouche artificielle (parallélépipédique), et ce malgré la présence de matériau absorbant à l'intérieur.

## 4.3 Résultats expérimentaux

### 4.3.1 Répétabilité de la mesure

Étant donnée la nature du dispositif expérimental, il est impossible d'assurer une bonne reproductibilité du système. La figure 4.4 présente des mesures de pression dans la bouche artificielle lors des départs des jets avec les trois géométries étudiées. La consigne en pression varie du simple au triple entre la mesure effectuée avec les chanfreins et la mesure effectuée avec la sortie droite.

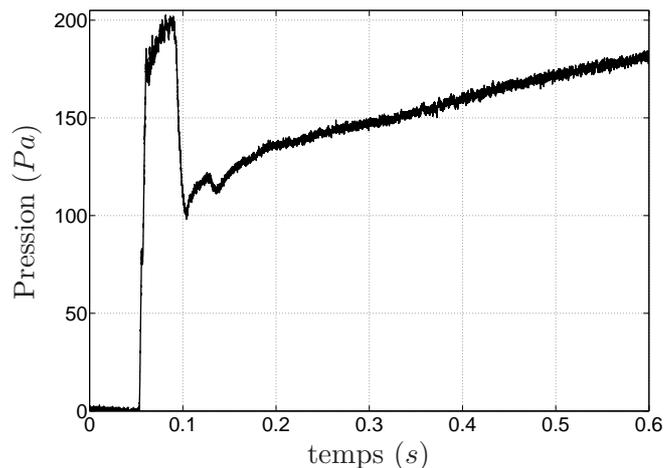


FIG. 4.3: Signal de pression dans la bouche lors de l'impulsion, mesuré avec la géométrie droite

Les évolutions temporelles des pressions sont en revanche remarquablement similaires, en particulier la durée de dépassement et la pente de la consigne.

Le temps de montée de la pression dans la bouche est de l'ordre de  $5ms$  (figure 4.7), ce qui est relativement lent par rapport au temps de montée caractéristique du dispositif à arbalette utilisé par Fabre [43] et Verge [112]. À titre de comparaison, la pression mesurée dans la bouche d'un flûtiste expérimenté lors d'une attaque *staccato* est représentée sur la figure 4.5 : bien que dans le cas de la mesure avec un instrumentiste, l'oscillation de pression dans l'instrument est visible, les évolutions temporelles sont tout à fait comparables.

### 4.3.2 Images des départs

Les naissances de jets sont visualisées à l'aide de la méthode des Schlieren, et filmées à 6000 images par seconde. La figure 4.6 montre les naissances de trois jets libres avec les trois géométries étudiées. Ces images correspondent aux mesures de pressions présentées sur la figure 4.4.

Afin de tenir compte des différences de vitesses des jets dans la visualisation de leurs évolutions, on adimensionne le temps des expériences par un temps caractéristique  $T_e = \frac{U_{max}}{h}$ , où  $U_{max}$  est le maximum de la vitesse déterminé par la relation de Bernoulli instationnaire (figure 4.10).

Pour les mesures avec les géométries droite et arrondie, l'écart de temps entre chacune des images est de  $1620\mu s$  (soit 10 images du film). Le jet issu de la géométrie présentant des chanfreins étant plus lent, l'écart de temps entre chaque image est de  $2268\mu s$  (soit 14 images du film).

Les instants correspondant aux prises de vues sont reportés sur la figure 4.7. Le temps de formation du jet est très court par rapport aux temps caractéristiques de l'évolution de la pression. En particulier, la naissance du jet se produit avant la première chute de pression : la naissance du jet n'est donc pas perturbée par les fluctuations de la pression dans la bouche.

Il est important de noter que, comme l'évolution temporelle de la pression dans la bouche ne dépend pas de son amplitude, le jet issu de la géométrie avec chanfreins représenté sur la figure 4.6 n'a pas la même histoire que les jets issus des deux autres géométries : le temps est contracté, comme le montre la figure 4.7.

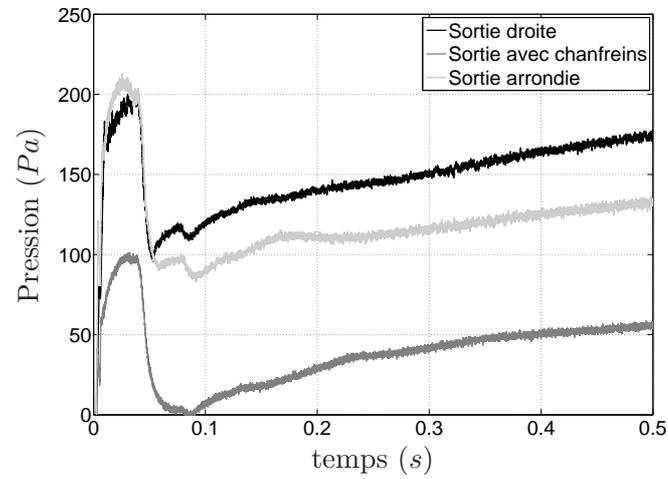


FIG. 4.4: Mesures de pressions dans la bouche artificielle lors de la rupture de la membrane avec trois géométries étudiées. Les différences d'amplitude sont vraisemblablement liées aux variations de comportement mécanique de la membrane

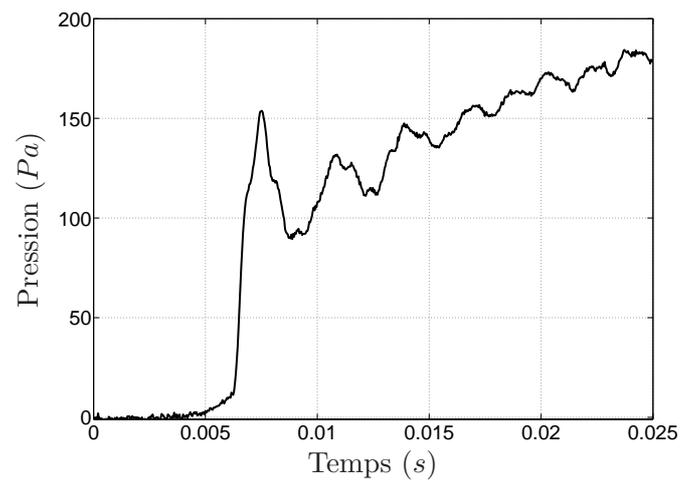


FIG. 4.5: Pression mesurée dans la bouche d'un flûtiste lors d'une attaque *staccato*

**Différents comportements des écoulements** Des différences de vitesse sont visibles entre les trois mesures (figure 4.6) : le jet issu de la géométrie arrondie est le plus rapide, celui issu de la géométrie présentant des chanfreins est le plus lent. Les jets issus des géométries arrondie et droite présentent un caractère plus rapidement turbulent que le jet issu de la géométrie présentant des chanfreins à 45 degrés.

Les nombres de Reynolds  $Re = \frac{U_j(t)h}{\nu}$  instantanés des trois jets visualisés sont représentés sur la figure 4.8. L'estimation de la vitesse centrale du jet se fait à partir de la pression mesurée, par résolution numérique de l'équation de Bernoulli instationnaire (2.7), en supposant la vitesse de l'écoulement nulle dans la bouche artificielle et la pression nulle à la sortie du canal.

Pendant la durée de la visualisation, le nombre de Reynolds mesuré avec la géométrie présentant des chanfreins est inférieur à 1000 ; il atteint 1500 avec les autres géométries. Il est à noter que dans une flûte à bec, le biseau se trouve en général à une distance  $W \simeq 4h$  de la sortie du canal. Le caractère turbulent du jet apparaît toujours au-delà de cette distance dans les visualisations présentées ici.

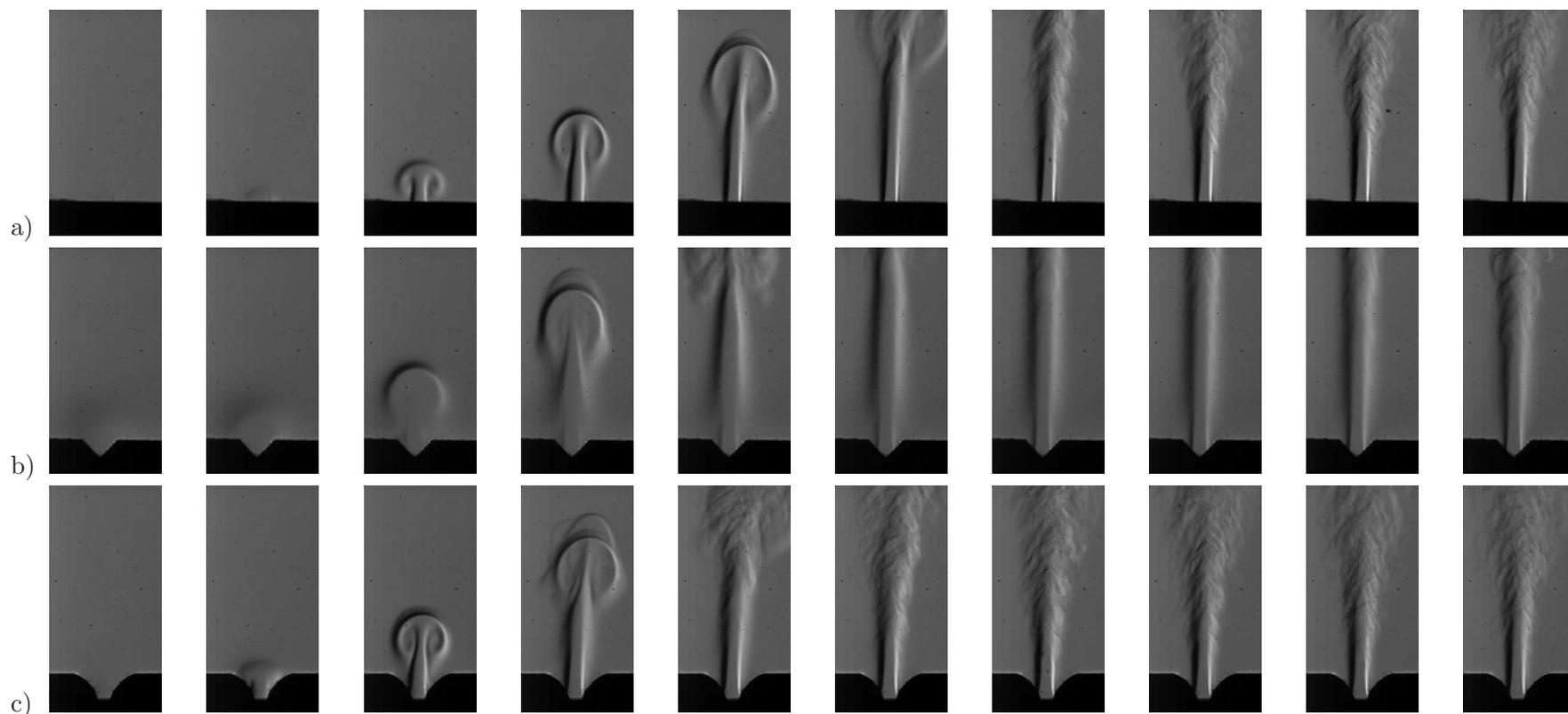


FIG. 4.6: Naissances de jets filmées à la caméra rapide pour les trois différentes géométries étudiées : a) géométrie droite, b) chanfreins à 45 degrés, c) arrondis

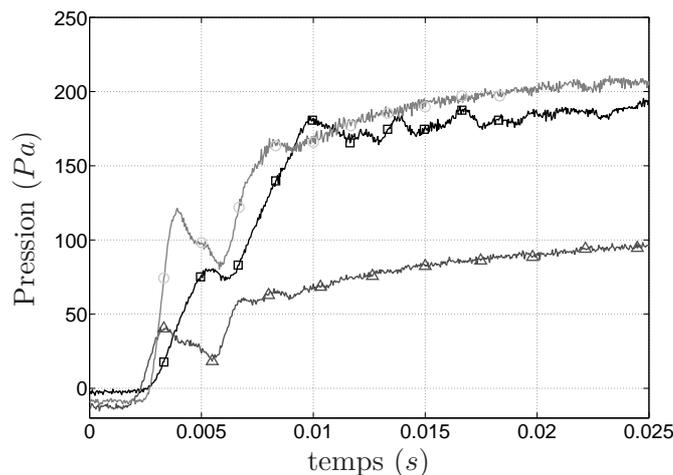


FIG. 4.7: Détail de la mesure de la pression dans la bouche ; les tops des images de la figure 4.6 sont représentés

**Largeur de jet, géométrie de champignon** Un premier résultat de ces expériences est que malgré les différences de sortie et de nombre de Reynolds entre ces trois visualisations, la largeur du champignon à la naissance du jet semble être sensiblement la même.

De même, alors qu'on pourrait s'attendre à ce que l'écoulement dans le canal suive la géométrie de sortie avant de décoller, ce qui impliquerait un jet plus large dans le cas de la sortie arrondie, les largeurs des jets, dans leurs parties laminaires, sont sensiblement les mêmes.

Les pressions de consigne mesurées ici sont du même ordre de grandeur que les pressions mesurées par Ségoufin dans son étude sur la géométrie de l'excitateur [107]. En considérant l'influence qu'a la géométrie de sortie du canal sur le comportement du transitoire d'une flûte à bec (Ségoufin [107]), ces résultats sont d'importance, car ils impliquent que ces différences de comportement ne sont pas dues à la seule formation initiale du jet.

## 4.4 Simulations numériques

Des simulations numériques, inspirées du dispositif expérimental, sont également effectuées. Un jet est issu d'une ouverture de géométrie droite, ou présentant des chanfreins ou des arrondis, dans un domaine de grandes dimensions par rapport à la hauteur  $h$  du canal. Les limites du domaine sont décrites par des conditions de sortie fluide (pression et gradient de la vitesse nuls).

Les calculs sont effectués avec GERRIS [2], un solveur des équations de Navier-Stokes incompressibles par différences finies (méthode des volumes de fluide). Les simulations sont faites en deux dimensions. Un traceur numérique est injecté à l'entrée du domaine, permettant ainsi de visualiser les écoulements.

Le domaine de simulation est présenté sur la figure 4.9 : le jet émerge d'une lumière dans un domaine rectangulaire dont les conditions aux bords sont des conditions de sortie (pression et dérivée normale de la vitesse nulles). Afin d'empêcher la réflexion des tourbillons sur les bords du domaine sans freiner le jet, la viscosité du fluide est augmentée près des limites du domaine (sur une distance de  $4h$ ), dans la direction tangentielle au bord.

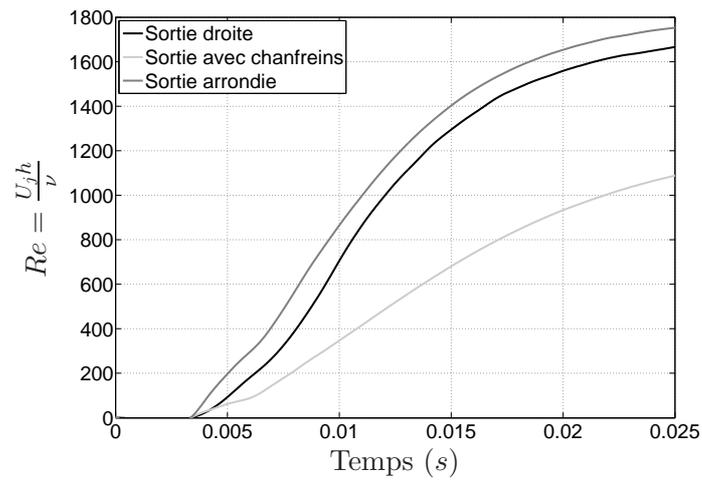


FIG. 4.8: Nombre de Reynolds instantané des jets étudiés

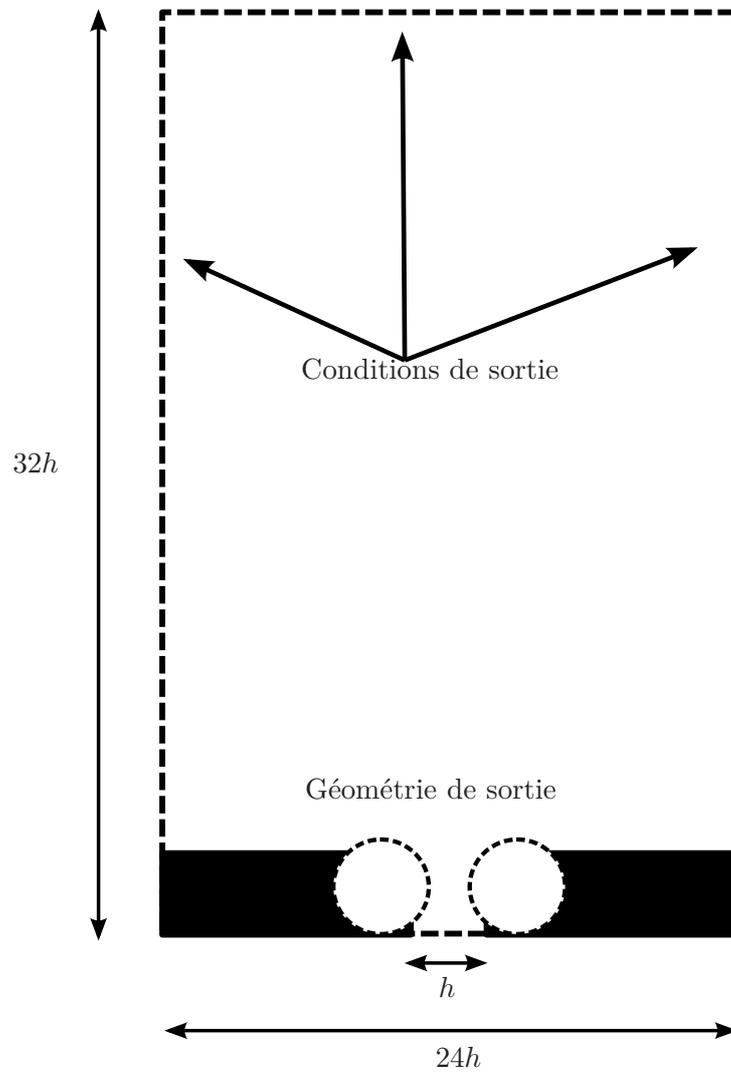


FIG. 4.9: Schéma du domaine de simulation des naissances de jets

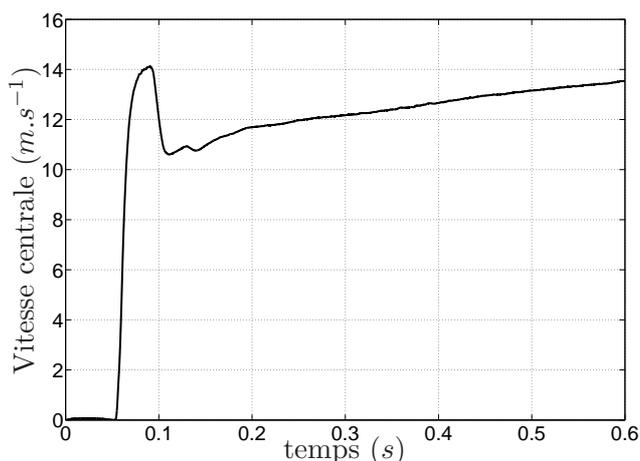


FIG. 4.10: Vitesse centrale du jet calculée à l'aide de l'équation de Bernoulli instationnaire pour la mesure avec la géométrie droite

#### 4.4.1 À partir des données expérimentales

Afin de transposer les conditions expérimentales dans les simulations numériques, l'écoulement du jet est décrit à l'aide du nombre de Reynolds  $Re = \frac{U_j h}{\nu}$  ; où  $U_j$  est la vitesse centrale du jet, estimée par l'équation de Bernoulli instationnaire et  $\nu$  est la viscosité cinématique du  $CO_2$ , fluide utilisé pour les visualisations.

La figure 4.10 présente l'estimation de la vitesse centrale du jet par résolution numérique de l'équation de Bernoulli instationnaire avec comme pression de consigne, la mesure présentée figure 4.3. L'inertie du gaz contenu dans le canal s'oppose à la brusque montée de pression dans la bouche ; ainsi le signal de vitesse calculée est beaucoup plus lisse que le signal de pression. L'inertie du gaz a un effet de « filtrage » passe-bas non-linéaire.

Les simulations sont effectuées à  $U_j$  et  $h$  constants. La viscosité du fluide est ajustée dans les simulations de telle sorte que les nombres de Reynolds des simulations, lorsque la vitesse du jet est  $U_j = 1$ , soient égaux aux nombres de Reynolds maxima calculés à partir des données de pression dans les expériences. Les paramètres de contrôle expérimentaux sont alors injectés dans les simulations en normalisant la vitesse instantanée estimée par l'équation de Bernoulli instationnaire, et en l'injectant à l'entrée du domaine de simulation.

Il est important de noter que lors des expériences, le nombre de Reynolds dépend de la vitesse du jet (et donc de la pression dans la bouche artificielle). Égaliser les nombres de Reynolds en ajustant la viscosité du fluide dans les simulations revient à changer l'échantillonnage temporel.

Une mesure du temps  $t$  nous est donnée par le rapport  $t = \frac{h}{U_j} \bar{t}$ , où  $\bar{t}$  est un temps adimensionné. Les instants de simulation correspondant aux instants expérimentaux sont donc donnés par (les grandeurs indicées par  $e$  sont expérimentales, celles indicées par  $s$  sont numériques) :

$$T_s = \frac{h_s U_e T_e}{U_s h_e}$$

Un traceur est injecté dans le fluide entrant dans le domaine. La figure 4.11 présente les résultats des simulations aux instants les plus proches des instants expérimentaux de prise de vue. Les images présentent, à l'intérieur du domaine de simulation, un zoom correspondant aux visualisations expérimentales. Les temps physiques correspondant aux instants de simulation de

Sortie droite	Chanfreins	Sortie arrondie
$0\mu s$	$0\mu s$	$0\mu s$
$1710\mu s$	$2035\mu s$	$1669\mu s$
$3135\mu s$	$4884\mu s$	$3339\mu s$
$4845\mu s$	$6920\mu s$	$5008\mu s$
$6555\mu s$	$9362\mu s$	$6677\mu s$
$8265\mu s$	$11804\mu s$	$8347\mu s$
$9975\mu s$	$14246\mu s$	$10016\mu s$
$11400\mu s$	$16689\mu s$	$12798\mu s$
$13110\mu s$	$18724\mu s$	$13547\mu s$
$14820\mu s$	$21166\mu s$	$15024\mu s$

TAB. 4.1: Temps physiques des images de simulations présentées sur la figure 4.11

la figure 4.11 sont répertoriés dans le tableau 4.1.

Il est à noter que les simulations étant bidimensionnelles, elles ne peuvent pas rendre compte du caractère turbulent de l'écoulement, car ce phénomène est essentiellement tridimensionnel. Si les simulations reproduisent fidèlement les différences de comportement entre les trois visualisations, elles semblent sous-estimer la vitesse du jet ; ceci peut être dû à l'augmentation de la viscosité du fluide près des frontières du domaine. De plus, alors qu'expérimentalement un jet de  $CO_2$  émerge dans de l'air, le fluide ambiant et du jet est le même dans les simulations numériques.

**Comportement de l'écoulement** Comme dit précédemment, le fait de simuler un écoulement bidimensionnel interdit l'apparition de turbulence. Néanmoins, les simulations exhibent des différences de comportement en fonction de la consigne en pression. Bien que rassurant, ce résultat n'est pas étonnant puisque le paramètre commun entre les simulations et les expériences est le nombre de Reynolds.

**Largeur de jets, géométrie de champignon** Contrairement aux visualisations, les simulations montrent des différences de largeur de jet et de champignons. Le jet issu de la géométrie présentant des chanfreins est plus épais, ainsi que le champignon qui le précède. Intuitivement, on s'attendrait à ce que le jet le plus large soit issu de la géométrie arrondie, puisque les points de décollement se fixent sur les arêtes dans le cas des géométries droite et présentant des chanfreins.

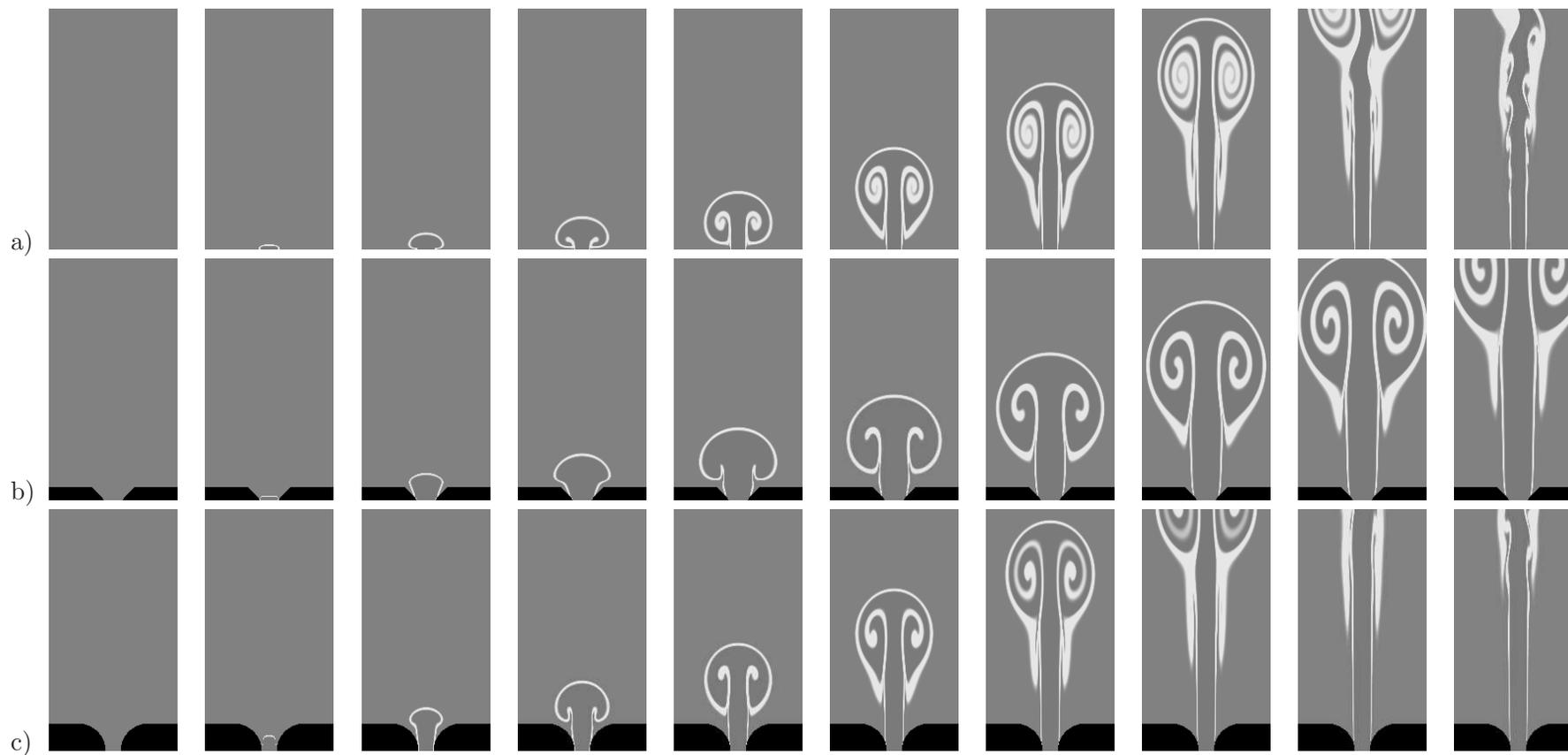


FIG. 4.11: Simulations des naissances de jets pour les géométries et les consignes visualisées sur la figure 4.6 : a) géométrie droite, b) chanfreins à 45 degrés, c) arrondis

#### 4.4.2 Influence du nombre de Reynolds sur la naissance du jet

Afin de se placer dans un cas idéalisé, la consigne en vitesse est un échelon. Dans le but de prendre en compte la présence du canal, le profil de vitesse en entrée de domaine est un profil de Poiseuille. Ainsi,  $Re$  est fixé en considérant la vitesse maximale du profil d'entrée pour toute la simulation.

La figure 4.12 présente les naissances des jets issus des trois géométries au même instant ( $T_s = 2$ ), avec  $Re = 100$ ,  $Re = 500$  et  $Re = 1000$ , avec une consigne en vitesse en échelon. Il apparaît clairement que la présence de chanfreins ou d'arrondis ralentit la formation du champignon : ce dernier est moins enroulé dans ces deux géométries que pour la sortie droite. Il en résulte une plus grande épaisseur du jet juste après le passage du champignon.

L'épaisseur du jet est *a priori* reliée au nombre de Reynolds : plus ce dernier est faible, plus le rôle joué par la viscosité du fluide est important, donnant tendance au jet à s'élargir. Afin de confirmer cette hypothèse, des simulations mettant en jeu des ordres de grandeurs de  $Re$  différents sont calculées pour les trois géométries.

Trois valeurs de  $Re$  sont explorées :  $Re = 100$ ,  $Re = 500$  et  $Re = 1000$ , ce qui correspond respectivement à des vitesses expérimentales de  $U_j = 0.804m.s^{-1}$ ,  $U_j = 4.02m.s^{-1}$  et  $U_j = 8.04m.s^{-1}$ . Ces valeurs de Reynolds utilisées sont faibles relativement à celles rencontrées expérimentalement, mais permettent aux simulations de rendre un comportement réaliste. Néanmoins, la valeur  $Re = 1000$  correspond à l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds mis en œuvre dans les visualisations du jet dans le cas de la géométrie présentant des chanfreins.

Les instants de mesure sont de  $T_s = 4$ , ce qui correspondrait expérimentalement, respectivement avec les vitesses déterminées par le nombre de Reynolds, à  $t_e = 0.0398s$ ,  $t_e = 0.008s$  et  $t_e = 0.004s$ .

Puisque le système étudié est symétrique, la moitié droite seulement est simulée, avec une condition de symétrie de l'écoulement ( $u = 0$  et  $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ ) sur la frontière de gauche du domaine. Ici encore, la viscosité est augmentée artificiellement à la frontière haute du domaine, en diminuant la précision du maillage.

Les figures 4.13, 4.14 et 4.15 présentent le profil de vitesse du jet à des distances de  $2h$  et  $4h$  de la sortie du canal pour les trois géométries. Ces deux distances sont choisies avec l'idée que la distance entre le biseau et le canal se situe aux alentours de  $W = 4h$  dans les flûtes à bec. Les simulations sont effectuées pour  $Re = 100$  (figure 4.13),  $Re = 500$  (figure 4.14) et  $Re = 1000$  (figure 4.15).

La dispersion entre les profils de vitesse est très faible pour la gamme de nombres de Reynolds explorés et les distances à la sortie du canal considérées. Elle est d'autant plus faible que le nombre de Reynolds est grand ; il est ainsi impossible de différencier les profils de vitesse pour  $Re = 1000$ . Dans le cas où  $Re = 500$ , un calcul d'erreur nous donne une différence inférieure à 2% entre les profils issus de la géométrie droite et de la géométrie présentant des chanfreins, et inférieure à 3% entre la géométrie droite et la géométrie arrondie. Dans le cas où  $Re = 100$ , ces erreurs sont respectivement de l'ordre de 0.8% et de 2%.

On constate de plus que les profils de vitesse ont tendance à s'étaler plus lorsque l'on s'éloigne de la lumière ; cet étalement est d'autant plus grand que le nombre de Reynolds est faible. Cette remarque renforce l'hypothèse liant la largeur de l'écoulement issu de la géométrie présentant des chanfreins au nombre de Reynolds de l'écoulement.

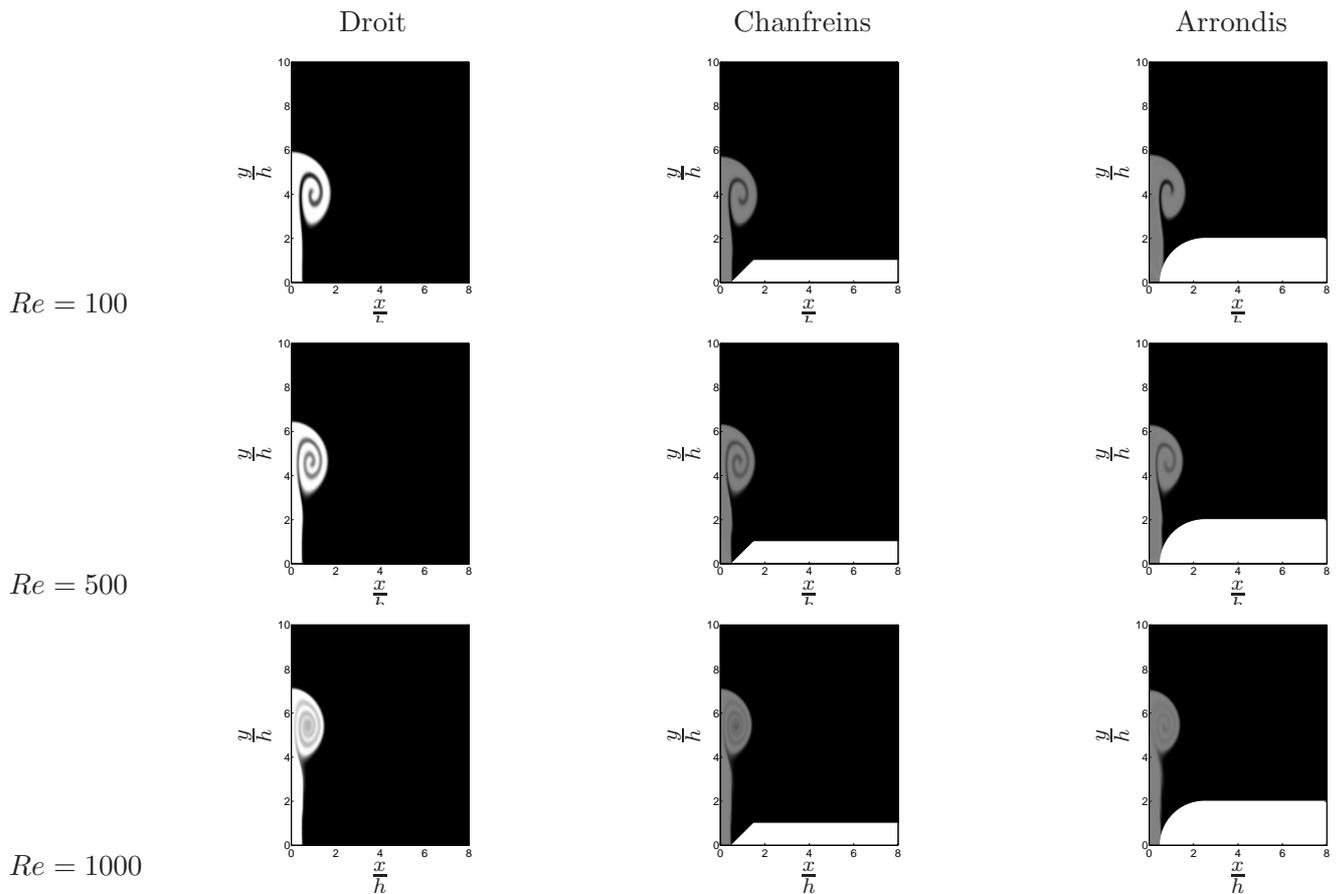


FIG. 4.12: Simulations de la naissance du jet avec les trois géométries pour  $Re = 100$ ,  $Re = 500$  et  $Re = 1000$ . Le temps de simulation est  $T_s = 2$ , soit respectivement  $T_e = 0.02s$ ,  $T_e = 0.004s$  et  $T_e = 0.002s$  avec  $U_j = 0.804m.s^{-1}$ ,  $U_j = 4.02m.s^{-1}$  et  $U_j = 8.04m.s^{-1}$

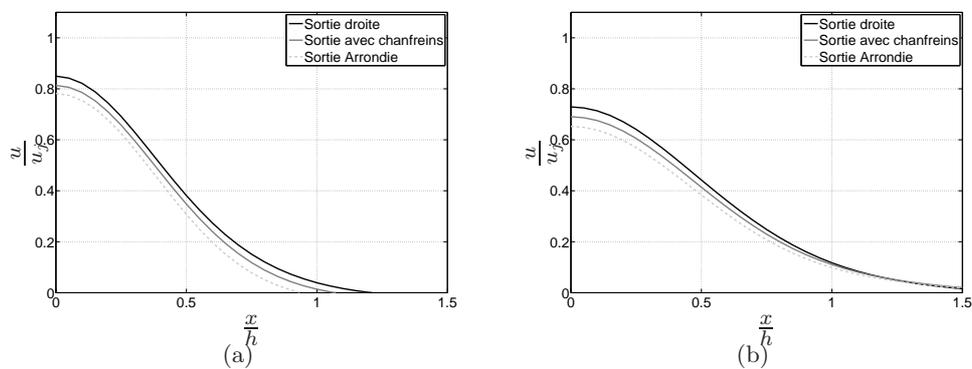


FIG. 4.13: Profil de vitesse à une distance de  $2h$  (a) et  $4h$  (b) de la sortie du canal pour les trois géométries à  $Re = 100$

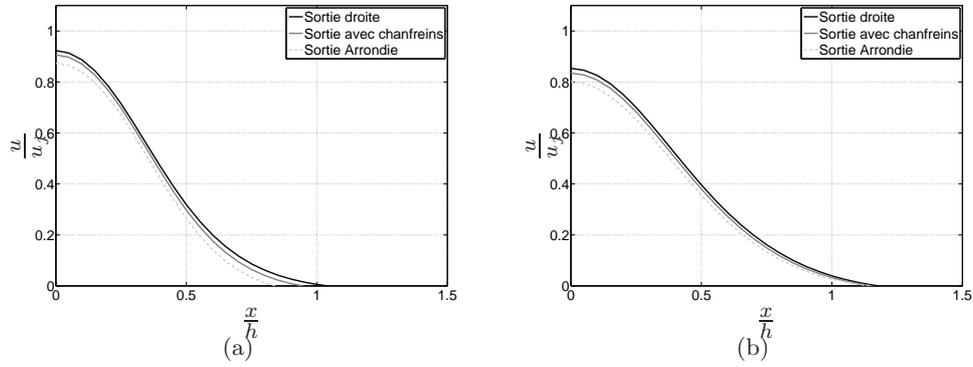


FIG. 4.14: Profil de vitesse à une distance de  $2h$  (a) et  $4h$  (b) de la sortie du canal pour les trois géométries à  $Re = 500$

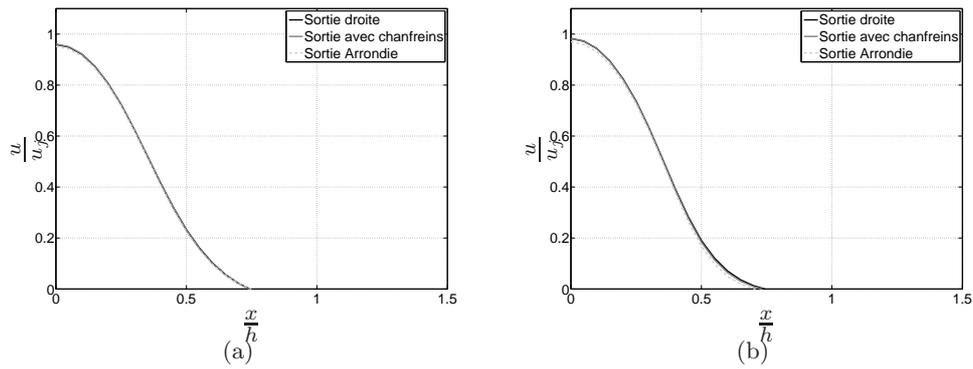


FIG. 4.15: Profil de vitesse à une distance de  $2h$  (a) et  $4h$  (b) de la sortie du canal pour les trois géométries à  $Re = 1000$

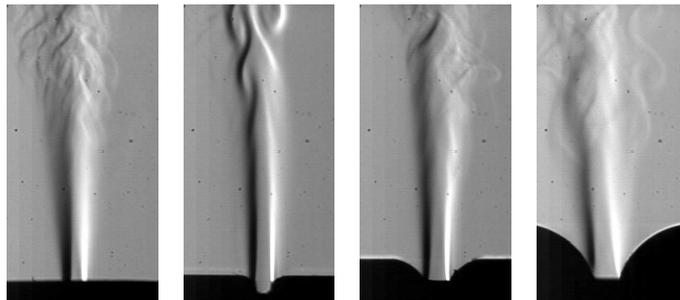


FIG. 4.16: Images issues de la visualisation de naissances de jets avec quatre arrondis différents :  $R_c = h$ ,  $R_c = 2h$ ,  $R_c = 3h$  et  $R_c = 4h$ . Les pressions d'alimentation présentent des variations entre les mesures. Malgré les différences de géométries, les épaisseur de jet varient peu, en particulier pour les trois premiers rayons de courbure

## 4.5 Conclusion

Des différences de comportement dans les transitoires d'attaque mesurés par Ségoufin [107] lors de changements de géométrie du système excitateur nous ont amenés à étudier l'influence de la géométrie de la lumière sur la naissance d'un jet.

L'observation d'écoulements à la caméra rapide montre un effet assez faible de la géométrie sur l'épaisseur du jet. En particulier, bien que la géométrie présentant des arrondis n'ait pas d'arête, l'écoulement ne semble pas adhérer aux lèvres avant de se détacher. La figure 4.16 présente des images de visualisation de jets issus de géométries arrondies de quatre rayons de courbure différents. Les variations d'épaisseur des jets sont très faibles devant les variations de rayon de courbure entre les géométries et semble indiquer que leur influence est très faible.

Une étude systématique serait cependant à prévoir, dans laquelle les consignes en pression seraient finement contrôlées, permettant d'étudier l'influence de la géométrie et l'influence du nombre de Reynolds indépendamment.

Les mesures de Ségoufin concernent des géométries droite et avec chanfreins ; la position des points de décollement n'est donc *a priori* pas en cause dans le comportement transitoire de l'instrument. En considérant les échelles de temps mises en œuvre dans la naissance d'un jet ( $\simeq 10ms$ ) et dans la mise en oscillation d'une flûte à bec ( $\simeq 40ms$ , d'après Ségoufin), il n'est pas choquant de constater que les changements de comportement ne sont pas dus à la naissance du jet seule ; Ségoufin indique que la durée d'un transitoire d'attaque est d'environ une vingtaine de périodes d'oscillations. On peut donc s'attendre à ce que les changements de comportement dans l'interaction entre le champ acoustique et le jet aient une influence plus importante sur l'attaque d'une flûte.

Le chapitre 5 propose un modèle d'interaction entre un champ acoustique transversal et un jet tenant compte de la géométrie de la lumière.

## Chapitre 5

# Un modèle de réceptivité du jet

## Avant-propos

Ce chapitre reprend un article soumis au *Journal of Sound and Vibration* en septembre 2009. Le sujet en est la présentation d'un modèle simple de réceptivité d'un jet soumis à des perturbations transverses, en fonction de la géométrie de la lumière.

Dans un premier temps, des simulations numériques de perturbation de jet sont confrontées à des expériences ; puis le modèle est présenté. Enfin, les prédictions du modèle sont comparées aux simulations numériques.

## Comparaison des simulations avec les expériences

De la Cuadra [38] a développé un dispositif expérimental permettant la visualisation d'un jet soumis à une perturbation monochromatique générée par deux haut-parleurs (figure 5.2) ; un système de traitement d'image permet d'estimer son déplacement transverse.

Des simulations numériques sont effectuées avec GERRIS, dont le domaine vise à reproduire les conditions expérimentales (figure 5.3). De même que lors des expériences, la position transverse du jet est détectée.

Les déplacements de jet sont analysés pour différentes géométries et différentes fréquences de perturbation dans le cadre du modèle empirique proposé par De la Cuadra [38] ; ce modèle décrit le déplacement transverse du jet comme une onde progressive amplifiée exponentiellement (équation 5.5).

La mesure du coefficient d'amplification du déplacement du jet pour les différentes géométries et à différentes fréquences montre un relativement bon accord entre les mesures et les simulations, si l'on considère les différences entre les protocoles expérimentaux et de simulation : entre autres, les simulations sont effectuées à deux dimensions et la surface sur laquelle la condition aux limites oscillante est imposée est beaucoup plus petite dans les simulations que dans les expériences. De plus, un profil de Poiseuille est imposé pour l'écoulement dans le canal dans les simulations, sans que le profil de vitesse de l'écoulement dans le canal expérimental ne soit connu.

Plusieurs éléments sont encourageants en ce qui concerne les simulations numériques :

- les coefficients d'amplification sont du même ordre de grandeur dans les expériences et dans les simulations numériques, et sont du même ordre de grandeur que l'amplification prédite par la théorie de Rayleigh pour un jet de Bickley,
- les coefficients d'amplification suivent la même dépendance en fonction de la géométrie dans les expériences et les simulations.

## Description du modèle

### Hypothèses

Le but du modèle est d'être le plus simple possible et de tenir compte de la géométrie de la lumière. Plusieurs hypothèses simplificatrices sont alors admises, dans le but de considérer un système invariant par translation :

- le canal est de longueur infinie ;
- l'écoulement dans le canal est un écoulement de Poiseuille, et le jet émergent a le même profil de vitesse ;
- la perturbation a lieu dans toute la longueur du canal

Ces hypothèses, représentées sur la figure 5.9, restreignent le domaine de validité du modèle aux basses fréquences. De plus, seuls les termes du premier ordre sont considérés.

## Équations du modèle

La perturbation, monochromatique de fréquence  $St$ , est décomposée en deux contributions, l'une longitudinale, l'autre transverse. Ces perturbations s'ajoutent à l'écoulement de base et induisent une correction de l'écoulement (équation 5.6).

L'observation du détail du champ de perturbation dans les simulations (figures 5.7 et 5.11) conduit à considérer que la composante transversale est constante dans toute la hauteur du canal, tandis que la composante longitudinale est linéaire dans la hauteur du canal (et s'annule au centre). Les amplitudes relatives de chaque contribution dépendent de l'orientation du champ de perturbation, déterminée par la géométrie de la lumière.

L'injection du champ de vitesse perturbé dans les équations de Navier-Stokes incompressibles et leur linéarisation conduit à une équation différentielle du second ordre pour la vitesse de correction (équation 5.9) se résolvant sans difficulté (équation 5.10). On a alors une description complète du champ de vitesse de l'écoulement dans le canal.

## Prédictions du modèle

Le modèle aboutit à une distorsion de l'écoulement de base (figure 5.13). Dans le cadre du modèle d'instabilité de jet proposé par De la Cuadra, le déplacement transverse du jet est initié à la sortie du canal ; on suppose ici que ce déplacement initial est donné par le déplacement  $\epsilon_0$  du maximum de vitesse du profil de Poiseuille corrigé.

La géométrie de la lumière influe sur le déplacement initial du jet ; la comparaison avec le déplacement initial mesuré dans les simulations numériques (figure 5.17) montre que si les ordres de grandeur ne sont pas tout à fait les mêmes, la dépendance de  $\epsilon_0$  à la géométrie est la même. Il est à noter que les simulations numériques ne sont pas linéaires, ce qui implique que de telles différences d'ordre de grandeur sont prévisibles.

Les auteurs de l'article sont : F. Blanc, V. François, P. De La Cuadra, P.-Y. Lagrée et B. Fabre.

## abstract

A simple analytical model for the interaction between an air jet issued from a pipe and a transverse acoustic perturbation is developed in this paper. The model is inspired by direct flow simulation results confronted to experimental data. The interaction is expected to take place in the vicinity of the separation points of the jet, as suggested by theory. The influence of the detailed geometry of the channel end, and more specifically the chamfer geometries found in flute-like musical instruments, on the jet receptivity are discussed. The model can be simplified and optimised to be integrated in real-time simulations of the instrument.

## 5.1 Introduction

Jets are known to be unstable systems, that amplify any small noise, depending on its frequency (Drazin [41]). Jet instabilities play an important role in diverse processes such as atomization in an engine, flow noise, and flue musical instruments. The instability mechanism relies on the concentration of the vorticity in the shear layers of the jet. While the description of jet instability has been widely discussed in the litterature, the question of the triggering and the forcing of the instability by an acoustic perturbation is rarely adressed.

The temporal instability of an infinite jet has been described by Rayleigh [99], in a two-dimensional linear inviscid incompressible flow description. In his description, harmonic perturbations of the flow at a given pulsation  $\omega$  grow exponentially in time, while convected downstream along the flow.

In Rayleigh's description, the variations of the instability on the frequency depends on the jet velocity profile. A jet instability presents a maximum at a given frequency, depending on the jet and shear layers width, as on the jet velocity. Though Rayleigh's description exhibits a complexity that requires numerical computation for non trivial velocity profiles, it relies on assumptions (inviscid, incompressible, linear) that are rarely met together in most applications where jet instabilities occur.

The case of viscous jets is described with the Orr-Sommerfeld equations. With this model, the jet instability is affected by the Reynolds number of the flow. It is also noteworthy that stable solutions of the Rayleigh equation prove to be unstable with the Orr-Sommerfeld model.

Moreover, the linear description of the evolution of the perturbations is only valid for small displacements. Depending on the amplitude of the perturbation the jet breaks into a discrete vortex street more or less far from the flue (Meissner [80]). Holger [63], without analysing in details this transformation process, relates the properties of the vortex street with those of the jet for an edgetone configuration. In the case of one shear layer interacting with an acoustic field Dequand [40], following Nelson [85], states that the vorticity is concentrated in punctual vortices whose vorticity increases with time. Each vortex shedding is created at a particular phase of the periodic acoustic field. Its strength and convection velocity depends on the velocity of the flow.

In many systems the jet emerges from an opening called flue, and is submitted to the perturbations at its birth. In such configurations, one cannot describe the flow with an infinite jet. In particular, in such cases, one has to initiate the displacement of the jet. The relation between the transverse perturbation and the initial jet displacement is known as the receptivity of the jet. The present paper discusses the receptivity with an emphasis on flue musical instruments.

Different models of jet receptivity can be found in the litterature : According to Fletcher [47], the initial displacement of the jet is the result of its opposition to the acoustic displacement. Verge [110], including the acoustic velocity in the Kutta condition at the jet separation points,

describes the effect of the acoustic field as a modulation of the vorticity in the shear layers of the jet. More recently, Ségoufin [106] proposes to include the acoustic perturbation as a velocity correction in the Rayleigh's equation.

All of the models described above do not consider the geometry of the formation channel exit. But, according to recorder makers (Ségoufin [107]), this geometry is of crucial importance for the proper behavior of the instrument as well as to produce a good tone quality. Therefore, it is of great importance to develop a model that includes the effect of the channel end geometry. Ségoufin [107] studied the effects of geometry changes on the operation of an experimental recorder. Her study related the channel exit geometry with changes on the regimes stability and on the transient behavior of the instrument. A preliminar study (Blanc *et al.* [13]) showed that the exit geometry has a very small impact on the birth of the unperturbated jet, and especially on the location of the separation points. Thus, the geometry is expected to affect mainly the receptivity of the jet.

In this article, we aim at developing the simplest model of the receptivity of a jet that takes into account the geometry of the flue. This work is based on experimental jet visualisations, numerical simulations and analytical modelling. The approach is to use informations from the simulations, such as details of the velocity fields, to feed the analytical model. Therefore, the validity of the simulations is tested by comparing their results with experimental visualisations.

After a presentation of the experimental and numerical setups (section 5.2), we present in this article the validation of the numerical simulations with a simple test case and the comparison with the experimentations, through the empirical jet instability model proposed by de la Cuadra [38] (section 5.3). The hypotheses and equations of the model – the core of this paper – are then presented (section 5.4), and its predictions are finally discussed and compared to the simulation results.

## 5.2 Experimental measurements and simulations

The purpose of this paper is to present a very simple model of the receptivity of a jet that takes into account the geometry of the flue. To develop this model, we use the details of the flow near the flue computed with numerical simulations. The first step of the study is thus to validate the numerical simulations with experimental data.

As the study focuses on the effect of a transverse acoustic field on a jet flow, the numerical and experimental setups consist in a jet submitted to a transverse velocity field oscillating at the pulsation  $\omega$ . Both setups must allow to change the geometry of the flue.

De la Cuadra [38] developed an experimental setup that allows to focus on the interaction between the acoustic field and the jet. In his setup, the jet is created by raising the pressure in a cavity connected to a formation channel with a chosen flue geometry and emerges from this artificial mouth into the open air. The perturbations are created by loudspeakers to allow full control of their amplitude and frequency. With this setup, we can use the same blowing and perturbation conditions with the different flue geometries. The jet is analyzed from a two-dimensionnal perspective.

Three channel exit geometries are used : a squared exit, a 45 degrees-chamfered exit and a rounded exit, shown in figure 5.1. The choice of these geometries is guided by their use in flutes such as organ pipes, recorders and human lips for the transverse flute. The origin of the abscissa axis is set in the place where the parallelepipedic channel ends and the exit shape begins, as shown in figure 5.1.

This setup is used experimentally and simulated numerically. The following describes in

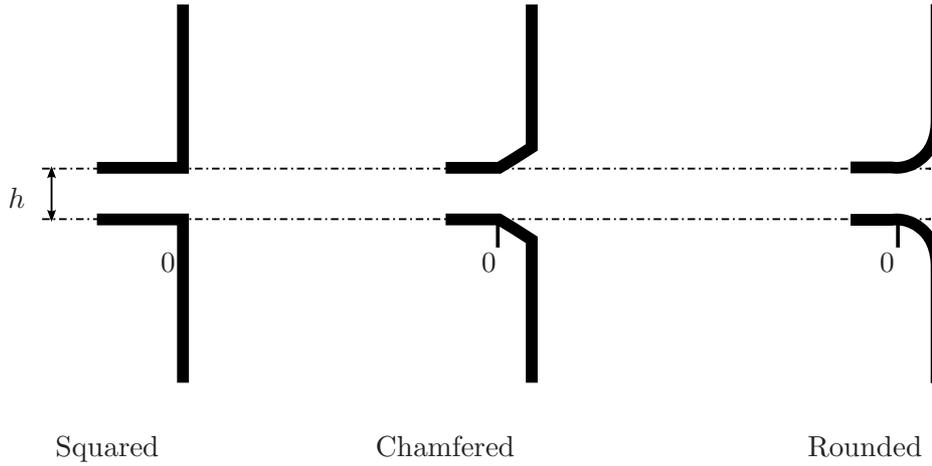


FIG. 5.1: The three studied channel exit geometries

detail the experimental and numerical configurations, and the parameters used to adjust the simulation parameters to the experiments.

### 5.2.1 Experimental setup

The experimental setup used has been described by de la Cuadra [38] and is represented on figure 5.2.  $CO_2$  (viscosity  $\nu = 8.04 \times 10^{-6} m^2 s^{-1}$ ) is supplied by a 50 bar reservoir through a regulator and feeds the artificial mouth. The flow is controlled by a mass flow regulator (Brooks 5851S). The artificial mouth is a parallelepipedic volume. One of the face of the mouth is removable and supports the formation channel. Different channel faces are used, according to the three flue geometries studied. The channels dimensions are : height  $h = 1mm$ , 20mm wide and 18mm long, and the inner volume of the mouth is  $5 \times 3 \times 3.5 cm^3$ . The scales are chosen so that the large width of the mouth, compared to the channel height favours a two dimensional jet behaviour. The typical jet flow is  $7.6 \times 10^{-5} m^3 \cdot s^{-1}$ . Assuming a top hat velocity profile, this leads to a jet center velocity of  $U_0 = 3.8 m \cdot s^{-1}$ .

The jet emerging from the mouth is submitted to a transverse acoustic velocity field created by two loudspeakers (15cm of diameter) in phase opposition in order to create a homogenous velocity perturbation together with minimal pressure perturbation. The experiment is carried for different perturbation frequencies  $f$  in the range of  $42Hz < f < 322Hz$ . The flue is midway of the two loudspeakers and aligned with their centers. The acoustic velocity is measured with a microphone doublet.

Schlieren technique (Merzkirch [81]) is used to visualize the transparent jet. A stroboscope is used in order to lighth the jet at different oscillation phases. The loudspeakers and the stroboscope are piloted with a TTi TGA1244 arbitrary waveform generator. The frequencies of the stroboscope and the acoustic excitation are tuned so that different phases of the oscillation are visualised.

A camera including a fast shutter, set at  $1\mu s$  exposure time, is synchronised with the stroboscope. With this setup, we can reconstruct the jet oscillation by assembling images taken at different oscillation phases. This implies that the experiment is made in the permanent state.

### 5.2.2 Numerical simulations setup

The goal of the simulations is to provide details of the flow in the vicinity of the flue. First, in order to fit the simulations with the experiment, the simulation domain is designed like

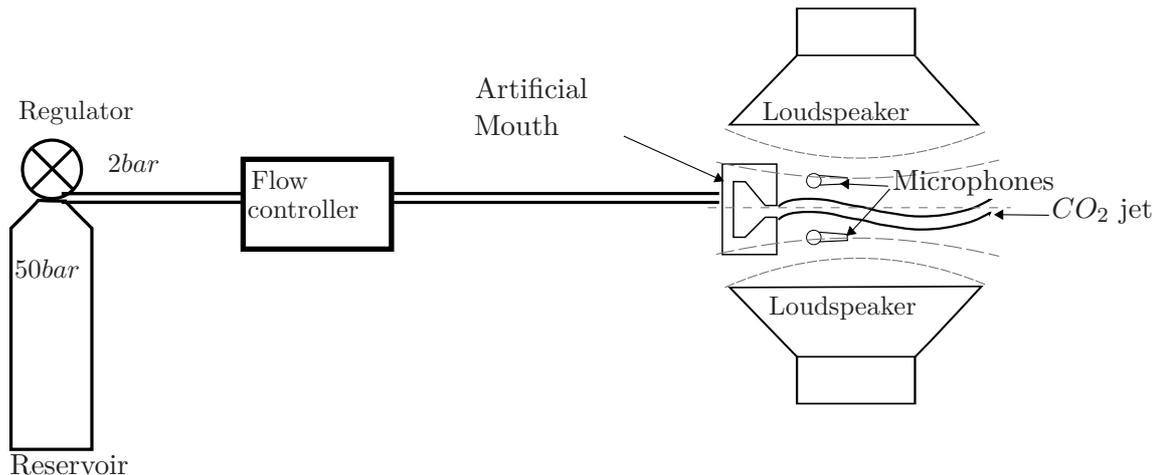


FIG. 5.2: Experimental setup

the experimental setup, although some simplifications are needed. Again a flow in a channel separates at the flue, with the chosen geometry. The resulting jet is submitted to a transverse oscillating flow. The simulations carried are two-dimensional and incompressible. In order to use the same post treatment as with the experiments, a numeric tracer is injected in the jet to visualise it.

Unlike the experiments, as the simulation domain is bounded, the exploitation of the simulations is not made in the steady state, but long enough after the birth of the jet to avoid its influence on the flow.

The following subsection discuss on the tuning of the flow parameters with the aim of having a jet behaviour and a transverse perturbation that are comparable in the simulations and the experiments. The behaviour of the numerical configuration is then compared with theoretical results in a simple undisturbed jet spreading case.

### Implementation of the simulation

A Poiseuille flow in a channel separates into a jet in the simulation domain. The domain is bounded by outflow conditions. To avoid vorticity reflexion, the viscosity of the fluid is increased near the boundaries, in the direction tangential to the boundaries. Increasing the viscosity at the boundaries is a well-known technique used to attenuate vortices (Freund [52], Kam *et al.* [66]). Increasing the viscosity in the direction normal to the flow let the vortices damp without opposing to the flow exit. At the boundaries above and below the channel exit, a normal oscillating velocity is imposed with a no slip condition. The domain is represented on the figure 5.3, with the different lengths. Details of this setup has been described by Blanc *et al.* [12].

The simulations are carried using GERRIS (Popinet [96, 95]), an incompressible Navier-Stokes solver. The choice of an incompressible solver is motivated by the fact that the dimensions of the region considered and the velocities are small compared to the acoustic wavelengths  $\lambda$  and propagation velocity  $c_0$  (*i.e.*  $h \ll \lambda$  and  $U_0 \ll c_0$ ).

Every lengths of the domain are made dimensionless by the channel height  $h$ . Simulation parameters are tuned to match the experimental parameters, through Reynolds and Strouhal numbers, two dimensionless numbers defined as :

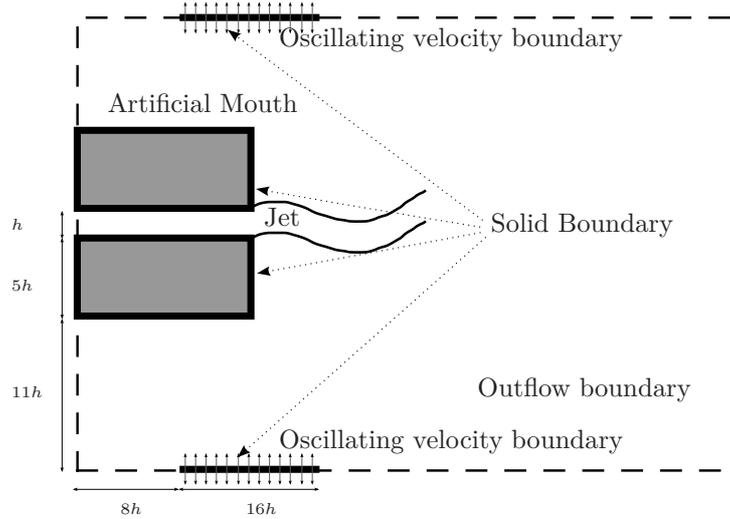


FIG. 5.3: Schematics of the simulation domain

$$\begin{cases} Re &= \frac{U_0 h}{\nu}, \\ Str_h &= \frac{\omega h}{U_0}, \end{cases} \quad (5.1)$$

where  $\nu$  is the cinematic viscosity and  $U_0$  the center velocity of the jet.

$Re$  is set to 375 and the frequency of the perturbation is adjust to produce a  $St_h$  between 0.2 and 0.7. The ratio between the acoustic perturbations  $v_{ac}$  and the center jet velocities  $U_0$  at the channel exit are of the same order of magnitude in the simulations and the experimentations, that is  $\frac{v_{ac}}{U_0} = 0.025$  at a distance of  $3h$ .

As the oscillating boundaries are smaller, the perturbation field is less homogenous in the simulations than in the experiments, where the perturbation can be assumed to be of a constant amplitude alla along the jet.

### Jet spreading

The GERRIS solver has been validated for test case problems [3] such as momentum conservation and Poiseuille flow convergence [4] and proves to be efficient in the incompressible Navier-Stokes computation. Fuster *et al.* [53] have also validated GERRIS' ability to compute shear layer instabilities in the framework of the Orr-Sommerfeld description (Drazin [41]). In order to validate the numerical setup presented, an additionnal test, that suits better a jet configuration, is developped.

Simulations of free jets emerging from the geometries studied are carried out. Laminar viscous jets at long enough distance are known to adopt a Bickley velocity (Tritton [108]). Therefore that profile is expected to appear in our simulations. After an arbitrary long time  $t = 80 \frac{h}{U_0}$ , which is sufficiently long to assume that the flow is stationary, velocity profiles are taken at several distances from the channel exit. Those profiles are then fitted with a Bickley profile (eq (5.2)) :

$$U(y) = U_0 \operatorname{sech}^2 \left( \frac{y - y_0}{b} \right). \quad (5.2)$$

Figures 5.4a and 5.4b show the evolution of the central velocity and the parameter  $b$  of the fitted Bickley profile. They show that the evolution of the unperturbated jet does not depend on the geometry of the channel exit. A fit of the data shows the  $x^{-\frac{1}{3}}$  evolution of the central velocity

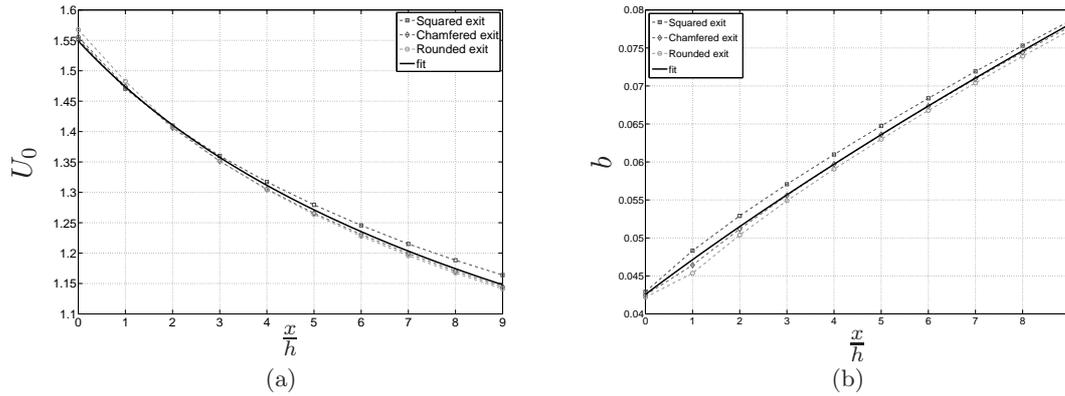


FIG. 5.4: Evolution of the parameters  $U_0$  and  $b$  of the fitted Bickley profile versus the distance from the mouth

and the  $x^{\frac{2}{3}}$  evolution of the width  $b$ , corresponding to the theoretical values for a Bickley jet (Tritton [108]). The velocity profile in the simulations evolves in agreement with the theory for laminar jets (Tritton [108]).

Figure 5.5 shows the mean quadratic error between the velocity profile and the fitted Bickley profile versus the distance from the mouth for the different exit geometries. This error is normalized by the central velocity of the fitted Bickley profile. The error decreases with distance, and reaches values below 5% at around  $5h$ . For distances greater than  $7h$ , not shown in the plot, the error raises because the laminar Bickley description becomes insufficient. The depth of the chamfers for the chamfered exit and the radius of the Rounded exit are both equal to  $1h$ . It is interesting to note that both error curves are shifted by approximately  $1h$  to the right, relatively to the squared exit error curve. This means that despite the fact that the center velocities and width are comparable, the jet needs room to expand to a Bickley profile. Chamfers cause a delay to the Bickley profile dragging effect.

### 5.3 Flow simulations and visualisations

The submission of the jet to an oscillating perturbation results in the oscillation of the jet, that amplifies along its path. The position of the jet is detected in the experiments with images analysis, as presented in de La Cuadra *et al.* [38], at every distance from the mouth and for each oscillation phase recorded. In the simulations, its position is estimated with the concentration of the numeric tracer (Blanc *et al.* [12]).

The amplitude and the phase of the oscillation of the jet at the frequency of the perturbation is then extracted by digital Fourier transform at every distance from the mouth. This way, a measure of the displacement amplitude (and phase) versus the distance from the mouth is estimated.

As in de la Cuadra *et al.* previous work [38], the flow simulations and visualisations presented in the previous section are analysed in the framework of Rayleigh's description for an inviscid two dimensionnal flow. Rayleigh's theory has been widely used as a framework in the study and modelling of unstable jets (Verge [110], Fletcher [47, 50], Nolle [86], Mattingly & Criminale [79]) and is reminded in the next section.

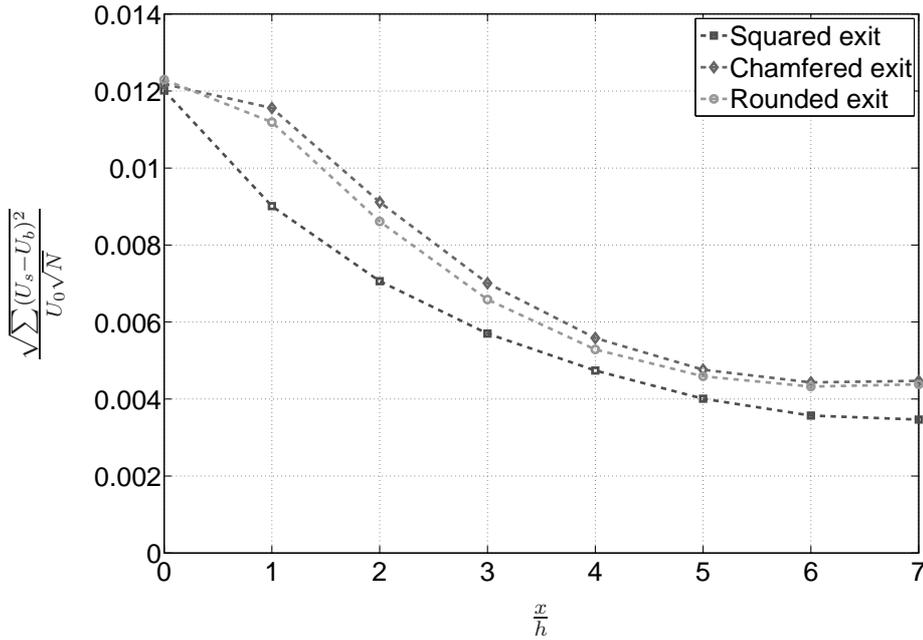


FIG. 5.5: Error between the velocity profile ( $U_s$ ) and the fitted Bickley profile ( $U_b$ ) normalised by the central velocity ( $U_0$ ) versus the distance from the mouth

### 5.3.1 Theoretical background

We follow here the classical spatial linear instability theory of a basic jet flow  $U_0(y)$ . The linear perturbation stream function  $\psi$  is of the form (Rayleigh [99], Mattingly & Criminale [79], De la Cuadra [37]) :

$$\psi(x, y, t) = \Re \left( \phi(y) e^{j(\alpha x - \omega t)} \right). \quad (5.3)$$

The jet instability is expressed by the fact that either  $\alpha$  – if the instability is studied space-wise – or  $\omega$  – if the instability is studied timewise –, has an imaginary part resulting in an exponential increase of the perturbation. In our experiments and simulations, because the oscillation frequency is imposed,  $\omega$  is considered real and imposed, and  $\alpha$  is complex and satisfies the Rayleigh's equation :

$$\left( U(y) - \frac{\omega}{\alpha} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \alpha^2 \phi \right) - \frac{\partial^2 U_0}{\partial y^2} \phi = 0. \quad (5.4)$$

This equation relies on the hypothesis that  $Re \gg 1$  and  $\frac{\partial U_0}{\partial x}$  is negligible. It assumes also that the jet is infinitely long.

The dispersion relation  $\alpha(\omega)$  gives the amplification and the phase velocity of the perturbation stream function as a function of the jet velocity profile.

In the case of a infinite Bickley jet velocity profile, the numerical resolution of equation 5.4 has been done by Mattingly and Criminale [79]. In the configuration we are using, the velocity profile changes from a Poiseuille inside the channel to a Bickley within a distance of  $5h$  as presented in section 5.2.2.

Rayleigh's theory predicts a jet stream function  $\phi$ , but in experiments as in the simulations, the jet displacement  $\eta$  is observed. The relation between  $\phi$  and  $\eta$  is complex, and different models

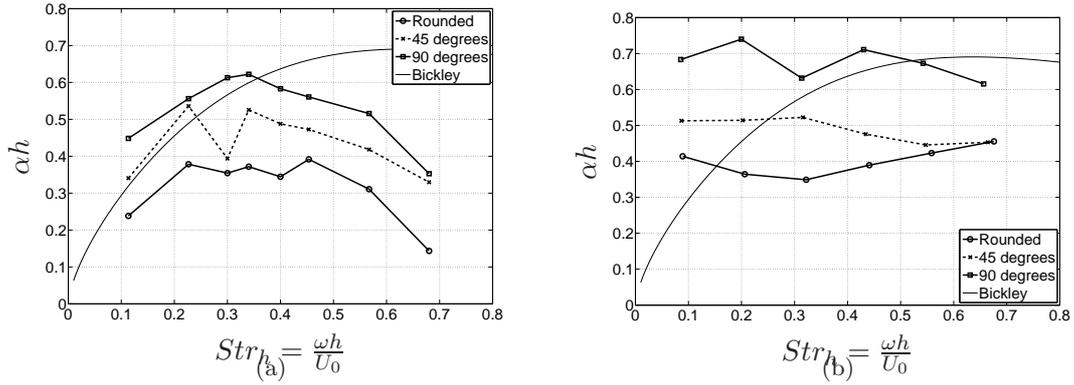


FIG. 5.6: Estimation of  $\alpha$  in the simulations (a) and experiments (b) versus  $St_h$ . The infinite Bickley instability is also showed

exist (Verge [109], De la Cuadra [37], Fletcher [47, 50]). These models are build over the Rayleigh theory.

### 5.3.2 Experimental vs. simulation results

The jet transverse displacement detected at the perturbation frequency is fitted to the model of jet displacement  $\eta$  proposed by de la Cuadra [38] :

$$\eta(x, t) = \Re \left( \eta_0 e^{\alpha x} e^{i(kx - \omega t)} \right), \quad (5.5)$$

that is described as an exponentially amplifying wave. The phase of the displacement is related to the velocity of the wave  $c = \frac{\omega}{k}$ , and its amplitude is described with the parameter  $\eta_0 e^{\alpha x}$ , and is thus assumed to grow exponentially with the distance from the mouth. The amplitude of the jet displacement versus the distance from the mouth is fitted with an exponential in order to estimate  $\alpha$ .

The figure 5.6a shows the evolution of  $\alpha h$  versus  $St_h$  in the numerical simulations. The linear theoretical spatial solution for an infinite Bickley profile instability is also plotted. The Bickley profile used is parametrised so that the central velocity and the momentum are the same as the simulated Poiseuille flow (Ségoufin [106]).

The perturbation growth in the simulations is of the same order of magnitude as the theoretical Bickley solution. The difference in shape is not surprising since the jets simulated are not infinite and the velocity profile not Bickley. Figure 5.6 shows that the instability of the emerging jet depends on the geometry of the channel exit : the jet emerging from the squared exit is the most unstable, followed by the chamfered and the rounded exit.

The experimental measurements of the jet instability are shown in figure 5.6b. Again, the data measured is of the same order of magnitude as the theoretical solution and they show a similar dependance on the exit geometry. Although the shape of the curves differ slightly,  $\alpha h$  does not decrease for  $Str_h < 0.2$  and  $Str_h > 0.6$  in the experimental data as it does for the simulations, they are of comparable orders of magnitude.

Regarding the fact that the simulations cannot reproduce the experimental setup with accuracy, as discussed in the section 5.2.2, one cannot expect the parameter  $\alpha h$  to be the same in the simulations and the experimentations.

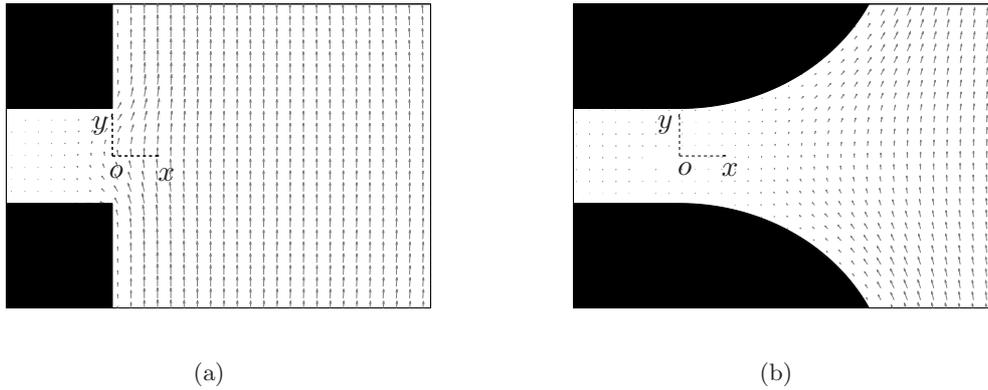


FIG. 5.7: Detail of the perturbation velocity in the vicinity of the separation points of the jet in the simulations : (a) with a squared geometry ; (b) with a rounded geometry

Moreover, the exponentially growing behaviour of the jet instabilities is only reliable for small jet displacements. Although the estimation of  $\alpha h$  is always of the same order of magnitude, it depends a lot on the distance from the mouth on which the jet oscillation is fitted. Thus, the order of magnitude and the relative positions of the curves are more relevant than their shapes.

For these reasons, the estimation of the parameter  $\alpha h$  of de la Cuadra's model gives us a clue on whether the simulation results are satisfying or not. Despite the differences with the experiments, we consider that the simulations are realistic enough to develop and compare a model. As the goal of this article is to develop a simple model of the receptivity of the jet to an acoustic perturbation, simulations are used here only to investigate the detail of the flow in order to get the behaviour at a first approximation.

### 5.3.3 The detail of the perturbations field

As the perturbation field is of an acoustical nature, it can be theoretically described with a potential theory. Near the sharp edges, the potential flow becomes singular. This is where the vorticity of the jet is modulated (Fabre & Hirschberg [44]), and thus is of a crucial interest. Between the flue exit and the labium, the acoustic field is assumed to be homogeneous, and does not affect the jet vorticity.

The simulations allow to have a closer and detailed information about the perturbation field in the vicinity of the separation points. Figure 5.7 shows that the perturbation field penetrates in the channel. The simulations are computed with the full incompressible Navier-Stokes equations. They are not expected to produce the potential behaviour. Nevertheless, they show that the perturbation follows the exit geometry of the channel, which is in agreement with the usual potential description. The geometry of the channel exit modifies the perturbation field around the separation points.

Figure 5.8 presents the evolution of the amplitude of the transverse component of the perturbation versus the distance from the mouth. It illustrates the protection effect of the channel exit geometry. The chamfers are one channel height long, and the exit radius is two channel height long in the case of rounded chamfers. As suggested by figure 5.7, the presence of chamfers protects the channel exit from the acoustic field which means that the perturbation penetrates deeper in the channel with the squared geometry.

Another aspect of the perturbing flow appears on figure 5.8 : the perturbation field is not

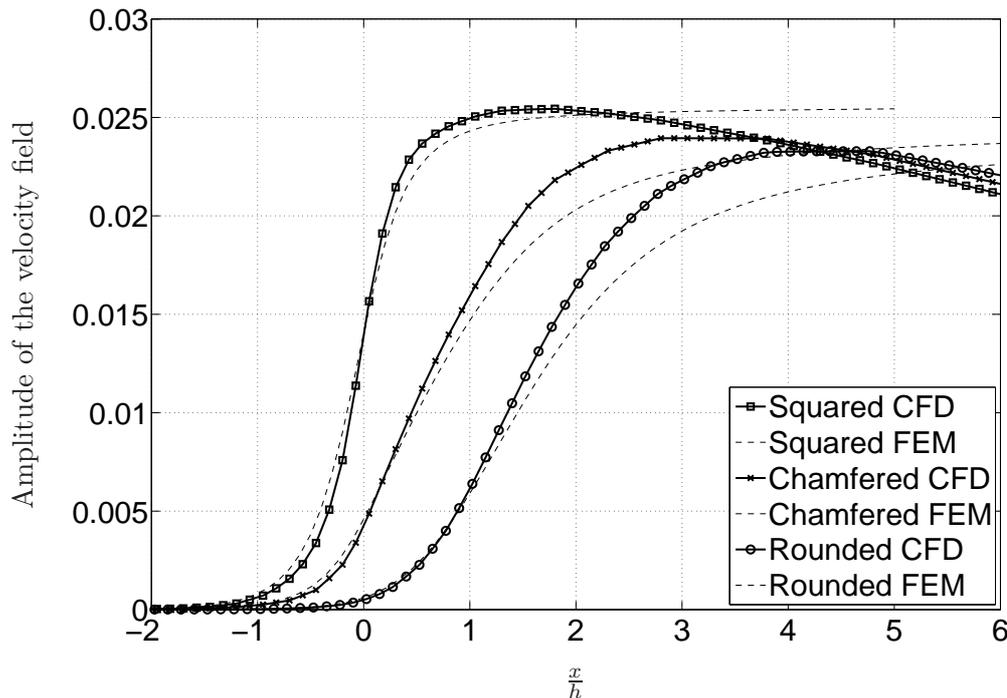


FIG. 5.8: Amplitude of the transverse component of the perturbation field at half the height of the channel for the three geometries studied. The perturbation velocities are normalised by the jet velocity. The channel exit is at  $x = 0$ . The modulus of the perturbation of a potential flow is also represented

homogeneous. The amplitude decreases when moving away from the mouth. This is due to the fact that the perturbation is created by velocity boundary conditions on both sides of the mouth, over a small distance relatively to the simulation domain length. The maximum amplitude of the perturbation is not situated at the exit of the channel because of the penetration of the perturbation in the mouth. It has been showed that experimentally the perturbation field is homogeneous over a distance of more than  $20h$  (Robin [101]). However, the field close to the flue could not be measured experimentally.

The modulus of the transverse component of the perturbation with a potential flow (computed with FREEFEM++ [1]) is also represented on figure 5.8. Defining  $\psi$  as the stream function, the problem solved is  $\nabla^2\psi = 0$ . The boundary conditions are :  $\psi = 0$  on the solid boundaries,  $\psi = -V_0x$  on the top and the bottom of the domain, and  $\frac{\partial\psi}{\partial x} = -V_0$  far from the channel exit.

The potential perturbation is computed with FREEFEM++, with the perturbation occurring through the whole simulation domain, and thus doesn't present the same decrease than the simulated solution. However, the simulated and potential flow present the same behaviour near the channel exit. The simulated perturbation behaviour is thus expected to be realistic in the vicinity of the mouth exit.

This agreement means that for low perturbation velocities, a potential description is enough to predict the perturbation behaviour. This is important, as it means that an accurate analytical description of the perturbation can be done by means of a conformal mapping.

The details of the simulated flow provides the information needed to develop a model of the receptivity taking into account the shape of the channel exit.

## 5.4 The model

The details of the velocity field show two effects of the geometry near the separation points (section 5.3.3) : firstly, the depth of the geometry protects the flue exit from the perturbation ; secondly, the shape of the geometry induces determines the penetration angle of the perturbation.

The model we are aiming to develop predicts the initial displacement of the jet by perturbing the jet initial flow. It is tuned with two parameters inspired from the behaviour of the perturbations in the simulations : the first parameter expresses the protection from the perturbations through an *exposition gain*, the second expresses the angle of the perturbation by decomposing the perturbation into a longitudinal component,  $u_w$  and a transverse component,  $v_w$ .

To solve the receptivity problem it is necessary to compute the basic flow and the perturbation separately. This could be done numerically with the main problem being to overcome the intrinsic instability of the jet. Another difficulty is to separate the influence on the jet itself on the vorticity near the separation points from the transverse acoustic perturbation.

Here, an analytical approach, that implies a severe simplification of the problem, is chosen. The purpose of the model is to predict the initial displacement of a jet emerging from a given flue geometry and submitted to a transverse perturbation.

This initial displacement serves to feed de la Cuadra's empirical jet displacement model [38].

### 5.4.1 Assumptions of the model

In order to keep the model simple, the system is modelised with a fully theoretical approximation which hypotheses are presented in this section. As suggested by the simulations, the transverse acoustic field is considered as a perturbation velocity on a basic flow. The exit geometry acts on the orientation and the magnitude of the perturbing velocity.

The flow in the channel is assumed to be a fully developed Poiseuille flow (Tritton [108]). Moreover the jet is supposed not to spread. In particular we assume the conservation of the velocity profile of the flow inside the channel. As shown in section 5.4.2, this has only a small effect on the instability of the jet for low Strouhal numbers, and simplifies the flow at the separation points.

With these hypotheses, we can consider that the perturbed flow is simply an infinite Poiseuille flow. The next step of simplification is then to consider that the perturbation due to the acoustic field occurs all along the flow. This last assumption means that the spatial geometry variations, such as the height of the channel are very slow compared to the spatial variations of the velocity profile. It is obviously not the case, and is in contradiction with the fact that the perturbation has only an influence close to the separation points of the jet [110].

Again, we aim at developing the simplest model. Assuming the perturbations occurring all along the infinite Poiseuille flow ensure to have a translation invariant system. This is a very interesting simplification of the problem, as it suppresses the convection terms in the flow direction.

The system considered in our model is schematized on figure 5.9.

### 5.4.2 Jet velocity profile and instability

Jets are known (Drazin [41]) to spread and to present velocity profiles that exhibit inflection points. In order to quantify the error following the Poiseuille-jet hypothesis, the resolution of the Rayleigh instability equation (7.1) is computed for four different velocity profiles : a Bickley, a trapezium, a top-hat and the Poiseuille.

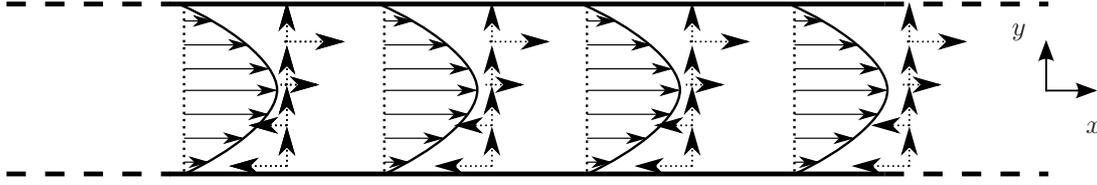


FIG. 5.9: Schematics of the considered system in the model. Both the base velocity profile (full line) and the perturbation velocity (dashed arrows) are translation invariant in the  $x$ -direction

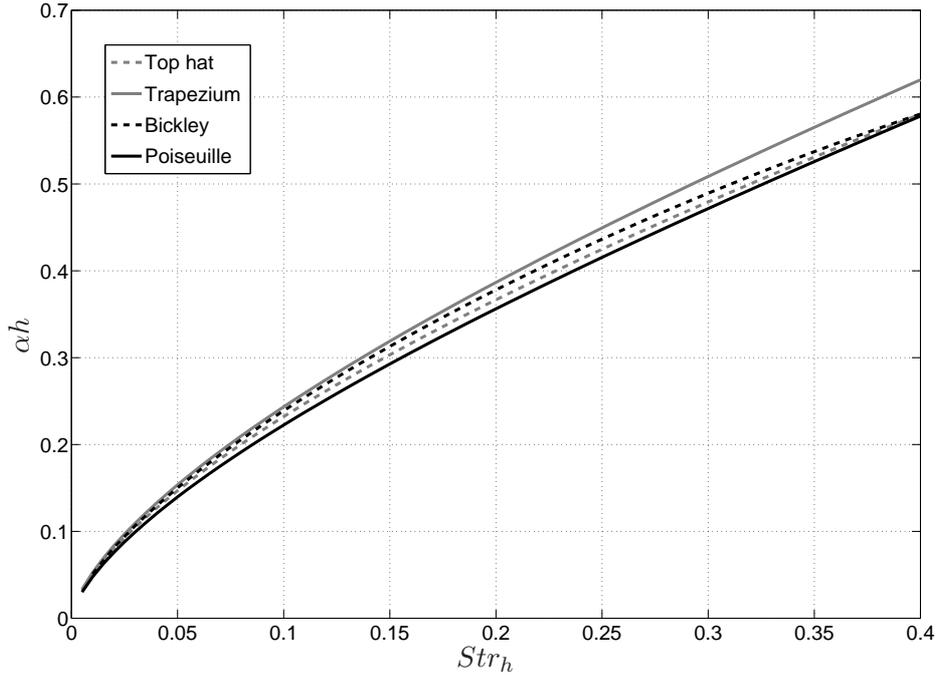


FIG. 5.10: Imaginary part of the complex wave number  $\alpha$  calculated for different velocity profiles with the Rayleigh equation

Figure 5.10 shows the imaginary part of the complex wavenumber calculated with the Rayleigh equation (5.4) with different velocity profiles versus the Strouhal number. At low Strouhal numbers, the instability of the different velocity profiles present the same dependency with the Strouhal number. At  $Str_h = 0.4$  the variation of  $\alpha h$  are of the order of magnitude of about 10%.

Thus, considering a Poiseuille velocity profile in the jet is not expected to have a dramatic effect on its instability, in the range of Strouhal numbers considered in here. This supports the assumption that the velocity profile is translation invariant.

### 5.4.3 Equations of the model

Since the amplitude of the perturbation is small compared to the main flow velocity ( $\frac{u_w}{U_0} \ll 1$  and  $\frac{v_w}{U_0} \ll 1$ ), only first order approximations are considered. The flow is described as incompressible, as  $h \ll \lambda$ . The perturbation is splitted in two contributions :  $u_w$  and  $v_w$ , parallel and normal to the flow direction. The perturbation of the flow results in a velocity correction  $\tilde{u}$  and  $\tilde{v}$  to the Poiseuille velocity profile.

In the following, we consider dimensionless quantities. Velocities are related to the center velocity of the Poiseuille flow  $U_0(0)$ , and lengths are related to the channel height  $h$ . The total velocity field is written on equation 5.6, where  $St$  is the dimensionless angular frequency :

$$\begin{cases} \overline{U_0}(\overline{y}) &= -4\left(\overline{y}^2 - \frac{1}{4}\right) \text{ with } Re\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{x}} - \frac{\partial^2\overline{U_0}}{\partial\overline{y}^2} = 0 \\ \overline{U} &= \overline{U_0}(\overline{y}) + (\tilde{u}(\overline{y}) + \overline{u_w})e^{iSt\overline{t}} \\ \overline{V} &= 0 + (\tilde{v}(\overline{y}) + \overline{v_w})e^{iSt\overline{t}}. \end{cases} \quad (5.6)$$

The incompressibility equation  $\frac{\partial\overline{U}}{\partial\overline{x}} + \frac{\partial\overline{V}}{\partial\overline{y}} = 0$  leads to  $\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\overline{x}} + \frac{\partial\tilde{v}}{\partial\overline{y}} = 0$ . As the system is translation invariant, we have  $\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\overline{y}} = 0$ . Considering the boundary conditions in the channel, this means simply that  $\tilde{v} = 0$  : the correction is parallel to the basic flow.

Navier-Stokes simulations presented in section 5.3.3 are used in order to estimate the perturbation field, which do not consider the presence of the jet. Figure 5.11 shows the perturbation field calculated at the flue, just outside the channe. As suggested by the simulations  $v_w$  is assumed to be constant and  $u_w$  to grow linearly through the height of the channel.

Thus, we write :

$$\begin{cases} \overline{u_w} &= -2\overline{u_{w0}}\overline{y} \\ \overline{v_w} &= \overline{v_{w0}} \\ |\overline{y}| &\leq \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (5.7)$$

Equations 5.7 are in contradiction with the no-slip condition that one would expect at  $y = \pm\frac{1}{2}$ . Again, taking into account these boundaries would increase the complexity of the model where we want it to be the simplest. Our goal being to modelise the dominant behaviour of the jet, we simply neglect the boundary conditions, keeping in mind that it leads to a very naive model, that *does something!*

The projection of the dimensionless Navier-Stokes equation on the  $x$ -axis is written on equation 5.8 :

$$\frac{\partial\overline{U}}{\partial\overline{t}} + \overline{U}\frac{\partial\overline{U}}{\partial\overline{x}} + \overline{V}\frac{\partial\overline{U}}{\partial\overline{y}} = -\frac{\partial\overline{P}}{\partial\overline{x}} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2\overline{U}}{\partial\overline{x}^2} + \frac{\partial^2\overline{U}}{\partial\overline{y}^2}\right). \quad (5.8)$$

Using the first equation in (5.6), equation 5.8 can be simplified. Considering the remaining terms and cancelling the second order terms leads to a second order linear differential equation (equation 5.9) :

$$\begin{cases} iSt(\tilde{u} - 2\overline{u_{w0}}\overline{y}) - 8\overline{v_{w0}}\overline{y} &= \frac{1}{Re}\frac{\partial^2\tilde{u}}{\partial\overline{y}^2} \\ \tilde{u}\left(\pm\frac{1}{2}\right) &= 0. \end{cases} \quad (5.9)$$

This system can be solved analytically and leads, after some algebra, to the following solution :

$$\tilde{u} = \overline{v_{w0}}\left(\frac{\overline{u_{w0}}}{\overline{v_{w0}}} - \frac{4i}{St}\right)\left(2\overline{y} - \frac{\sinh\left(\overline{y}\sqrt{iReSt}\right)}{2\sinh\left(\frac{1}{2}\sqrt{iReSt}\right)}\right). \quad (5.10)$$

The solution  $\tilde{u}$  in equation 5.10 depends on several parameters. The amplitude of the transverse velocity  $v_{w0}$  depends directly on the existence of chamfers that protect the channel exit from the perturbation field. The ratio  $\frac{u_{w0}}{v_{w0}}$  expresses the dependance of the correction on the geometry : the shape of the channel exit gives orientation to the acoustic field. The more the field is oriented in the flow direction (with a rounded exit for instance), the greater the ratio  $\frac{u_{w0}}{v_{w0}}$  is.

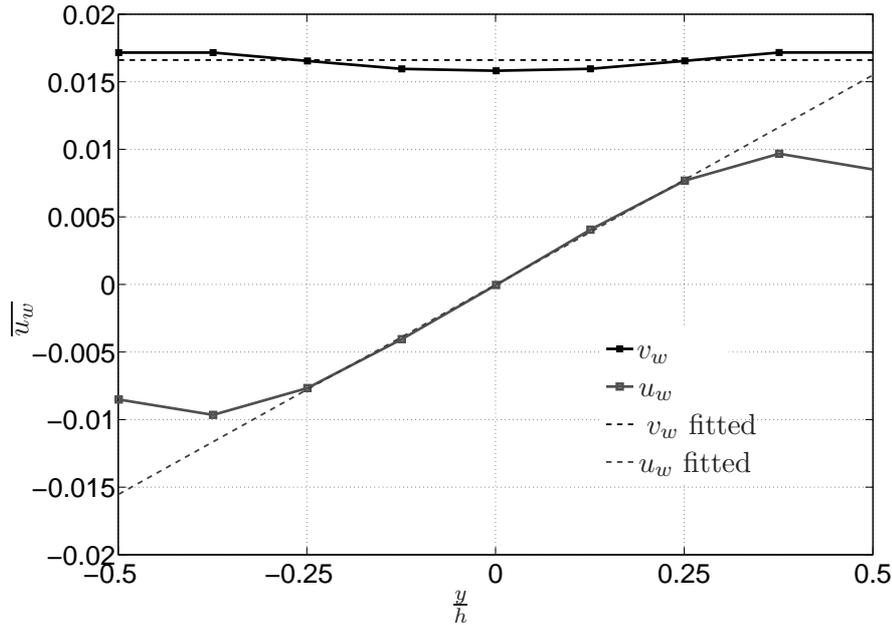


FIG. 5.11: Profile of the perturbation field at the channel exit as computed from the simulations (full lines) and approximations used in the model (dashed lines). In the model  $v_w$  is assumed to be constant while  $u_w$  grows linearly through the height of the channel. The velocity boundary condition has an amplitude of  $\frac{U_0}{10}$

This ratio is in competition with  $\frac{4i}{St}$ , which depends directly on the frequency of the perturbation. The lower the Strouhal number, the weaker the influence of the geometry. This term is purely imaginary and then interacts with the imaginary part of  $\frac{\sinh(\bar{y}\sqrt{i Re St})}{2 \sinh(\frac{1}{2}\sqrt{i Re St})}$ , inducing phase shifts in the oscillation.

#### 5.4.4 Solution of the model

We now describe the correction on the flow velocity profile produced by the model on the cases studied. Figure 5.12 shows the velocity correction due to the perturbation of the base Poiseuille flow. Note that  $\tilde{u}$  is a complex quantity and is modulated by  $e^{iSt\bar{t}}$ : there is a phase shift in the oscillation of the velocity correction when travelling through the channel height. Eight different phases of the oscillation are represented on figure 5.12. This phase shift is clearly visible when the oscillation changes sign.

Using equation 5.6, the velocity field in the channel can be rebuilt. The effect of this correction is presented in figure 5.13 for a squared exit. The initial profile is distorted, the amount of distortion depends on the phase of the perturbation. The velocity is not zero on the channel boundary because the perturbation  $\overline{u_w}$  reaches its maximum on the walls of the channel (equation (5.7)).

Here  $\epsilon_0$  is defined as the displacement of the flow velocity peak in the channel. This displacement is designed as the initial displacement of the jet in the framework of the Rayleigh instability, but is *a priori* not equivalent to  $\eta_0$  as estimated in the simulations and the experiments.

To compute the initial displacement of the jet, one has to follow at different phases of the oscillation the displacement of the maximum velocity of the flow in the channel. The figure 5.14

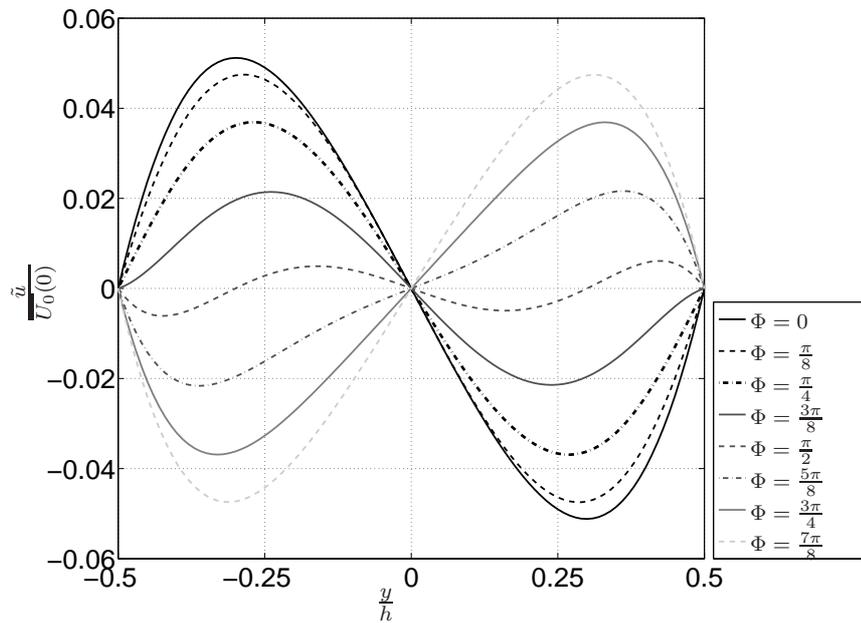


FIG. 5.12: Module of the velocity correction  $\tilde{u}$  profile due to the perturbation for eight different phases of oscillation. The phases are taken relatively to the oscillation of the maximum of  $\tilde{u}$

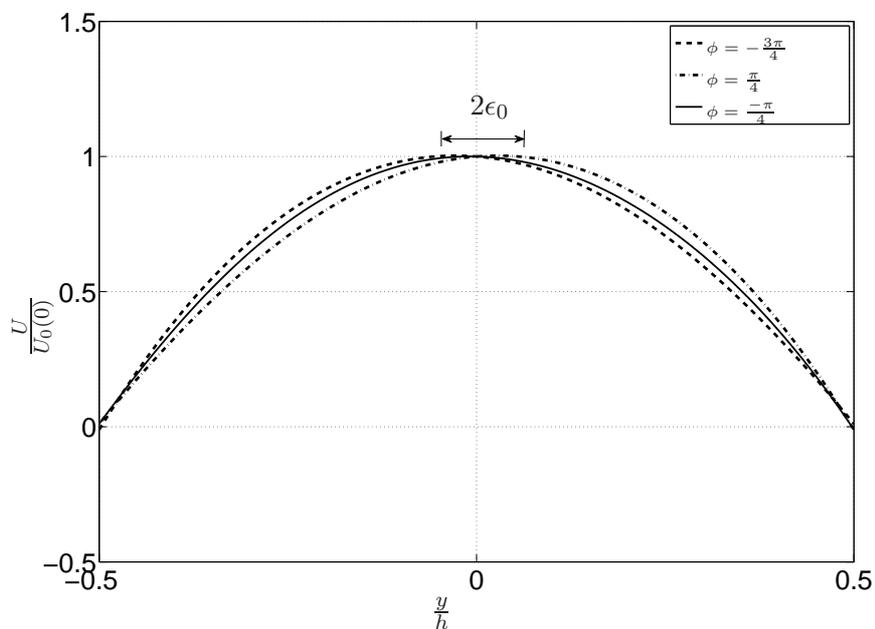


FIG. 5.13: Corrected velocity profile at the same phases of oscillation for a boundary condition of  $\frac{U_0}{10}$ , in the case of a squared exit. The displacement of the max of the velocity profile is noted  $\epsilon_0$

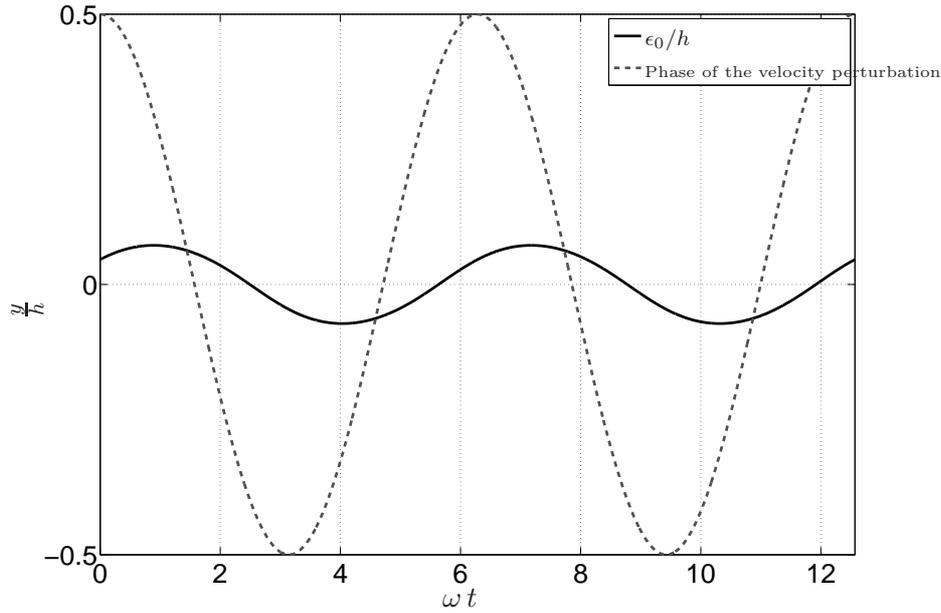


FIG. 5.14: Displacement of the flow in the channel. The phase of the perturbation is also plotted

shows the computed displacement of the perturbed flow, in the case of a squared exit. The phase of the oscillation is also plotted to compare the phase shift between them.

The phase shift depends on the Strouhal number. Figure 5.15 shows the phase shift  $\Delta\phi$  between  $\tilde{u}$  and  $\overline{u_w}$  as a function of the Strouhal number for the different channel exit geometries.  $\tilde{u}$  delay increases with  $St$ , and is a consequence of the complex term  $\left(\frac{\overline{u_{w0}}}{\overline{v_{w0}}} - \frac{4i}{St}\right)$  occurring in equation 5.10. This term shows that the amplitude and the phase of the oscillation depend on the geometry and the perturbation frequency.

#### 5.4.5 Comparison with simulation data

In order to validate the model, simulations of the jet only ( $\overline{U_0}$ ) and the perturbation field only ( $\overline{u_w}$  and  $\overline{v_w}$ ) are also carried. The simulated  $\overline{u_w}$  and  $\overline{v_w}$  are then used to feed the model, as discussed in section 5.4. Then, the computed  $\tilde{u}$  is compared to the simulated  $\tilde{u} = \overline{U} - \overline{u_j} - \overline{u_w}$ .

Two parameters are explored for this comparison : the geometry of the channel exit and the Strouhal number. As the model is linear, it is expected to be reliable for low perturbation amplitudes only. Thus, the simulations are carried with oscillating boundary velocity conditions of an amplitude of  $\frac{U_0}{10}$ . This leads to different perturbation velocity amplitude ( $\overline{u_w}$  and  $\overline{v_w}$ ) near the channel exit. Table 5.1 shows the amplitude of the perturbation velocity for the different exit geometries. Here, the protection effect is clearly visible. It is also interesting to note that changing the radius of the rounded exit affects the protection effect, but has very little effect on the perturbation orientation.

Figure 5.16 shows the variations of  $\tilde{u}$  with the geometry of the channel exit at the amplitude of perturbation  $\overline{u_{w0}} = 0.1$ . The model underestimates  $\tilde{u}$  with the rounded exit at  $R = 2h$ , and overestimates  $\tilde{u}$  with the squared geometry. But for the chamfered and the rounded exits,  $\tilde{u}$  is of the same order of magnitude in both the simulations and the model.

Excepted for the squared exit, the evolution of the amplitude of  $\tilde{u}$  with the geometry is the same in the model and the simulations. The model being linear, doubling the perturbation amplitude of the perturbation will result in the doubling of the correction  $\tilde{u}$  amplitude. But this

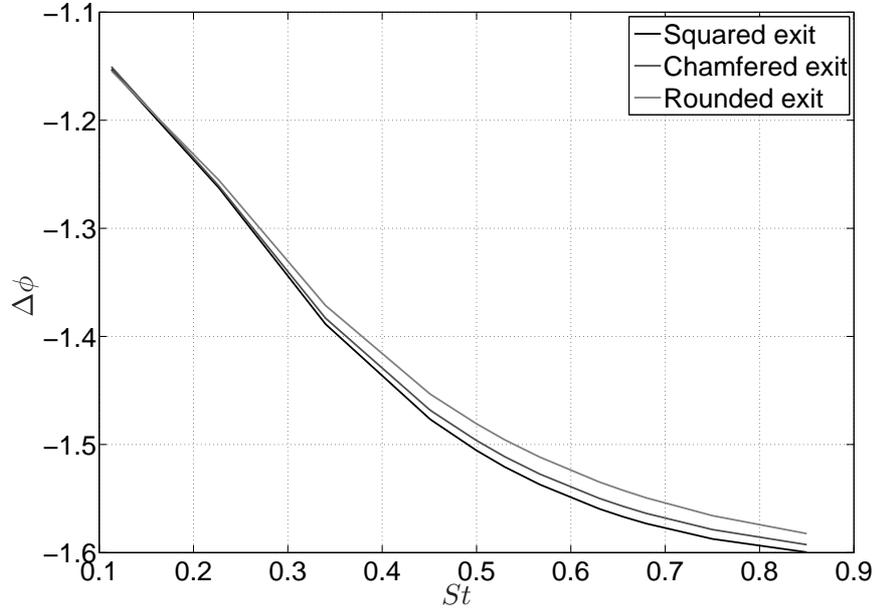


FIG. 5.15: Phase shift  $\Delta\phi$  between the perturbation  $\overline{u_w}$  and  $\tilde{u}$  for different values of  $St$  with the chamfered exit

Geometry	$\frac{u_w}{U_0}$	$\frac{u_w}{U_0}$
Squared	0.0155	0.0166
Chamfered	0.0063	0.0038
Rounded ( $R_c = h$ )	0.0036	0.0013
Rounded ( $R_c = 2h$ )	0.0008	0.0003

TAB. 5.1: Amplitude of the perturbation velocity measured in the simulations with the velocity boundary amplitude fixed at  $\frac{U_0}{10}$  for the different exit geometries

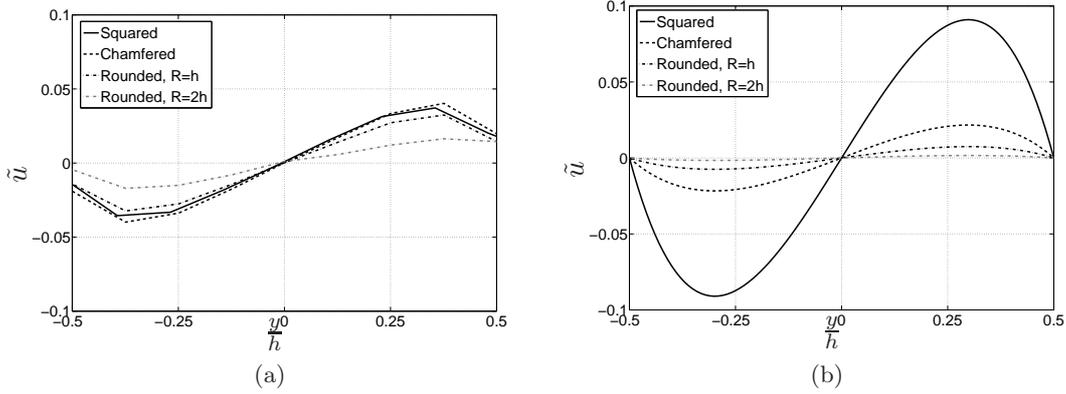


FIG. 5.16: Comparison of the simulated velocity correction (a) with the correction predicted by the model (b) for the different geometries studied

is not the case in the simulations.

As the squared exit shows no protection effect, the perturbation amplitude is greater than in other geometries for the same velocity boundary conditions. This could explain why the model overestimates the correction velocity  $\tilde{u}$ .

#### 5.4.6 Discussion

The perturbation of the base flow and the resulting velocity correction can be interpreted in two ways. On one hand, the ordinate of the central velocity oscillates with the perturbation. On the other hand, the distortion of the base flow changes the velocity distribution, and thus the vorticity.

Figure 5.17 shows the amplitude of the initial displacement  $\epsilon_0$  as function of the Strouhal number for the three exit geometries computed on both the model and the simulations. This displacement is estimated by following the component at the perturbation frequency, of the displacement of the maximum of the velocity profile. Different Strouhal numbers are represented for three different geometries.

In the simulations as in the model,  $\epsilon_0$  is greater for the squared exit than for the chamfered exit and the rounded exit. This is an important result, as the purpose of the model is to be able to predict the effect of geometry changes.

The low Strouhal number behaviour of the modelised  $\tilde{u}$  shows the effect of the term  $-\frac{4i}{St}$  in equation (5.10). The protection effect of the geometry induces an overall gain on  $\tilde{u}$  through  $\overline{v_w 0}$ .

This causes  $\epsilon_0$  to be lower in the rounded and in the chamfered geometries than in the squared geometry.

Figure 5.18 shows an exponential fit of the modelled initial displacement  $\epsilon_0 \approx E_0 e^{\tau St}$  versus the Strouhal number. As suggested by figures 5.17 and 5.18,  $\tau$  is of the same order of magnitude for all the geometries, while  $E_0$  is greater for the squared exit than for the chamfered and the rounded ones.  $E_0$  with the squared exit is 5 times greater than with the chamfered exit, and 50 times greater than with the rounded exit.

## 5.5 conclusion

This paper presented a work hinged on three tools in order to study the influence of the geometry of the channel exit on the jet receptivity in flue instruments. On one hand, the exper-

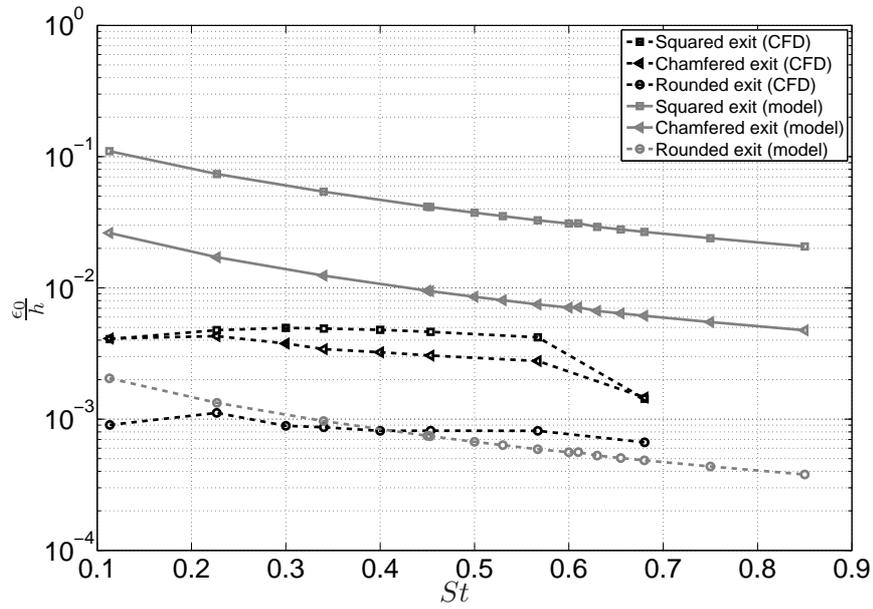


FIG. 5.17: Comparison of  $\epsilon_0$  calculated in the simulations as well as with the model for the geometries studied at different Strouhal numbers

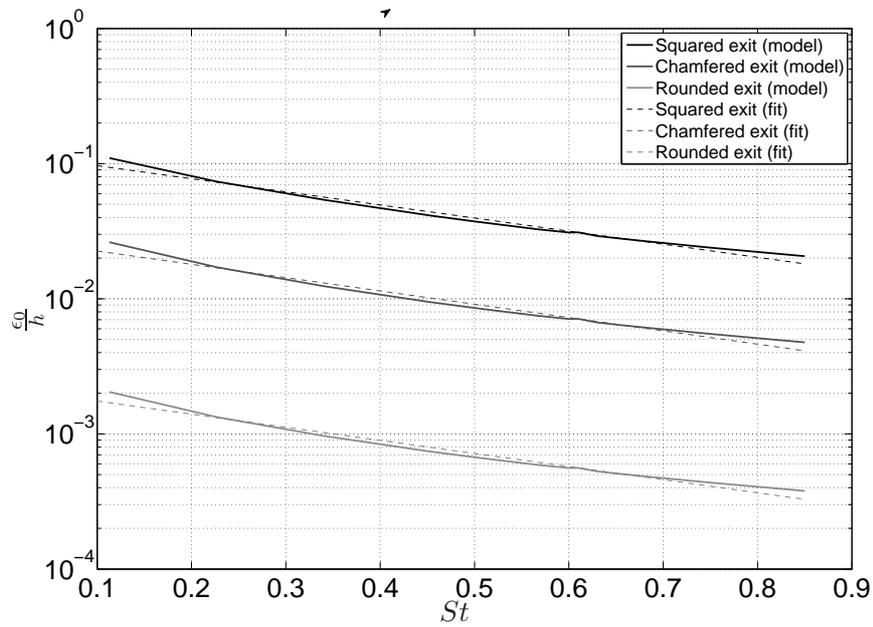


FIG. 5.18: Exponential fit of the modelled  $\epsilon_0$  versus  $St$

imental setup provided by Patricio de la Cuadra [38] compared to numerical simulations allow to identify jet parameters  $\alpha$  and  $\eta_0$ , related to the Rayleigh instability model [99].

On the other hand, numerical simulations give access to the velocity field inside the channel, and allow to separate the acoustic field from the unperturbed jet. This observation inspired a simple model, based on the behaviour of the perturbation field inside the channel. The model leads to the displacement of the velocity profile maximum,  $\epsilon_0$ .

The displacement  $\epsilon_0$  is designed to be the displacement of the jet at the abscissa 0 in the Rayleigh instability theory. The behaviour of the jet downstream is determined by the velocity profile. In the Rayleigh theory, the jet displacement corresponds to a translation, and not to a distortion of the velocity profile. Thus the relation between  $\epsilon_0$  and  $\eta_0$  has to be further developed.

Comparison between  $\epsilon_0$  in the simulation and computed with the model shows a good agreement in order of magnitude. The frequency behaviour are different however, because the translation invariance in the model leads to neglect convection effects. This is a severe limitation of the model as the perturbation is supposed to take place almost punctually on the jet.

Another limitation of the model is the need of numerical simulations to predict the perturbation field in the vicinity of the separation points. Assuming the perturbing field to be a potential flow, the use of a conformal mapping could be a way to predict the acoustic field. Fabre proposes one conformal mapping in the case of an infinite channel with a squared exit [43].

In spite of its simplicity, the model presented allows good qualitative prediction of the effects of changing the channel exit geometry, and might be used for real-time simulation of the instrument.



Deuxième partie

Applications



## Chapitre 6

# Effets de changement de géométrie de la lumière sur le comportement d'une flûte à bec

Le modèle présenté au chapitre 5 prévoit qu'un changement de géométrie à la lumière a une incidence sur la réceptivité d'un jet à une perturbation transverse.

Dans une flûte à bec, le champ acoustique issu du résonateur effectue une perturbation transverse sur le jet. On peut donc s'attendre à ce qu'un changement de géométrie de la lumière ait un effet sur le comportement global de l'instrument.

Il est loin d'être trivial, en se basant sur le modèle proposé au chapitre 5, de prévoir l'effet que provoque un changement de géométrie sur le comportement global de l'instrument : en effet, comme il a été évoqué au chapitre 1, la flûte est un système bouclé. Cela implique que si un changement de géométrie a un effet sur la réceptivité du jet, cet effet se répercute sur le champ acoustique présent dans le résonateur, modifiant ainsi la perturbation du jet.

Après la description de différentes étapes de l'harmonisation d'une flûte à bec, ce chapitre présente la caractérisation à la bouche artificielle du comportement d'une flûte à bec modifiable, en fonction de la géométrie de ce dernier, ainsi que les éléments de compréhension apportés par l'implémentation dans un synthétiseur du modèle de réceptivité présenté au chapitre 5. Enfin, le comportement du couple instrument-instrumentiste est considéré sur une tâche simple.

## 6.1 Harmonisation d'une flûte à bec de facteur

Lors de la fabrication d'une flûte à bec, le facteur élabore d'abord une ébauche de l'instrument. Cette ébauche correspond au dénominateur commun à tous les instruments, dans le sens où très peu d'ajustements spécifiques sont effectués à cette étape. En particulier, la géométrie du système excitateur de l'instrument (canal et chanfreins) n'est pas encore travaillée. Ainsi, la voûte du canal est peu creusée, et la lumière présente une géométrie droite.

Une fois cette ébauche terminée, le facteur passe à l'*harmonisation* de l'instrument. Cette étape de la facture consiste à tailler simultanément les chanfreins et la voûte du canal, jusqu'à ce que l'instrument ait la sonorité recherchée ; le facteur taille progressivement chacune des pièces, en contrôlant l'effet de chaque modification en jouant de l'instrument, tant au niveau de la qualité du son que des sensations lors du jeu. Lors de l'harmonisation d'une flûte, le résonateur n'est pas supposé subir de modifications.

Le facteur de flûtes Philippe Bolton nous a accueillis dans son atelier pour assister à l'harmonisation d'une flûte à bec alto qu'il était en train de réaliser. Afin de se concentrer sur les modifications du système excitateur, la pièce d'emboucure a été montée sur un résonateur terminé. L'ensemble de l'harmonisation a été filmé et enregistré avec un couple de microphones Schoeps mk 6. Le lecteur trouvera en annexe C la liste des gestes successifs effectués par le facteur.

Bien que l'instrument n'était pas fixé par rapport aux microphones, la distance de la flûte à ceux-ci varie peu, le facteur jouant de son plan de travail (à environ 1m du couple). L'instrument étant destiné au jeu, aucune mesure de pression interne ni de contrôle n'a pu être effectuée.

Lorsque le facteur joue la flûte avant toute action sur le canal, il constate un « manque de volume [sonore] », ainsi qu'un « manque de stabilité sur les notes graves », c'est-à-dire que la flûte a tendance à changer de régime facilement.

La première action qu'exerce le facteur est alors de tailler un premier chanfrein dans le bouchon<sup>1</sup> de la flûte (figure 6.1). La différence de sonorité de l'instrument avant et après la taille du chanfrein est considérable.

---

<sup>1</sup>Aussi appelé bloc



FIG. 6.1: Philippe Bolton découpe un chanfrein au ciseau à bois dans le bouchon de la flûte en chantier

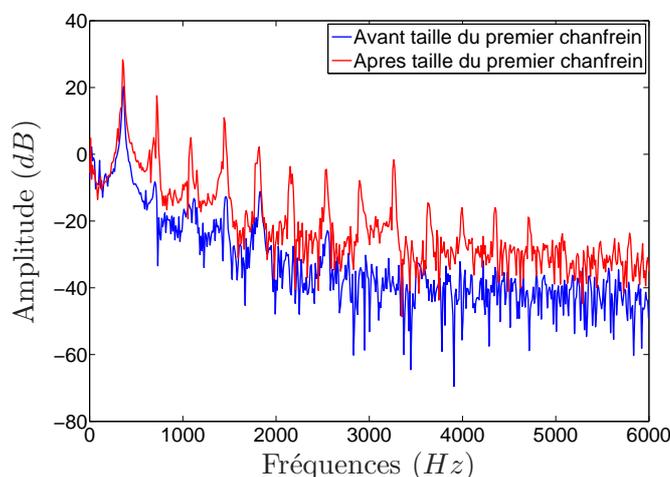


FIG. 6.2: Comparaison des spectres des prises de son avant et après la taille du premier chanfrein (sur un sol)

La figure 6.2 présente la comparaison des spectres du sol grave de la flûte jouée par le facteur avant et après la taille du premier chanfrein. L'émergence des harmoniques supérieurs est très claire après la taille du premier chanfrein. En observant les spectrogrammes de ces notes (figure 6.3), on constate également le gain en stabilité de l'instrument : les roulements présents sur la figure 6.3a ne sont plus présents sur la figure 6.3b.

À la suite de cette première étape, le facteur taille un deuxième chanfrein, du côté supérieur du canal. Puis vient une série d'ajustement entre la voûte du canal et les chanfreins. Une modification de l'une entraînant des modifications sur les autres :

« [...] Je vais plutôt agir sur différents paramètres un peu en même temps ; je ne peux pas finir un paramètre avant d'arriver à l'autre, c'est tellement imbriqué que je vais tâtonner un peu. »

Cependant, Philippe Bolton insiste sur l'importance des chanfreins :

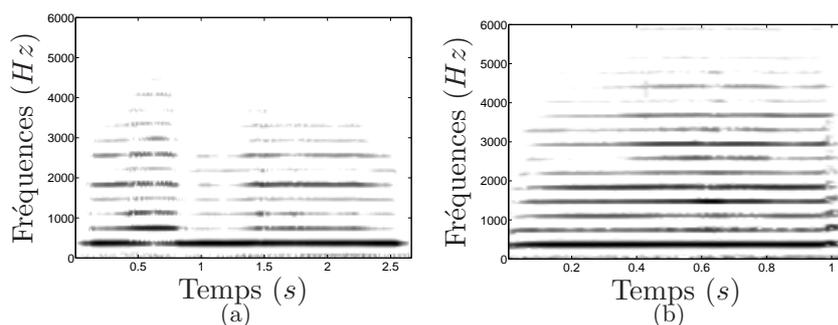


FIG. 6.3: Spectrogrammes des mêmes notes jouées avant et après la taille du premier chanfrein. La dynamique, en niveau de gris, est de  $40dB$

« C'est évident que l'instrument ne peut pas fonctionner sans chanfreins [...] Je ne peux pas travailler sur d'autres paramètres sans que les chanfreins ne soient là. »

Il apparaît rapidement une amélioration des attaques et du volume dans les registres élevés de l'instrument, et les efforts se concentrent alors sur la stabilité des notes graves. Il semble que le travail sur le canal a essentiellement une incidence sur le volume sonore de l'instrument, tandis que les chanfreins influent sur la stabilité des notes et sur les attaques.

## 6.2 Flûte expérimentale

Les bocs des flûtes alto *Pol Bressan* de la marque *Zen-On* ont la propriété de pouvoir être retirés de l'instrument. Ainsi, un ensemble de pièces a été usiné, dont les dimensions correspondent aux dimensions des bocs de ces flûtes, mais dont les géométries de sortie de canal ont été modifiées. Ces géométries usinées sont inspirées des géométries que l'on peut observer d'une part dans différents types de flûtes, d'autre part lors des différentes étapes de la facture d'une flûte à bec. On dispose alors d'une flûte à bec dont la géométrie de la lumière peut être modifiée, laissant inchangés les autres paramètres de facture.

De plus, cet instrument qui nous a été conseillé par le facteur Philippe Bolton apparaît être de bonne qualité au yeux des facteurs et des flûtistes ; il a en outre fait l'objet d'une caractérisation par Lyons [77].

### 6.2.1 Description des pièces

Le canal d'origine a une longueur de  $46mm$  et présente une légère convergence entre l'entrée ( $13.63 \times 1.49mm^2$ ) et la sortie ( $12.5 \times 0.98mm^2$ ). La section du canal est une portion de couronne. La pièce s'inscrit dans un tronc de cône, de diamètre  $26.96mm$  à l'entrée, et  $26.16mm$  à la sortie. La figure 6.4 représente schématiquement la partie amovible du bec de la flûte *Zen-On*.

Sept pièces d'embouchure en aluminium ont été usinées selon les dimensions mesurées sur la pièce d'origine. Cependant, afin de faciliter l'usinage des pièces et se réserver la possibilité de faire des visualisations de jets issus de ces pièces, la géométrie a été grandement simplifiée. Le canal d'origine de l'instrument possède une courbure autour de l'axe principal de l'instrument ; ceux des pièces usinées sont à section rectangulaire. Cette modification n'est pas sans conséquences sur le comportement de l'instrument. En effet, le biseau de l'instrument présente une courbure ;

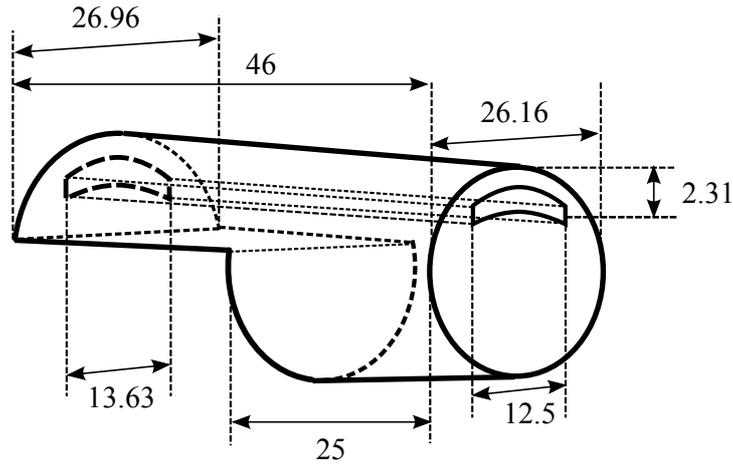


FIG. 6.4: Représentation schématique du bec de la flûte *Zen-On*. Les cotes sont en millimètres

Numéro de pièce	Géométrie de sortie
1	Arrondi de rayon $1\text{mm}$
2	Arrondi de rayon $1.5\text{mm}$
3	Chanfreins de profondeur $1\text{mm}$ à $60\text{deg}$
4	Chanfreins de profondeur $1\text{mm}$ à $45\text{deg}$
5	Chanfreins de profondeur $1.5\text{mm}$ à $45\text{deg}$
6	Chanfreins de profondeur $1\text{mm}$ à $30\text{deg}$
7	Sortie droite

TAB. 6.1: Différentes géométries de sortie de canal présentées par les pièces

il est à noter que la courbure du biseau n'est pas la même que la courbure du canal de la pièce d'origine. La hauteur du canal des pièces usinées se situe à la mi-hauteur du canal d'origine.

Après examen de la flûte modifiée, les facteurs de flûte à bec Henri Gohin et Philippe Bolton estiment que le canal des pièces usinées est trop bas ; la différence de géométrie entre le canal et le biseau leur semble aussi être un facteur limitatif.

Les sept becs présentent des géométries de sortie de canal différentes, rassemblées dans le tableau 6.1. La figure 6.5 est une photographie de la pièce d'embouchure de la flûte à bec ainsi que quelques becs usinés. En bas à gauche de la photographie se trouve la pièce d'origine.

L'étude présentée dans ce chapitre se concentre sur les pièces 2 5 et 7, représentant les trois géométries types étudiées tout au long de ce document. Le rayon de courbure de l'arrondi de la pièce numéro 2 n'est que de  $R_c = 1.5h$  : le canal est à moins de  $2\text{mm}$  du bord du bec, ce qui interdit de creuser un tel rayon de courbure. Nous avons privilégié la position du canal plutôt que le rayon de courbure de la sortie.

Le résonateur de la flûte est également percé à la hauteur du biseau de façon à mesurer la pression à l'intérieur de l'instrument. Le capteur utilisé est un microphone B&K 4938. Lorsque l'instrument est joué par un musicien, la pression de contrôle est mesurée avec un capteur Honeywell 176PC14HG1 par l'intermédiaire d'un tuyau capillaire, visible sur deux pièces de la figure 6.5.



FIG. 6.5: Photographie de la pièce d'embouchure de la flûte à bec modifiée et de quelques becs usinés. La pièce d'origine est disposée en bas à gauche de l'image

### 6.2.2 Caractérisation à la bouche artificielle

Christophe Vergez et Didier Ferrand, au laboratoire de mécanique et d'acoustique (LMA) de Marseille, ont mis au point un système de bouche artificielle asservie. Grâce à cet asservissement, une consigne en pression très précise, et donc très répétable, peut être imposée à la bouche.

Ce dispositif est utilisé dans deux situations : d'une part l'instrument est soumis à une pression de contrôle augmentant et diminuant très lentement ; dans cette étude, un cycle de montée et de descente dure deux minutes. D'autre part une consigne en créneaux d'une seconde d'amplitudes croissantes est imposée. On peut ainsi étudier les différences de comportement induites par les changements de géométrie pour les mêmes paramètres de contrôle, d'une part en régime stationnaire, et d'autre part en transitoire d'attaque.

Le comportement de la flûte est étudié sur deux notes : le sol grave ( $392Hz$ ) se joue en fermant tous les trous du résonateur, sauf le dernier, qui est double, et présente des résonances réparties d'une façon quasi-harmonique. Le doigté de si bémol ( $950Hz$ ) est un doigté de fourche et n'est pas harmonique. La figure 6.6 présente les admittances d'entrée calculées (entre  $200Hz$  et  $2000Hz$ ) d'après la géométrie du résonateur pour les deux doigtés étudiés. Le si bémol se joue sur le deuxième régime de l'instrument.

Le tableau 6.2 présente les fréquences, admittances et facteurs de qualité des résonances calculées à partir de la géométrie du résonateur. Les facteurs de qualité sont calculés en mesurant les rapports entre fréquences de résonance et largeurs de bande à hauteur divisée par  $\sqrt{2}$  (à  $-3dB$ ), sur des interpolations paraboliques des pics de l'admittance :

$$Q = \frac{f_r}{\Delta f}. \quad (6.1)$$

Le calcul des admittances donne une bonne estimation des fréquences de résonance des deux doigtés. Cependant, l'estimation des facteurs de qualité est assez étonnante, puisqu'ils augmentent pour les résonances élevées, ce qui n'est généralement pas le cas pour des configurations simples de résonateur, les pertes visco-thermiques et par rayonnement augmentant avec la fréquence.

De plus, le si bémol se joue sur le deuxième régime de l'instrument. On s'attendrait donc à ce que le premier pic d'admittance soit peu marqué. Dans ce doigté, le premier trou du résonateur

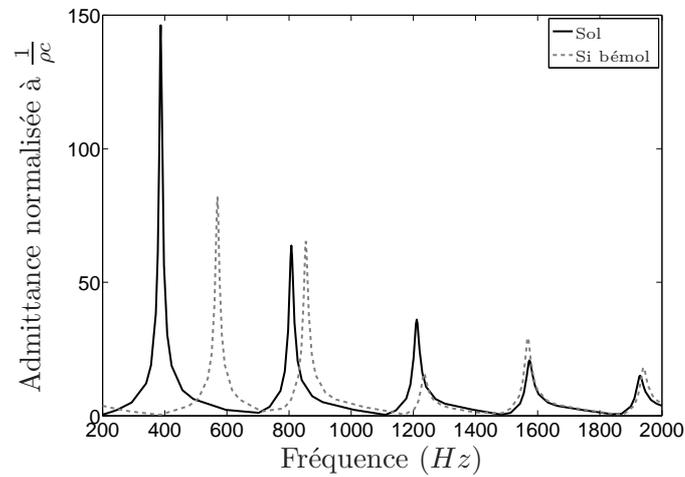


FIG. 6.6: Admittances d'entrée du résonateur de la flûte à bec calculées d'après la géométrie du résonateur pour les deux doigtés étudiés

Note	$f_r$ (Hz)	$Y_e(f_r)$	$Q_r$
Sol	387.01	146.2	23.1
	807.52	63.74	37.7
	1210.88	.36.03	40.0
Si bémol	569.59	81.81	31.7
	854	65.20	43.8
	1234.54	15.89	40.8

TAB. 6.2: Fréquences, admittances et facteur de qualité des résonances calculées pour la flûte expérimentale avec les doigtés de sol et de si bémol

n'est normalement que partiellement fermé et sert de trou de registre. Afin de simplifier la configuration du résonateur, ce trou est laissé complètement ouvert lors des expériences et du calcul de l'admittance.

D'une façon générale, le résonateur de l'instrument a été simplifié pour le calcul de l'admittance, en partie parce qu'il est très difficile de mesurer avec précision certaines cotes de l'instrument.

### Régimes des instruments

Comme il a été dit au chapitre 1, les flûtes à bec présentent différents régimes d'oscillation. Le régime dans lequel se trouve le système dépend de l'histoire des paramètres de contrôle (ici, seule la pression dans la bouche artificielle est contrôlée).

En faisant varier très lentement (quasi-statiquement) la pression de contrôle, on peut faire apparaître les seuils de changement de régime de l'instrument. Un changement de régime de flûte à bec se caractérise par un saut de fréquence fondamentale d'oscillation ; c'est le critère choisi ici pour la détection. Les changements de régime étant des phénomènes hystérétiques, la mesure est effectuée en pression montante et en pression descendante.

La figure 6.7 présente la fréquence fondamentale du son produit par l'instrument en fonction de la pression de contrôle pour les trois géométries étudiées. La détection de fréquence se fait avec l'algorithme YIN (de Cheveigné [36]) sur la pression mesurée à l'intérieur de l'instrument.

Il apparaît immédiatement que les seuils de changement de régime varient avec la géométrie : les transitions en pression montante se font respectivement pour la géométrie droite, la géométrie présentant des chanfreins et la géométrie arrondie à  $122Pa$ ,  $270Pa$  et  $325Pa$  ; lorsque la pression de contrôle diminue, les changements de régime se font à  $100Pa$ ,  $192Pa$  et  $200Pa$ .

Ces seuils de changement de régime sont d'une très grande importance pour le jeu de l'instrument : si la pression de seuil de transition en pression montante est élevée, la flûte offre à l'instrumentiste une plage de contrôle large sur le premier des deux régimes observés, permettant une grande expressivité. De même, le seuil de changement de régime en pression descendante doit être suffisamment faible pour pouvoir nuancer le jeu. Il en résulte qu'un hystérésis large favorise l'expressivité de l'instrumentiste.

Les pressions de seuil de la géométrie droite sont très en dessous des pressions de seuil des deux autres géométries. De plus, son hystérésis est également beaucoup moins large. Si les pressions de changement de régime en pression descendante sont équivalentes dans le cas des géométries présentant des chanfreins et des arrondis, le premier régime de cette dernière est sensiblement plus stable.

Il est à noter que la géométrie droite n'offre pas de protection à la lumière, ce qui peut expliquer pourquoi les seuils de changement de régime mesurés avec cette géométrie diffèrent autant en ordre de grandeur. De plus, l'absence de chanfreins ou d'arrondis à la sortie du canal rapproche *de facto* la lumière du biseau ; la distance de vol  $W$  du jet est donc moindre, ce qui implique un retard plus faible pour une même pression de consigne que pour les autres géométries, d'où la légère différence de fréquence fondamentale mesurée.

Pour des pressions de contrôle inférieures à  $30Pa$ , il apparaît un régime de fonctionnement de l'instrument à basses fréquences (de l'ordre de  $50Hz$ ). Étant donnée la gamme de pression de contrôle concernée, il est probable que cette composante soit causée par l'alimentation électrique du dispositif.

Le diagramme de changement de régimes en fonction de  $\theta = \frac{U_j}{fW}$  (figure 6.8) montre que si les plages de vitesse adimensionnée  $\theta$  pour chaque régime sont les mêmes dans le cas des géométries présentant des chanfreins et des arrondis, la géométrie droite se démarque par une

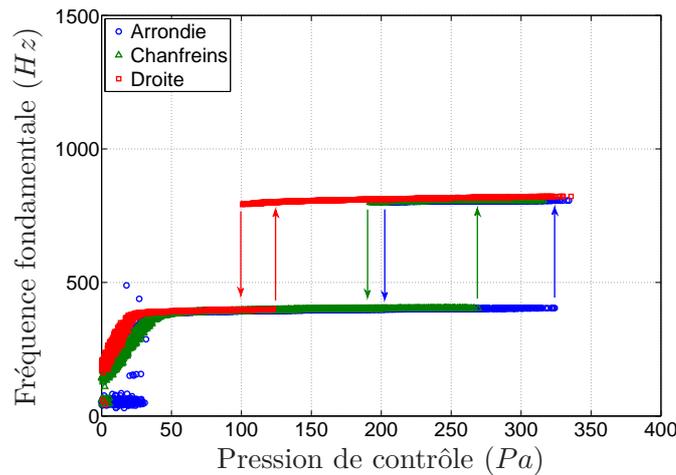


FIG. 6.7: Fréquence de jeu en fonction de la pression de contrôle, mesurée pour le doigté de sol avec les trois becs étudiés

stabilité moins grande du premier régime, et une plus grande plage de  $\theta$  explorée sur le second régime. Sur ce dernier régime, la fréquence de jeu varie également plus avec la géométrie droite.

Comme observé et modélisé par Meissner [80] dans une géométrie simplifiée, l'évolution de la fréquence fondamentale en fonction de la vitesse adimensionnée  $\theta$  s'effectue en deux temps : dans un premier temps, la fréquence augmente à  $\theta$  constant, ce qui signifie que la fréquence est proportionnelle à la vitesse du jet, puis les variations de fréquence sont très faibles devant les variations de vitesse adimensionnée.

Il est habituel d'observer une dépendance linéaire de la fréquence d'oscillation à la vitesse du jet dans des configurations de son de biseau (Coltman [28], Holger [63]). Il semblerait alors qu'il est possible d'entretenir l'oscillation du jet en configuration de son de biseau pour des pressions et à des fréquences pour lesquelles le résonateur n'accumule pas d'énergie.

La figure 6.9 présente les diagrammes de changement de régime en fonction de  $\theta$  des trois géométries avec le doigté de si bémol. La note de si bémol correspond au deuxième régime de l'instrument. Les plages de vitesse adimensionnée sur lesquels ce régime apparaît sont équivalentes. Cependant, pour les faibles  $\theta$ , la géométrie droite présente un glissement de fréquence important (environ 8% sur le dixième de l'étendue du second régime) ; la géométrie présentant des chanfreins, quant à elle, montre une variation de fréquence de 3% sur 12% de la plage de  $\theta$ . La géométrie arrondie ne présente pas de grande variation de fréquence au seuil du deuxième régime.

De même, au seuil d'oscillation de l'instrument, les chanfreins et la sortie droite produisent une forte variation de fréquence. La trajectoire décrite dans le plan  $(\theta, f)$  indique qu'au seuil d'oscillation, la variation de fréquence  $f$  est supérieure à la variation de vitesse du jet  $U_j$ , ce qui est signe d'un faible facteur de qualité du mode de l'instrument : une étude des variations de phase de la réponse fréquentielle du résonateur autour de la première résonance nous renseignerait davantage sur le rôle de ce dernier dans la variation de fréquence au seuil d'oscillation.

**Régimes de fonctionnement particuliers** Une particularité des géométries droite et présentant des chanfreins réside dans le fait qu'il apparaît sur leurs diagrammes de changement de régime, avec le doigté de si bémol, des points de fonctionnement à des fréquences proches du second régime, mais pour des vitesses adimensionnées  $\theta \simeq 2$ , ce qui est beaucoup plus faible que

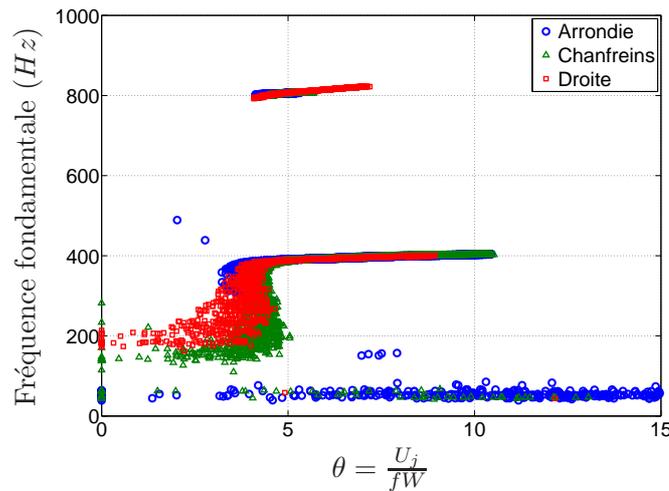


FIG. 6.8: Fréquence de jeu en fonction de  $\theta = \frac{U_j}{fW}$ , mesurée pour le doigté de sol avec les trois becs étudiés

celles rencontrées dans un fonctionnement normal ( $\theta \simeq 4$ ).

Il pourrait s'agir de sons éoliens, qui sont le résultat du couplage entre un mode du résonateur, et un mode supérieur du jet. Les sons éoliens s'obtiennent pour de faibles vitesses de jet et sont en général très instables. S'il n'est pas rare d'en observer dans les tuyaux d'orgues ou dans le jeu de la flûte traversière, la faible distance  $W$  entre la lumière et le biseau les rend très difficile à observer dans les flûtes à bec.

La figure 6.10 présente le spectrogramme du début de l'expérience, avec la géométrie droite. On observe effectivement la présence d'une forte composante pouvant être un son éolien, autour de  $1000\text{Hz}$ , deux secondes après le début de l'expérience, c'est-à-dire pour de très basses pressions de contrôle.

Cependant, pour de plus basses pressions, le système semble être sur le premier régime de fonctionnement. De plus, il semble que le deuxième mode du résonateur se charge en énergie pendant la présence de ce *son éolien* ; de même, l'évolution temporelle du *son éolien* semble être intimement liée à celle du premier régime de l'instrument.

Des visualisations de l'oscillation du jet à ces pressions de contrôle permettraient de déterminer sans ambiguïté si le jet oscille sur un mode supérieur ou s'il s'agit d'un renforcement du deuxième harmonique du champ de pression interne.

**Intermodulations** Le diagramme de changements de régime obtenu avec le doigté de si bémol fait également apparaître des points de fonctionnement pour des  $\theta$  élevés et des fréquences différentes des fréquences de résonance de ce doigté. À l'examen du spectrogramme, il apparaît aux changements de régime des raies correspondant à des fréquences inférieures aux fréquences de résonance de l'instrument, mais d'amplitude très faible : le spectrogramme de la figure 6.10 présente une dynamique de  $40\text{dB}$  et ne laisse qu'à peine apparaître un pic vers  $1700\text{Hz}$  au changement de régime. Gibiat [56] a discuté de ces phénomènes dans les instruments à embouchure de flûte, qu'il attribue aux effets non-linéaires, causant l'apparition de termes croisés dont les fréquences sont combinaisons linéaires des fréquences prévues par la théorie linéaire.

Il est à noter que le calcul des fréquences fondamentales par YIN se fait avec une résolution temporelle de 32 points, soit  $1.3\text{ms}$  ; la résolution temporelle du spectrogramme étant seize fois moindre ( $20.5\text{ms}$ ).

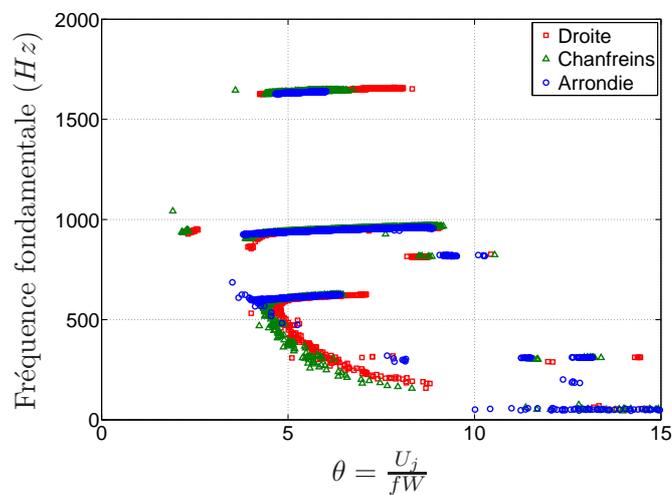


FIG. 6.9: Fréquence de jeu en fonction de  $\theta = \frac{U_j}{fW}$ , mesurée pour le doigté de si bémol avec les trois becs étudiés

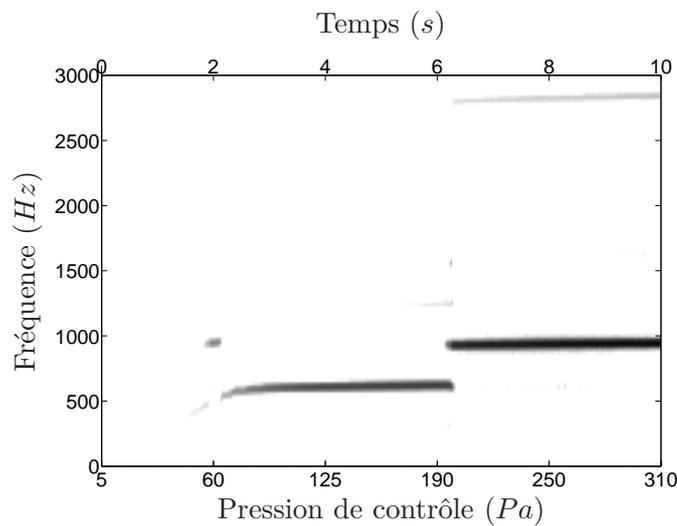


FIG. 6.10: Neuf premières secondes du spectrogramme de la pression interne de la flûte sur le doigté de si bémol, avec la sortie droite

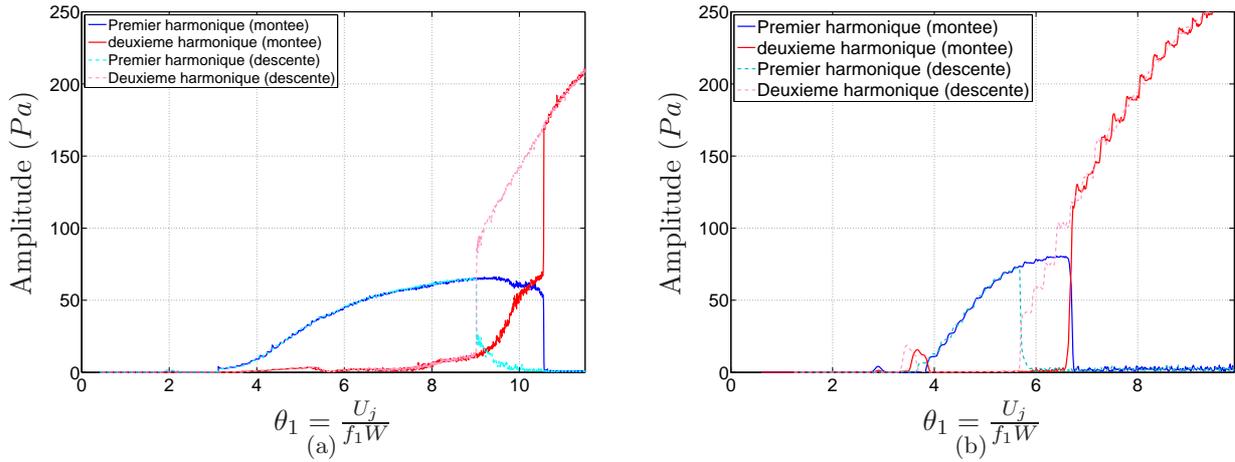


FIG. 6.11: Amplitude des premiers harmoniques de la pression interne au changement de régime pour (a) le doigté de sol et (b) le doigté de si bémol

**Contenu spectral aux changements de régime** La figure 6.11 présente l'amplitude des deux premiers harmoniques de la pression interne de la flûte en fonction de la vitesse adimensionnée  $\theta_1 = \frac{U_j}{f_1 W}$  calculée avec la fréquence du premier mode du résonateur ; ces deux mesures sont effectuées pour les doigtés de sol et de si bémol, avec la géométrie présentant des chanfreins.

La méthode d'estimation de l'amplitude des différents harmoniques consiste en rechercher les maxima locaux dans des fenêtres suffisamment larges pour englober la deuxième résonance du résonateur et le deuxième harmonique du premier régime dans le cas d'un doigté inharmonique. Puis l'amplitude est estimée par interpolation parabolique.

Les changements de régime s'accompagnent d'une brusque amplification du second harmonique, accompagnée d'une atténuation du premier harmonique. Ici encore, le phénomène d'hystérésis est visible puisque les changements de régime en pression descendante n'ont pas lieu pour la même vitesse adimensionnée qu'en pression montante.

Un grande différence entre les deux doigtés réside dans l'amplitude du deuxième harmonique au seuil de changement de régime. Dans le cas du doigté de sol, elle augmente jusqu'à atteindre l'amplitude du fondamental au changement de régime. La grande harmonicité de ce doigté permet en effet au deuxième harmonique de se charger en énergie. En revanche, le doigté de si bémol n'est pas harmonique ; le second harmonique a donc une amplitude très faible jusqu'au changement de régime, où son amplitude croît brusquement.

### Amplitude de l'oscillation

Les amplitudes d'oscillation sont mesurées ; suivant Meissner [80], l'amplitude de la vitesse acoustique  $v_{ac}$  est estimée à partir de la pression  $p$  mesurée dans le tuyau :

$$v_{ac} = \frac{pA}{\rho c A_0} |\sin(k(d + \delta_m))|, \quad (6.2)$$

où  $A$  et  $A_0$  sont respectivement les sections du résonateur et de la bouche de l'instrument,  $k$  est le nombre d'onde,  $d$  est la distance séparant la bouche de l'instrument au capteur de pression, et  $\delta_m$  est la correction de longueur due à l'extrémité active du résonateur, calculée d'après Verge *et al.* [112], à partir des mesures de Lyons [77]. Il est à noter que Lyons estime la correction

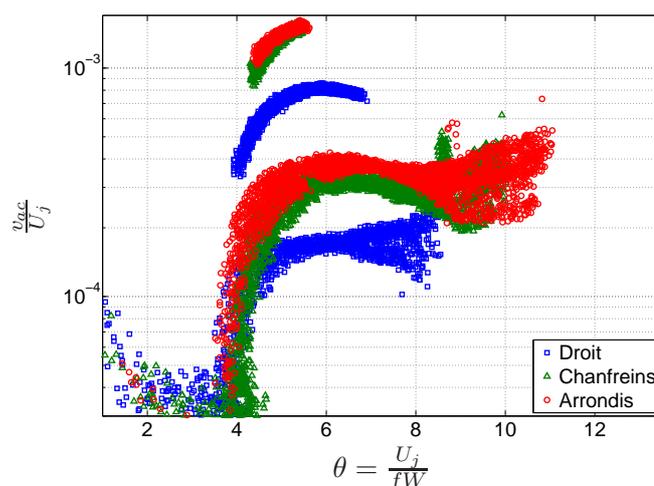


FIG. 6.12: Amplitude adimensionnée du fondamental de l'oscillation dans la flûte en fonction de  $\theta$  avec le doigté de sol

de longueur de l'extrémité active à  $35\text{mm}$ , alors que le calcul d'après Verge *et al.* nous donne environ  $10\text{mm}$ .

La vitesse acoustique est adimensionnée avec la vitesse du jet estimée par la relation de Bernoulli. La figure 6.12 présente les amplitudes adimensionnées d'oscillation en fonction de  $\theta$  pour les deux premiers régimes du doigté de sol, et pour les trois géométries.

Comme observé dans des géométries simplifiées (Meissner [80]), aux basses pressions de contrôle, la vitesse adimensionnée  $\theta$  varie peu, c'est-à-dire que la fréquence est proportionnelle à la vitesse. Il est à noter que les ordres de grandeur d'oscillation mesurés ici sont plus faibles (d'un facteur 10) que ce qu'a mesuré Meissner dans une configuration expérimentale différente [80].

Il est tout à fait remarquable que si les amplitudes adimensionnées d'oscillation sont sensiblement les mêmes avec les géométries présentant des chanfreins et des arrondis, la géométrie droite se démarque par ses amplitudes d'oscillation plus faibles. Il est cependant à noter qu'avec la géométrie droite, les points de décollement du jet sont plus proches (d'un millimètre) du biseau, ce qui implique qu'une même vitesse adimensionnée est atteinte pour une plus faible pression de contrôle.

Il est en revanche étonnant que les amplitudes adimensionnées des différents régimes ne se superposent pas, contrairement aux mesures de Verge *et al.* [111].

### 6.2.3 Attaques rapides

Il a été évoqué à plusieurs reprises l'influence de la géométrie de la lumière sur le comportement transitoire de l'instrument (Ségoufin [107]). Une deuxième expérience a été effectuée, dans laquelle la consigne en pression est une suite de créneaux durant une seconde et espacés d'une seconde, d'amplitudes croissantes. Une telle consigne permet d'étudier les comportements transitoires des différentes pièces pour différentes pressions de contrôle.

### Diagrammes de changement de régime

Nous avons vu à la section 6.2.2 les diagrammes de changement de régime (figure 6.7), reliant la fréquence de jeu à la pression dans la bouche, pour chacune des géométries. Ces mesures ont été

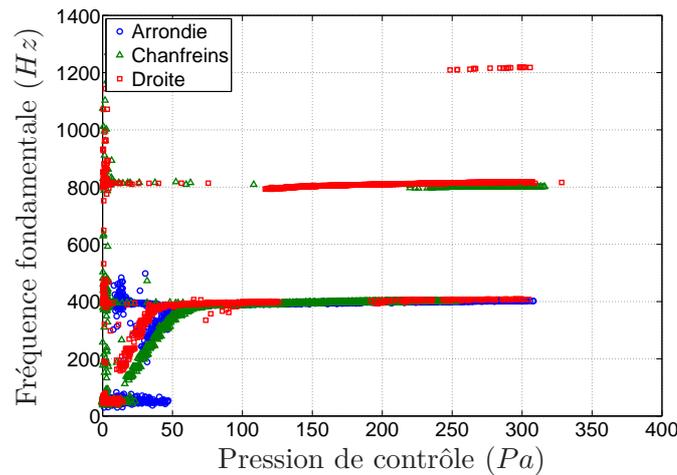


FIG. 6.13: Diagramme de changement de régime mesuré lors des attaques brusques sur le doigté de sol, avec la géométrie droite

effectuées en conditions quasi-statiques ; la figure 6.13 présente les diagrammes de changement de régime pour les mêmes géométries, mesurées dans des conditions d'attaques.

De nombreux points rendent la lecture plus difficile : lorsque la pression de contrôle retombe à zéro, la pression dans la flûte revient à l'équilibre après une période transitoire, pendant laquelle la même fréquence est détectée, faisant apparaître sur le diagramme de changement de régime des points *parasites* à très basses pressions, centrés sur les fréquences de résonances du tuyau, dues à l'oscillation libre amortie du champ acoustique dans le résonateur.

Les seuils de changement de régime sont sensiblement les mêmes. Cependant, à partir de  $250Pa$  la géométrie droite fait apparaître un troisième régime ; de plus, la géométrie arrondie reste sur le premier régime tout le long de l'expérience.

Un phénomène remarquable est la réapparition du premier régime avec la géométrie droite pour des pressions de jeu aux alentours de  $200Pa$ , sans pour autant que le deuxième régime ne disparaisse.

De plus, la figure 6.13 fait apparaître également les hystérésis aux changements de régimes. Ce résultat est étonnant puisque la consigne de pression est toujours en créneau ; le seuil de changement de régime en pression descendante ne doit donc *a priori* pas apparaître.

Dans la gamme de pression appartenant à deux régimes consécutifs, l'instrument parcourt l'ensemble des régimes disponibles à cette pression, avant de se stabiliser sur l'un d'entre eux. La figure 6.14 montre le spectrogramme de la pression interne de la flûte dont la lumière présente une géométrie droite, pour une pression de contrôle de  $270Pa$  ; l'instrument visite les troisième et premier régimes avant de se stabiliser sur le deuxième. Cette pression de contrôle correspond à la zone du diagramme de changement de régimes où les trois régimes cohabitent.

Une explication possible réside dans le mode d'excitation : lors d'une attaque rapide, avant de se stabiliser sur un mode donné, le système subit une excitation à large bande, qui excite tous les modes du résonateur. On peut alors attribuer la présence de plusieurs modes en simultané à l'*inertie* de chaque mode excité.

Il est remarquable que la géométrie droite semble être moins stable lors des attaques, au point de faire apparaître un troisième régime, non observé en quasi statique, alors qu'au contraire, la géométrie arrondie ne permet que tardivement à l'instrument, lors des attaques, de se fixer sur son second régime, lui-même visible en quasistatique.

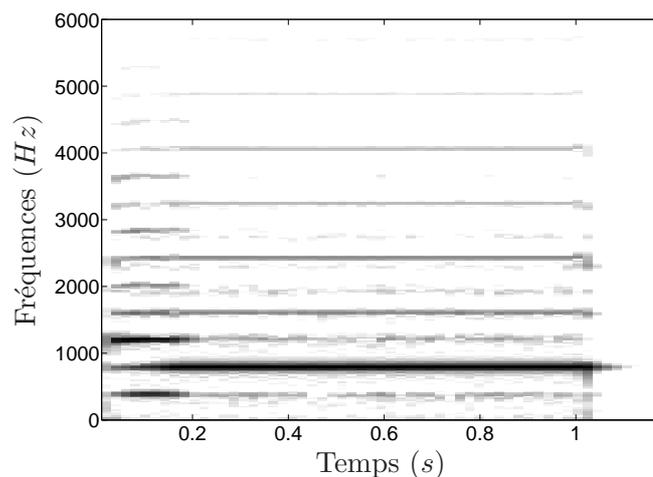


FIG. 6.14: Spectrogramme d'une attaque dans la partie hystérétique du diagramme de changement de régime

L'analyse spectrographique du signal de pression interne révèle que pour les pressions de coexistence des différents régimes, la géométrie arrondie voit un renforcement du second harmonique (sans disparition du premier), puis une restabilisation sur le premier. Pour de plus hautes pressions, ce renforcement du deuxième harmonique dure toute la note.

### Transitoires d'attaque

Mesurer une durée de régime transitoire implique au préalable d'avoir défini sans ambiguïté [9, 14, 22] le sens de régime transitoire. En effet, différentes échelles de temps interviennent dans les phénomènes musicaux (de l'ordre de la milliseconde pour les périodes d'oscillation audible à quelques secondes pour les enveloppes d'amplitude). La réponse à cette question, bien que fondamentale, est bien au-delà des objectifs de ce document.

**Méthode de détection** Le but est de définir un indicateur qui ne nécessite pas de réglage de paramètres selon le signal observé ; la détection de transitoire se base sur le flux spectral de la pression interne de l'instrument. Le flux spectral est calculé à partir de la transformée de Fourier à court terme du signal de pression interne. En notant  $S_m(n)$  le  $n$ -ième bin fréquentiel de la  $m$ -ième trame, le flux  $F_{m,m+1}$  calculé entre la trame  $m$  et la trame  $m + 1$  est défini par :

$$F_{m,m+1} = \sum_n ||S_{m+1}(n)| - |S_m(n)||, \quad (6.3)$$

et est ainsi cumulatif. Cette méthode implique que les fenêtres d'analyse soient suffisamment petites pour que le signal soit stationnaire au sein de chacune d'entre elles, et suffisamment grandes pour détecter des variations entre deux fenêtres consécutives. Les signaux sont échantillonnés à  $25kHz$  ; les transformées de Fourier sont calculées sur 512 échantillons, et le pas de temps entre deux trames consécutives est de 256 échantillons, soit environ  $10ms$ .

En supposant que la bouche artificielle fournit une pression stable sur chaque note jouée, et en supposant que la durée du régime transitoire est inférieure à la durée de jeu, on cherche les instants où les variations du flux spectral de la pression interne dépassent le double de son écart-type  $\sigma$  calculé sur une partie supposée stationnaire du signal ; ici, cette partie est la deuxième moitié du signal.

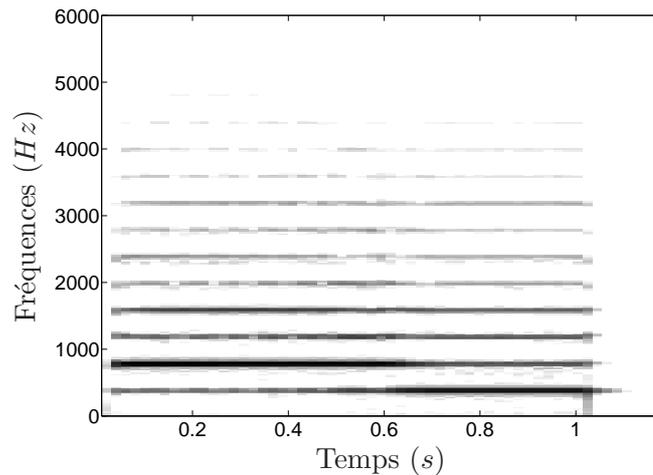


FIG. 6.15: Spectrogramme du signal de pression interne pour une pression de consigne de  $230 Pa$  avec la géométrie arrondie

La figure 6.16 présente le signal de pression interne, et les instants où les fluctuations du flux spectral autour de sa moyenne sont supérieures au double de l'écart-type. Le flux spectral présente de grandes variations au début et à la fin de la note, correspondant à son attaque et son extinction.

S'il est clair que les premiers points détectés appartiennent bien au transitoire d'attaque de la note, il se pourrait que les premiers points non détectés comme présentant de grandes variations du flux spectral appartiennent aussi au transitoire d'attaque. De même, sur l'exemple présenté, deux points sont détectés dans la partie stationnaire du signal.

Il est ainsi difficile de définir une durée de transitoire par cette méthode. Le parti pris est donc de représenter tous les points détectés. Cette méthode permet cependant de s'affranchir de certains cas particuliers, tels que celui représenté sur la figure 6.17 : la pression de contrôle étant proche d'une pression de changement de régime, la flûte se stabilise provisoirement sur le second régime d'oscillation avant de basculer sur le premier régime ; dans ce cas de figure, le flux spectral présente deux pics dans le transitoire d'attaque.

**Exploitation des mesures** La figure 6.18 présente les instants de détection de transitoire selon la méthode exposée précédemment, c'est-à-dire les instants auxquels le flux spectral est supérieur à  $2\sigma$ . En abscisse se trouvent les pressions de contrôle, et en ordonnée le temps : chaque colonne correspond à une attaque.

Afin de pouvoir comparer les différentes géométries entre elles, les moyennes et écarts-types  $\sigma$  des flux spectraux, calculés tels que présenté précédemment, sont représentés en fonction de la pression d'attaque sur la figure 6.19. Il apparaît que d'après la méthode employée, la géométrie présentant le plus de variations dans le spectre lors d'une attaque est celle présentant des chanfreins. La géométrie droite étant celle présentant le moins de variations.

Pour une pression de contrôle donnée, les ordres de grandeur des flux spectraux sont cependant les mêmes pour les trois géométries. Bien que  $F$  soit une grandeur dimensionnée (en Pascals), elle ne correspond pas à une grandeur physique : le fait que les flux soient du même ordre de grandeur nous informe sur les stabilités des spectres, sans nous informer sur la nature des variations.

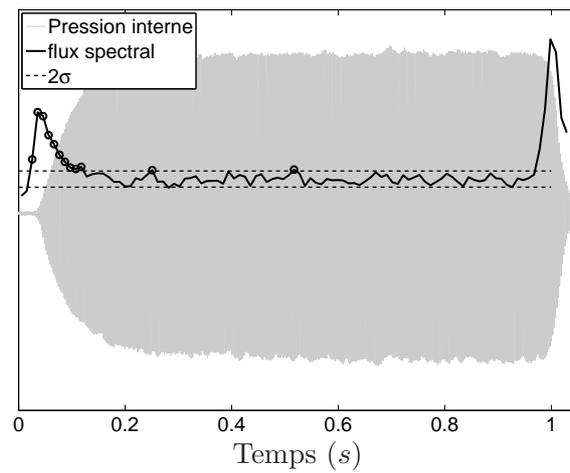


FIG. 6.16: Détection du transitoire d'attaque : on cherche les instants où les variations du flux spectral dépassent le double de l'écart-type défini sur la deuxième moitié de la consigne

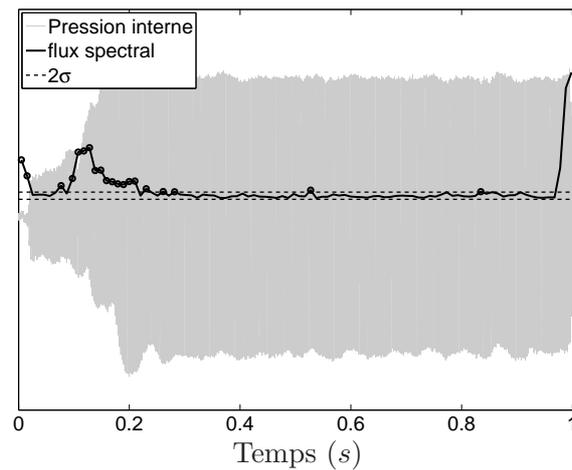


FIG. 6.17: Détection du transitoire d'attaque : le système se stabilise provisoirement, provoquant une baisse du flux spectral

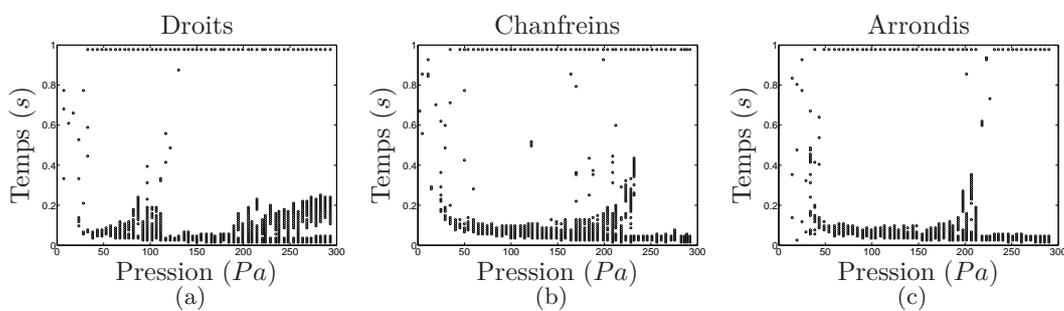


FIG. 6.18: Instants de détection de partie transitoire en fonction de la pression dans la bouche pour les trois géométries étudiées : géométrie droite (a), chanfreins (b), arrondis (c)

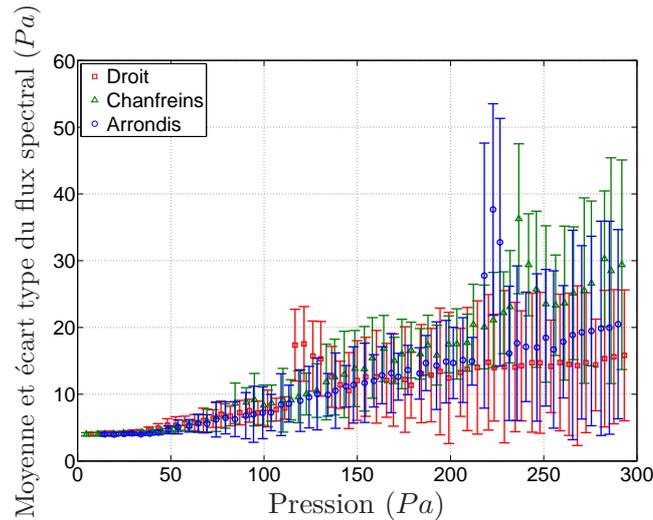


FIG. 6.19: Moyenne et écarts-types des flux spectraux mesurés pour les trois géométries en fonction de la pression

Ainsi, les variations de flux spectraux présentées sur la figure 6.18 ne permettent pas de déterminer si les transitoires consistent en des glissements de fréquence, ou des modulations d'amplitude.

Malgré le *bruit* inhérent à la méthode de détection, les transitoires sont caractérisés par une grande densité de points de détection. Les trois géométries présentent des évolutions de temps de transitoire similaires en fonction de la pression : à l'approche des seuils de changement de régime, la durée du régime transitoire augmente, puis elle rediminue lorsque la pression de contrôle n'est plus dans la zone de coexistence des régimes.

On observe ainsi le changement de régime pour la géométrie droite autour de  $120Pa$ , ainsi que la coexistence de plusieurs régimes entre  $200Pa$  et  $300Pa$  ; de même, le changement de régime avec la géométrie présentant des chanfreins, autour de  $215Pa$ , est clairement visible.

En revanche, si le diagramme de changement de régime ne fait pas apparaître le second régime avec la lumière arrondie, la détection de transitoire montre un allongement de la durée de la partie transitoire du signal aux alentours de  $210Pa$ , ce qui correspond à peu près à la transition en pression descendante du second vers le premier régime.

Il est remarquable que les durées des régimes transitoires détectés avec la géométrie arrondie sont similaires, voire plus courtes que pour la géométrie présentant des chanfreins. Cela tend à montrer que les attaques obtenues avec la lumière arrondie sont courtes, ce qui est apprécié des facteurs et des instrumentistes. Le fait que la géométrie arrondie soit évitée par les facteurs de flûtes à bec n'est donc *a priori* pas relié à la qualité des attaques.

### 6.3 Implémentation dans un synthétiseur

Dans le cadre de sa thèse, Patricio de la Cuadra [37] propose un synthétiseur par modèle physique d'une flûte traversière. Le code, programmé en C++, se présente sous la forme d'une hiérarchie d'objets ; ce découpage permet d'en modifier facilement certaines parties. La hiérarchie du programme est représentée sur la figure 6.20.



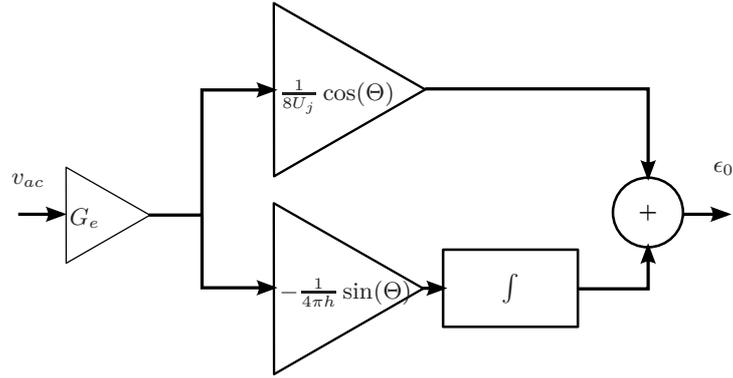


FIG. 6.21: Schéma-bloc du modèle simplifié de réceptivité. La branche du haut correspond à la perturbation longitudinale, la branche du bas à la perturbation transversale

La position initiale du jet est alors une simple combinaison de la composante longitudinale de la perturbation avec l'intégrale temporelle de la composante transversale de la perturbation.

### 6.3.2 Implémentation dans un synthétiseur par modèle physique

L'objet *Receptivity* du code d'origine ne prend initialement que deux variables comme paramètres d'entrée : la vitesse acoustique et le retour hydrodynamique. Un *mapping* doit donc être effectué pour intégrer le modèle de réceptivité.

Le modèle de réceptivité nécessite une décomposition de la perturbation acoustique selon les deux composantes  $u_{w0}$  et  $v_{w0}$ . Cette décomposition se fait tout simplement par projection : on se donne un angle  $0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$ , correspondant à l'angle de pénétration de la perturbation. Selon les conventions présentées dans la figure 5.7 du chapitre 5 (page 80),  $\Theta$  est compté à partir de la demi-droite des  $x$  négatifs, et mesuré dans le sens négatif. De plus, un gain est appliqué, correspondant à l'effet de protection de la géométrie.

La figure 6.21 présente le schéma-bloc du modèle de réceptivité. Il est très important de noter que le modèle de réceptivité est présenté sous forme adimensionnée : les vitesses  $\overline{u_{w0}}$  et  $\overline{v_{w0}}$  sont adimensionnées par la vitesse  $U_j$ , et le nombre de Strouhal  $St = \frac{2\pi fh}{U_j}$ .

Ce mapping effectué, le modèle de réceptivité est implémenté dans le code. Ce qui suit présente des observations préliminaires. Tous autres paramètres constants, on fait varier  $\Theta$  entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$  par pas de  $\frac{\pi}{8}$ . Il apparaît que le comportement du système change avec l'angle  $\Theta$ .

Cependant, le grand nombre de paramètres intervenant dans le synthétiseur ne permet pas de différencier simplement les variations dues à l'angle de perturbations des variations dues à l'histoire des différents paramètres de contrôle. Le choix est alors fait d'implémenter le modèle de réceptivité dans un système simplifié.

### 6.3.3 Implémentation dans un oscillateur numérique

Le modèle de réceptivité simplifié est implémenté dans un oscillateur numérique simple afin d'étudier son comportement.

Le schéma de l'oscillateur est représenté sur la figure 6.22. Il s'agit d'un système bouclé à deux modes (décrits par des filtres du deuxième ordre) de fréquences de résonance de  $440Hz$  et  $860Hz$ , présentant une non linéarité  $NL(u) = \gamma \tanh(u)$ , où  $\gamma = 10$ , afin d'obtenir la saturation des oscillations. La boucle d'oscillation comprend un retard  $\tau$  paramétrable. Afin de conserver les paramètres de contrôle du synthétiseur par modèle physique, on se donne une vitesse  $U_j$

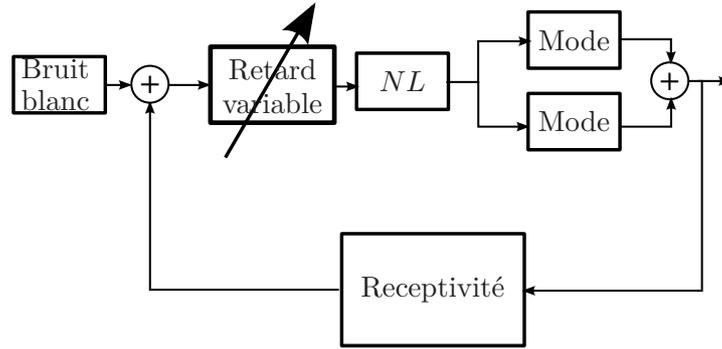


FIG. 6.22: Schéma de l'oscillateur numérique à deux modes.  $NL$  est une fonction non linéaire (ici  $NL(x) = \tanh(x)$ )

variable, et une distance de parcours  $W$  ; on a alors  $\tau = \frac{W}{U_j}$ . Un bruit de faible amplitude est soumis à l'entrée de l'oscillateur dans le but d'initier les oscillations. Le signal est récupéré à la sortie des filtres du deuxième ordre.

Il est à noter qu'un tel oscillateur ne présente pas un comportement en amplitude réaliste par rapport au comportement d'une flûte : les oscillations sont amplifiées jusqu'à la saturation, et leur amplitude dépend donc du facteur  $\gamma$ . En revanche, les aspects temporels, tels que les phénomènes de changement de régime sont bien appréhendés par le système.

Inspirée par les expériences effectuées à la bouche artificielle, une consigne est imposée au retard, d'abord décroissant, puis croissant, ce qui correspond à une vitesse de jet croissante puis décroissante. Le diagramme de changements de régimes est ensuite considéré.

Il a été évoqué au chapitre 1 les deux conditions nécessaires à l'entretien de l'auto oscillation d'un système bouclé : il faut qu'à la fréquence d'oscillation, le gain de la boucle soit égal (ou supérieur dans l'approximation linéaire) à 1, et que son déphasage soit un multiple entier de  $2\pi$ .

Le rôle du retard variable de l'oscillateur est de simuler le temps de convection du jet dans une flûte. Ce retard est la cause d'un déphasage global (linéaire) dans la fonction de transfert de la boucle d'oscillation.

**Effet de la protection** L'effet de la protection est évident : il s'agit d'un gain  $G_e$  global agissant sur la boucle. Ce gain permet d'élargir les zones de fonctionnement de l'oscillateur à des fréquences plus ou moins éloignées des fréquences de résonance des modes. Il est important de noter qu'augmenter le gain qui modélise la protection revient à augmenter l'exposition de l'écoulement aux perturbations. On parlera donc dans la suite d'un gain d'exposition.

La figure 6.23 présente le diagramme de changements de régimes de l'oscillateur en fonction du gain de exposition. Les différents régimes se superposent remarquablement.

On remarque cependant que plus le gain d'exposition est élevé, plus le glissement de fréquence aux seuils de chaque régime est grand. Loin des fréquences de résonance des modes, le gain et la phase des filtres du second ordre varient lentement avec la fréquence. Ainsi, les seuils des régimes peuvent être le siège de grandes variations de fréquence, puisque la condition d'accrochage de phase peut alors être satisfaite pour de faibles variations du retard, sur de grandes plages de fréquence.

Il est remarquable que la trajectoire dans le plan  $(\theta, f)$  pour des valeurs de  $\theta \simeq 2$  et  $f \simeq 860Hz$  n'existe pas lorsque le gain de boucle ouverte  $\gamma G_e = 20$ . Il est possible que ce régime de fonctionnement soit très instable.

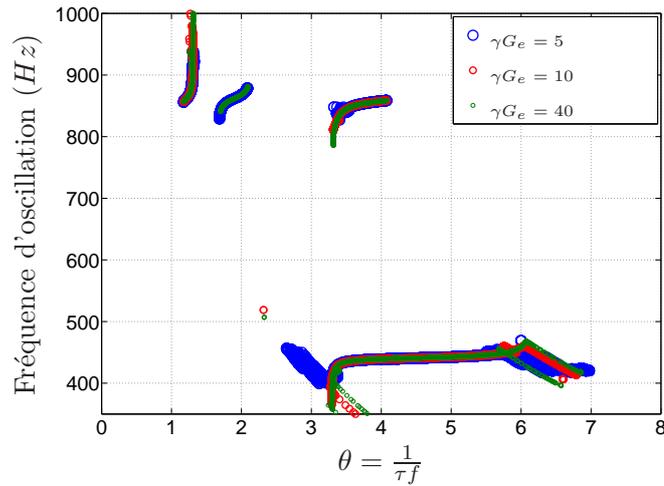


FIG. 6.23: Diagrammes de changement de régime de l'oscillateur à deux modes pour différentes valeurs du gain d'exposition.

Considérer le gain en boucle ouverte peut permettre de mieux se représenter le rôle du gain d'exposition. Il y a dans la boucle d'oscillation deux gains dont les rôles sont redondants : le gain  $\gamma$  de la fonction non linéaire,  $\gamma \tanh u$ , et le gain d'exposition  $G_e$ . La suite de la discussion portera sur le gain global  $\gamma G_e$  dû à ces deux contributions. Ce gain de boucle ne tient pas compte de la non linéarité de l'oscillateur, et n'est donc valable qu'au seuil d'oscillation.

La figure 6.24 présente la partie amplificatrice du module de la fonction de transfert de la boucle ouverte pour des valeurs d'exposition telles que  $\gamma G_e = 5$  et  $\gamma G_e = 20$ , avec une vitesse de jet  $u_j = 9m.s^{-1}$ . Pour un grand gain d'exposition, les oscillations sont amplifiées pour une plus grande gamme de fréquence. La condition de phase permet alors la sélection de la fréquence d'oscillation.

Il est à noter qu'en pratique la condition de phase est déterminée par la vitesse  $U_j$  ; or  $U_j$  a un effet sur la fonction de transfert de la boucle. La représentation donnée par la figure 6.24 est donc simpliste, et toutes les fréquences pour lesquelles le gain de boucle est supérieur à 1 ne sont pas nécessairement accessibles lors de l'oscillation.

Afin de se fixer les idées sur les influences de la vitesse  $U_j$  du jet et du gain de boucle  $\gamma G_e$ , on représente sur la figure 6.25 la fonction de transfert de l'oscillateur en boucle ouverte pour trois vitesses de jet,  $U_j = 4m.s^{-1}$ ,  $U_j = 9m.s^{-1}$  et  $U_j = 14m.s^{-1}$ , correspondant aux deux vitesses extrêmes et à la vitesse médiane de l'exploration en vitesse de jet du comportement de l'oscillateur, et pour deux gains de boucle ouverte,  $\gamma G_e = 20$  et  $\gamma G_e = 2000$ .

Lorsque la vitesse du jet augmente, le gain de la fonction de transfert en boucle ouverte diminue, exhibant de plus en plus la composante intégratrice de la réceptivité. Cette baisse d'amplitude s'accompagne d'un déphasage. Lorsque le gain de boucle augmente, l'amplitude de la fonction de transfert augmente en conséquence, sans s'accompagner de déphasage : les phases des fonctions de transfert à vitesse de jet égales sont les mêmes pour les différents gains de boucle.

Il peut sembler étonnant que le gain de la boucle d'oscillation diminue lorsque la vitesse du jet augmente. Dans une flûte, le jet est une source d'énergie, et augmenter sa vitesse en alimente d'autant plus l'instrument ; cet apport supplémentaire d'énergie est à même de compenser la perte d'amplitude due à la réceptivité. Ici, seule la contribution au déphasage global est considérée.

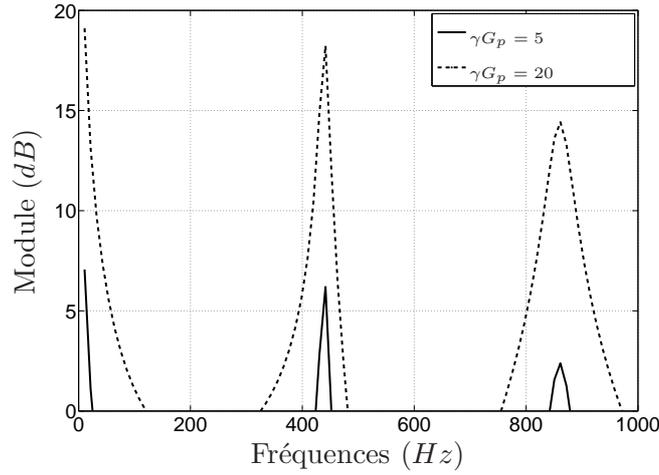


FIG. 6.24: Partie amplificatrice du module de la fonction de transfert de la boucle ouverte pour des valeurs d'exposition telles que  $\gamma_{G_p} = 5$  et  $\gamma_{G_p} = 20$ . Lorsque le gain dû à la protection augmente, la plage de fréquence pour laquelle les oscillations sont amplifiées s'élargit

**Angle critique** Le modèle de réceptivité implémenté comporte en parallèle un terme de perturbation longitudinale, proportionnel au champ acoustique, et un terme de perturbation transversale, proportionnel à l'intégrale temporelle du champ acoustique ; la balance entre les deux composantes se fait *via* l'angle  $\Theta$ . Le gain  $G_{int}$  du terme intégral est de la forme  $G_{int} = \frac{\sin \Theta}{4\pi fh}$ , tandis que le gain  $G_{prop}$  du terme proportionnel est de la forme  $G_{prop} = \frac{\cos \Theta}{8U_j}$ .

À la fréquence  $f_{eq}$  et pour la vitesse de jet  $U_{eq}$ , les deux composantes du modèle de réceptivité ont le même module lorsque :

$$G_{int} = \frac{\sin \Theta}{4\pi fh} = \frac{\cos \Theta}{8U_j} = G_{prop}, \quad (6.7)$$

ce qui implique l'existence d'un angle critique de perturbation pour la réceptivité,  $\Theta_{Ré(critique)}$  :

$$\Theta_{Ré(critique)} = \arctan \left( \frac{\pi fh}{2U_j} \right) = \arctan \left( \frac{\pi h}{2W\theta_c} \right). \quad (6.8)$$

Comme  $G_{prop} \propto \frac{1}{U_j}$  et  $G_{int} \propto \frac{1}{f}$ , l'évolution du point  $(f, U_j)$  d'égalisation des deux gains suit la loi  $\frac{f}{U_j} = cste$ . On peut alors introduire une vitesse adimensionnée critique  $\theta_c$  dans l'expression de  $\Theta_{Ré(critique)}$  (équation (6.8)), en deçà de laquelle la composante longitudinale (proportionnelle) de la perturbation l'emporte, et au delà de laquelle la composante transversale (intégrale) l'emporte. Cela permet de définir, au sein des régimes de fonctionnement, le type de comportement du modèle de réceptivité.

La figure 6.26 présente le diagramme de changements de régime de l'oscillateur pour différentes valeurs de  $\theta_c$ . Il apparaît immédiatement que lorsque  $\theta_c$  est faible, c'est à dire que l'oscillateur oscille toujours sur des régimes tels que  $\theta > \theta_c$ , le premier régime d'oscillation présente une excursion plus petite.

Avec le gain de boucle considéré ici, la plage de fonctionnement du premier régime s'échelonne aux alentours de  $3 \leq \theta \leq 7$ . Cependant, lorsque  $\theta_c$  est faible ( $\theta_c = 0.0003$  et  $\theta_c = 0.3$ ), les deux régimes principaux de fonctionnement, en plus de présenter des excursions en  $\theta$  plus petites que lorsque  $\theta_c \simeq 5$ , sont légèrement décalés vers les petites vitesses adimensionnées.

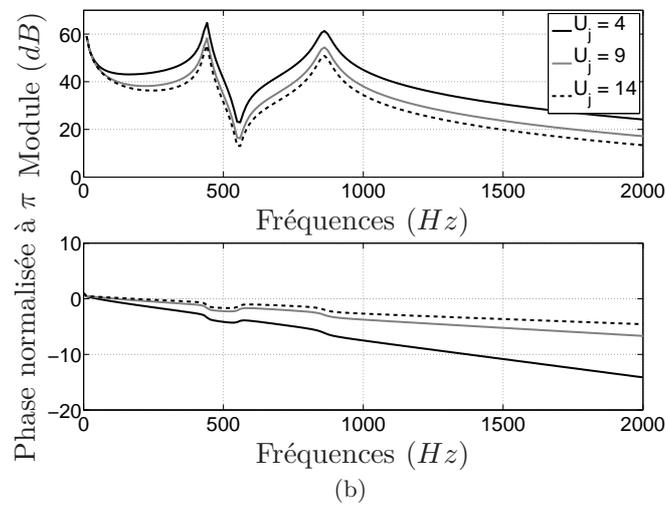
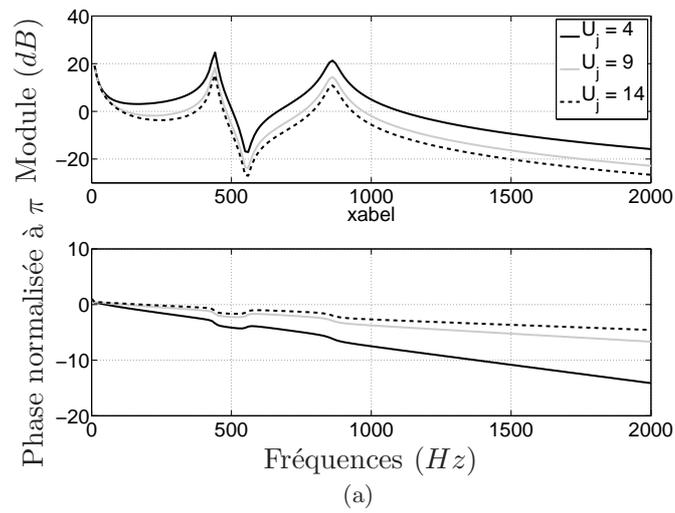


FIG. 6.25: Fonctions de transfert de l'oscillateur en boucle ouverte pour différentes vitesses de jet, avec (a)  $\gamma G_e = 20$  et (b)  $\gamma G_e = 2000$

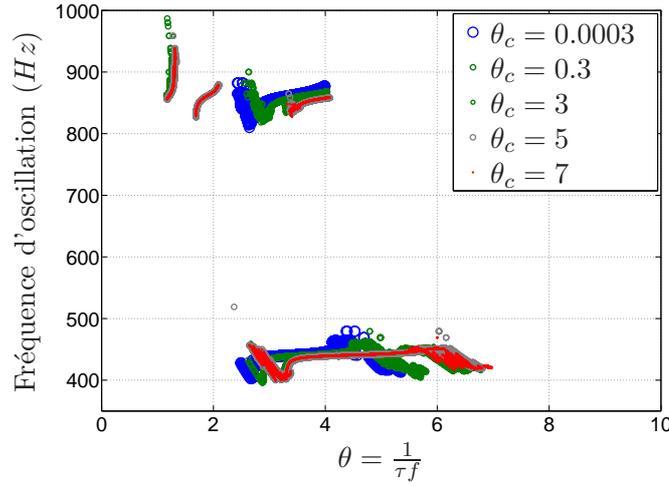


FIG. 6.26: Diagrammes de changements de régime de l'oscillateur pour différentes valeurs de la vitesse adimensionnée critique  $\theta_c$

Lorsque  $\theta_c \geq 7$ , la plage de fonctionnement de l'instrument en vitesse adimensionnée évolue peu. Il est également remarquable que la trajectoire autour de la fréquence du second régime et pour des vitesses adimensionnées de l'ordre de  $\theta \simeq 2$  n'apparaît pas pour des valeurs de  $\theta_c < 5$ .

La question se pose alors de l'influence combinée du gain d'exposition  $G_e$  et de la vitesse adimensionnée critique  $\theta_c$  sur le comportement de l'oscillateur. L'influence de  $\theta_c$  se fait essentiellement sentir lorsque  $\theta_c \ll 1$ .

La figure 6.27 présente le diagramme de changements de régime de l'oscillateur pour des gains d'exposition  $\gamma G_p = 10$  et  $\gamma G_p = 50$  lorsque  $\theta_c = 0.0003$ .

**Lien avec les géométries étudiées** Nous avons vu précédemment que la vitesse adimensionnée critique  $\theta_c$ , est un indicateur de la stabilité des régimes de l'oscillateur. En particulier, lorsque  $\theta_c$  est faible, le premier régime de l'oscillateur présente une excursion en vitesse adimensionnée petite, et sensible aux variations de  $\theta_c$ .

De plus,  $\theta_c$  est intimement liée à l'angle de pénétration des perturbations, dans le modèle de réceptivité du jet. Cet angle de pénétration est dû à la géométrie de la sortie du canal (chapitre 5).

Lors des expériences effectuées à la bouche artificielle, de grandes différences de comportement ont été observées, notamment sur la stabilité des régimes de l'instrument, en fonction de la géométrie de la sortie du canal.

Il est alors légitime d'estimer la vitesse adimensionnée critique correspondant à chaque géométrie étudiée. L'équation 6.8 peut se récrire :

$$\theta_c = \frac{\pi h u_w}{2W v_w}, \quad (6.9)$$

car  $\Theta = \arctan\left(\frac{v_w}{u_w}\right)$  est l'angle de pénétration des perturbations pour la géométrie considérée. En utilisant les composantes de perturbation estimées numériquement et consignées dans le tableau 5.1 (page 88), on obtient les valeurs pour les vitesses adimensionnées critiques  $\theta_c$  présentées dans le tableau 6.3.

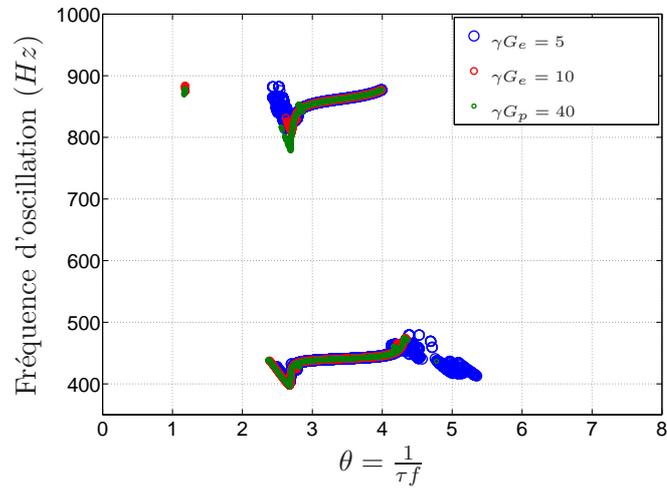


FIG. 6.27: Diagrammes de changement de régime de l'oscillateur à deux modes pour différentes valeurs d'exposition lorsque  $\theta_c = 0.0003$

Géométrie	$\frac{u_w}{U_0}$	$\frac{v_w}{U_0}$	$\theta_c$
Droite	0.0155	0.0166	0.3667
Chanfreins	0.0063	0.0038	0.6511
Arrondis ( $R_c = h$ )	0.0036	0.0013	1.0875
Arrondis( $R_c = 2h$ )	0.0008	0.0003	1.0472

TAB. 6.3: Amplitude des composantes de perturbation longitudinale et transversale mesurées dans les simulations, et vitesse adimensionnée critique  $\theta_c$ , pour les géométries étudiées

Il est tout à fait remarquable que les valeurs de  $\theta_c$  correspondant aux trois géométries étudiées sont faibles comparées aux zones de fonctionnement de l'instrument, et présentent des variations de plusieurs ordres de grandeur entre les différentes géométries.

La vitesse critique adimensionnée  $\theta_c$  peut alors donner des informations sur les mécanismes qui régissent les différences de comportement entre les géométries.

Il ne faut cependant pas perdre de vue qu'en plus d'être considéré dans un cas simple (un oscillateur à deux degrés de liberté),  $\theta_c$  découle d'une grande simplification du modèle de réceptivité présenté au chapitre 5.

La question se pose alors de la robustesse de ce critère lorsque le modèle complet de réceptivité est considéré.

## 6.4 Mesures avec des instrumentistes

L'étude d'un instrument de musique à la bouche artificielle, aussi précise soit-elle, est toujours incomplète ; en effet, il est de plus en plus admis que l'étude d'un instrument de musique n'a de sens qu'en rapport avec un instrumentiste. Si une bouche artificielle offre une grande reproductibilité, l'expertise et la faculté d'adaptation d'un instrumentiste peuvent fournir des informations inaccessibles autrement<sup>3</sup>.

La seconde partie de l'étude des différentes géométries à la lumière consiste donc à considérer l'interaction de la flûte à bec avec deux instrumentistes expérimentées. Les instrumentistes sont deux flûtistes professionnelles, l'une en début de carrière, l'autre ayant une vingtaine d'années d'expérience professionnelle. Comme indiqué sur la figure 6.5, un tuyau capillaire permet l'accès à la pression dans la bouche de l'instrumentiste.

Un ensemble de tâches a été défini avec les instrumentistes permettant d'explorer différents modes de jeu de l'instrument. Les becs usinés étant en aluminium, des problèmes de condensation ont été rencontrés tout au long de l'expérience, produisant une sensation pour l'instrumentiste de canal bouché, et altérant le timbre de l'instrument. Ce problème a été réglé *a posteriori* grâce à l'utilisation d'un liquide tensioactif<sup>4</sup>.

### 6.4.1 Analyse d'une gamme

Les gammes sont des exercices indispensables dans toute pratique instrumentale. Par leur pratique régulière, les instrumentistes développent des automatismes leur permettant de se concentrer sur d'autres difficultés concernant l'interprétation.

La première tâche du protocole est une gamme diatonique détachée ; le but est donc en quelque sorte d'observer dans quelle mesure les *réflexes* de l'instrumentiste sont perturbés par les différences entre les géométries.

La figure 6.28 présente la pression de contrôle en fonction de la note de la gamme jouée pour les trois géométries. À chaque note jouée correspond une trajectoire dans le plan fréquence-pression. En première approximation, la pression de jeu augmente linéairement avec la note ; ce point sera développé à la section ?? du chapitre 7. Au huitième demi-ton au dessus du  $La_{440}$  (soit un  $Fa$ ), deux trajectoires se démarquent, dont une présentant des pressions de contrôle beaucoup plus élevées ; il s'agit en fait d'une erreur d'octave lors de la détection de fréquence, la seconde trajectoire devant se situer au vingtième demi-ton.

---

<sup>3</sup>voire mettre en déroute des résultats expérimentaux (Gabriels [54]) !

<sup>4</sup>On parle parfois de liquide vaisselle

Les flûtistes adaptent leurs paramètres de jeu à chaque instrument. Ainsi, si les ordres de grandeurs des pressions de contrôle sont les mêmes, les pentes générant les pressions de contrôle en fonction de la note jouée sont sensiblement différentes.

Ces différences de contrôles ne sont pas étonnantes si l'on considère les différences de comportement dues aux changements de géométrie exposés à la section 6.2.2. Les pressions de contrôle avec la géométrie présentant des chanfreins sont plus élevées que celles mesurées avec la sortie droite, ce que l'on peut expliquer par l'instabilité des régimes avec cette dernière géométrie. Cependant, en considérant le flûtiste représenté en 6.28b, les pressions de contrôle mesurées avec la sortie arrondie sont encore inférieures.

Ce résultat peut paraître étonnant si l'on considère la résistance aux changements de régime de l'instrument lors des attaques à la bouche artificielle avec la géométrie arrondie. De plus, le flûtiste présenté en 6.28a adopte une stratégie différente, puisque les pressions de contrôle avec les géométrie arrondie et présentant des chanfreins sont équivalentes.

L'adaptation du contrôle à l'instrument, dans le cas de musiciens, fait nécessairement intervenir d'autres facteurs que la stabilité des régimes. Ainsi, la qualité du son ou le confort de jeu peuvent jouer un rôle essentiel dans le contrôle de l'instrument.

Les pressions internes lors des expériences d'attaque à la bouche artificielle sont analysées par la méthode *Spectral Modeling Synthesis* (SMS, Serra & Simth [105]) ; les ratios entre les composantes bruitées et les composantes déterministes des signaux semblent indépendants de la géométrie.

## 6.5 Conclusion

Ce chapitre présente une étude préliminaire des effets de changements de géométrie du système excitateur sur le comportement global d'une flûte à bec, avec la volonté d'une mise en rapport avec le modèle de réceptivité présenté au chapitre 5.

L'importance de la géométrie du système excitateur dans la facture instrumentale est confirmée, par l'observation *in situ* d'un facteur de harmonisant une flûte à bec. Il apparaît que la présence de chanfreins joue non seulement sur le timbre de l'instrument, mais également sur sa stabilité, notamment pour les notes du bas de la tessiture.

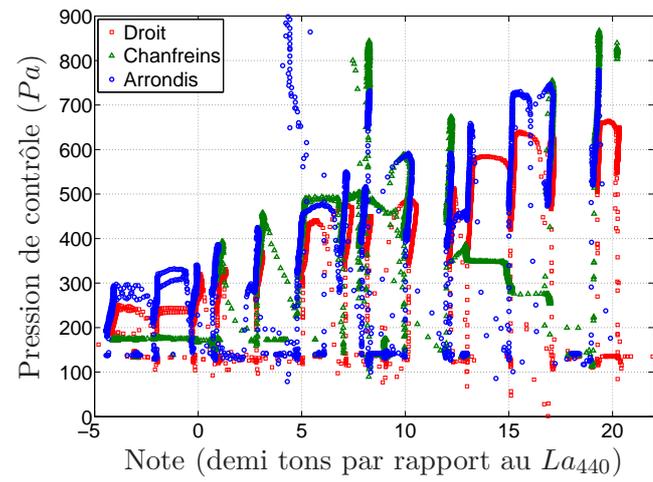
L'étude à la bouche artificielle du comportement d'une flûte expérimentale permet d'explorer le comportement de l'instrument selon la géométrie de l'excitateur.

Le manque de stabilité de la géométrie droite est confirmée dans l'exploration quasistatique des régimes de fonctionnement de l'instrument, et semble être relié au manque de protection qu'offre cette géométrie aux points de décollement du jet.

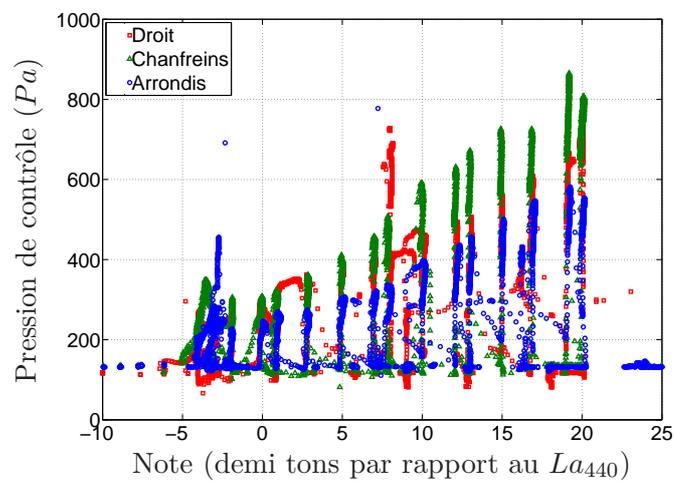
L'étude du comportement de l'instrument dans une configuration de montées rapides de pression permet d'explorer son comportement transitoire. Aux abords des changements de régime, la durée des régimes transitoires augmente, telle que définie à la section 6.2.3.

La géométrie arrondie montre une grande stabilité, puisque l'instrument reste sur le premier régime de fonctionnement quelque soit la pression d'attaque employée. En revanche, le manque de stabilité de la géométrie droite conduit à l'apparition du troisième régime de l'instrument, dans une gamme de pression où, en quasistatique, il oscille sur son premier régime.

L'implémentation d'une simplification du modèle de réceptivité dans un oscillateur à deux modes fait apparaître l'influence de l'angle de perturbation sur la stabilité des régimes d'oscillation à travers une vitesse adimensionnée critique  $\theta_c$  dépendant du ratio entre les composantes longitudinale  $u_w$  et transversale  $v_w$  de la perturbation.



(a)



(b)

FIG. 6.28: Pression de contrôle en fonction de la note jouée pour les trois géométries, mesurée avec deux flûtistes confirmés

Les valeurs de  $\theta_c$  estimées pour les trois géométries étudiées expérimentalement se situent dans la zone où les régimes de l'oscillateur simple présentent les plus grandes variations.

Cependant, le modèle de réceptivité employé est simplifié, et la pérennité du critère  $\theta_c$  de stabilité d'une géométrie d'excitateur n'est pas assurée.

Enfin, la mesure des paramètres de contrôle de flûtistes expérimentés lors du jeu de la flûte expérimentale indique que les changements de comportement de l'instrument induisent une adaptation de l'instrumentiste. Cependant, ces changements de contrôle sont difficiles à prévoir, car différentes stratégies semblent être employées, selon l'instrumentiste.

L'observation de l'harmonisation d'une flûte mise à part, les différentes études présentées dans ce chapitre ne concernent que la stabilité des régimes de l'instrument. Il est aisé de considérer les variations de contenu spectral selon la géométrie et les paramètres de contrôle employés dans les expériences à la bouche artificielle.

Une telle étude pourrait donner des éléments de compréhension de l'adaptation des paramètres de contrôle des flûtistes selon la géométrie. De même, il est probable que le modèle de réceptivité soit à même de restituer des variations de contenu spectral selon l'angle de perturbation  $\Theta$ .

## Chapitre 7

# Paramètres de facture et de contrôle dans les familles de flûtes

## Avant-propos

La facture instrumentale, ainsi que le jeu des instrumentistes évoluent en s'influençant, en liaison avec l'évolution de l'esthétique sonore et du contexte musical. Nous avons vu au chapitre 6 que des changements du système excitateur ont d'une part une influence sur le comportement de l'instrument, et qu'ils nécessitent d'autre part une adaptation de la part des instrumentistes.

Ce chapitre reprend un article soumis à *Acta Acustica united with Acustica* en juillet 2009. Le sujet porte sur les règles de facture et l'adaptation du contrôle pour les différents instruments d'une famille de flûtes à bec (modèles *Aesthé* du facteur Jean-Luc Boudreau) comprenant des flûtes basse, alto, soprano et sopranino.

L'étude s'articule en deux parties : les flûtes seules sont considérées dans un premier temps, et différents paramètres sont mesurés. Dans un deuxième temps, l'adaptation du contrôle des instruments par un musicien est étudiée dans le jeu d'une gamme. L'analyse du contrôle effectué par le musicien s'effectue en regard de la vitesse adimensionnée  $\theta$ .

Les principaux résultats de l'étude sont présentés dans cette section.

## Paramètres de facture

### Dimensions

Différentes dimensions de l'excitateur sont mesurées pour chaque flûte la hauteur et la largeur du canal à l'entrée et à la sortie, la distance entre la lumière et le biseau, la hauteur du canal et la profondeur des chanfreins (figure 7.1).

Il ressort de ces mesures que les relations qui lient ces différentes grandeurs ne sont pas les mêmes pour les différentes flûtes (les dimensions de flûtes différentes ne sont pas reliées par une homotétie : figure 7.3).

Si le diamètre du tuyau semble être déterminé par les fréquences de jeu, ce qui est confirmé par un calcul de diamètre optimum (annexe A.1) dans le sens d'un facteur de qualité maximum pour les premiers modes du tuyau (figure 7.12), la distance entre la lumière et le biseau est sous-estimée dans les flûtes graves par rapport aux flûtes aiguës.

### Caractéristiques Pression-débit

Les relations entre la pression de contrôle et le débit entrant dans le bec ont été mesurées. Étant données les grandes disparités entre les dimensions des becs, pour une pression donnée, il y a de grandes différences de débits entre les becs (figure 7.6).

Cependant, en normalisant ces débits par la loi de Bernoulli, il apparaît que les écoulements ont tendance à suivre cette loi lorsque la pression de contrôle augmente (figure 7.7). L'écoulement entrant peut alors être décrit comme ayant un profil de vitesse plat, donné par la loi de Bernoulli, entrant dans un bec de section équivalente dépendant de l'instrument considéré.

Les pressions de contrôle pour lesquelles le comportement de l'écoulement est décrit par la loi de Bernoulli sont du même ordre de grandeur quelque soit la flûte considérée.

## Paramètres de contrôle

Un flûtiste expérimenté a été invité à jouer sur les cinq instruments de la famille. L'analyse du jeu d'une gamme est présentée. La pression de contrôle et la pression à l'intérieur du résonateur sont mesurées.

### Pression de contrôle

La figure 7.8 représente la pression de contrôle utilisée par le flûtiste pour jouer chaque note de la tessiture de chaque flûte. Il apparaît que ce contrôle est dépendant du doigté employé sur l'instrument, plus que de la hauteur de la note jouée. Ce résultat est d'importance si l'on considère qu'un même flûtiste est supposé pouvoir jouer indifféremment de chaque instrument.

### centroïde spectral

En considérant le centroïde spectral (CGS) de chaque note jouée, normalisé par la fréquence de jeu (figure 7.16, il apparaît que le timbre des notes graves est enrichi en hautes fréquences relativement aux notes aigües : le CGS se situe à une fréquence correspondant au troisième harmonique pour les notes les plus graves, et tend vers la fréquence fondamentale pour les notes les plus aigües.

### Discussion

À l'étude de cette famille de flûte, il semble que le facteur d'une famille de flûte joue sur les paramètres géométriques du système excitateur dans deux buts différents :

- d'une part, les géométries des becs sont adaptées de sorte que la pression de contrôle soit la même pour un doigté donné quelque soit la flûte, pour faciliter l'adaptation du jeu d'un instrument à un autre. C'est la notion de *resistance* du bec ;
- d'autre part, pour une même pression de contrôle donnée, la vitesse adimensionnée  $\theta$  est plus grande pour une flûte de tessiture grave que pour une flûte de tessiture aigüe (figure 7.17), ce qui se traduit par un enrichissement en hautes fréquences du spectre.

Les auteurs de l'article sont : F. Blanc, B. Fabre, N. Montgermont, P. De La Cuadra et A. Almeida.

## Abstract

The scaling of a family of five baroque recorders is studied considering two aspects : the compass of each instrument and the control parameters. The observations are interpreted in terms of the homogeneity of the timbre. The control parameters are measured on an experienced player performing a simple scale task on each of the instruments, and are described in the frame of the hydrodynamic jet behaviour.

On the family studied, the geometrical parameters appear to be adjusted so that the control parameters are similar on all the instruments. Low-pitched instruments present an enrichment of their spectra in high frequencies.

PACS : 43.75

## 7.1 Introduction

Consorts are known in the european classical music since the Medieval period as sets of instruments of like kind. The instruments of a consort offer different compass, allowing the development of polyphonic music covering a large tessitura (Galway [55]). Viols and recorders are probably the best known examples of consorts during the Medieval and Renaissance periods, but the idea of families of instruments has later been widely developed mostly for instruments showing a somehow restricted compass, like the flutes, the saxophones, the clarinets or the bowed string instruments.

Instruments of a given family generally share the same sound production mechanism, construction material and basic playing technique, while their dimensions are adapted to their individual compass. The design of a family should take into account the sounding homogeneity of the family but also some aspects of playability. Families are different according to their playability : while a recorder player will mostly practise on the alto recorder, s/he are expected to be able to play all instruments of the family from the bass to the sopranino. On the other hand, bowed string players are not expected to play other instruments of the bowed string family. A cellist, for example, will develop a technique to play the cello, and the maker does not have to make different instruments of the bowed string family that would be possible to play with a common technique. Coming back to the recorder player, it is most likely that s/he will prefer a family of instruments that can be played in the most similar ways.

This paper deals with families of flute-like instruments. The study was triggered by the fact that, from the point of view of the physics of the instrument, instruments at opposite ends of a same family should show some extreme adjustments of the excitation geometry and parameters. This is expected to develop our understanding of the making and playing compromises.

In the case of flute-like instruments, different families exist. The instruments can be classified according to the relative influence of the maker and the player in the resulting sound. In the case of organ pipes, the player decides the valve opening, that causes the pipe blowing, but the control parameters (*e.g.* the blowing pressure of the pipe) is determined by the maker. Conversely, shakuachi-like flutes are instruments in which the player not only controls the pressure and geometry of the excitation, but also the boundary conditions of the active end of the pipe, and has therefore a very wide control on the sound produced.

Study of an instrument family has already widely been discussed by Hutchins on the violin-strings family. The purpose there was to propose a new family made of eight members to cover the total range of written music. This study covers scaling rules between the different instruments and resulted in the making of a specific family : the violin octet [65].

Considering an organ rank as a flute family, scaling rules can be given. For instance, Bedos

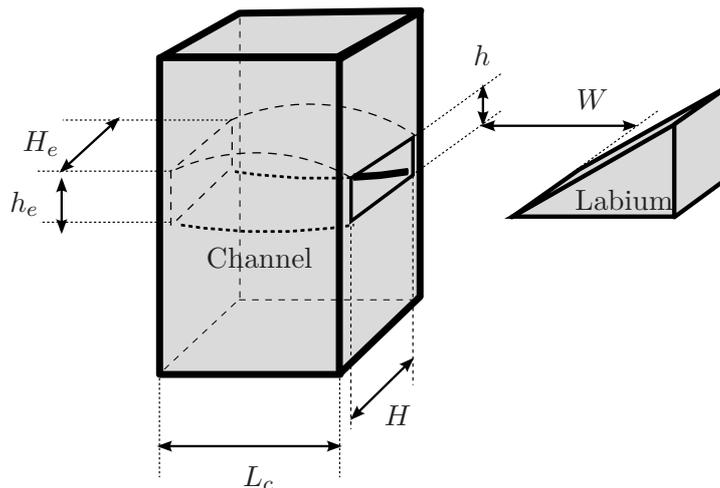


FIG. 7.1: Schematics of the exciter of a flute-like instrument. The chamfers are not displayed, and the curvatures inside the channel are exaggerated for readability

de Celles and Fletcher present rules for the different relevant dimensions of organ pipes [48, 8].

In this study a family of recorder is studied. In the recorder, the maker decides and builds the geometry, and the player focuses on the control of the blowing. One key difference with the violin family is that a single player is supposed to be able to play all the instruments of the family. The maker thus tries to maintain a similar technique along the family.

The goal of this study is to understand the way an instrument maker scales the different instruments of a family, keeping in mind homogeneity of the playability as well as the resulting sound balance of the family. Control parameters in playing condition have been measured and are analysed, as well as some sounding properties.

Section 7.2 presents a quick overview of the current knowledge on the physics of flute-like instruments. The blowing indicator presented in this section will be used to analyse the player's control in section 7.4. Section 7.3 presents the geometry as well as the blowing characteristics associated with the five recorders of the family studied. Finally, the results will be discussed in section 7.5.

## 7.2 Framework

The excitation mechanism of a flute relies on the interaction between an unstable air jet and the acoustic field from the resonator. Perturbations are convected and amplified along the jet, and acoustic sources are created by the interaction between the jet and the labium [64]. The pipe acts as a resonator and accumulates energy at specific frequencies, resulting in a self sustained oscillation. Figure 7.1 shows a schematics of the exciter of a flute, defining the relevant dimensions we will use further : the height  $h$  of the channel, the distance  $W$  from the channel exit to the labium. The jet, with the center velocity  $u_j$ , is not presented on the figure 7.1.

In the literature, the instability of a laminar jet is described with the Rayleigh two dimensional instability theory [99, 41]. In his theory, the jet is inviscid and described by its stream function. A small perturbation with the pulsation  $\omega$  is added to the jet stream function, resulting to a corrected flow. The perturbation stream function is of the form :

$$\begin{cases} \psi(X, Y, T) &= \Re\left(\phi(Y)e^{j(\alpha X - \omega T)}\right) \\ \alpha &= \alpha_r + j\alpha_i \end{cases} \quad (7.1)$$

In the Rayleigh equation (7.1),  $\phi(Y)$  and  $\alpha$  are complex factors. The real part  $\alpha_r$  of  $\alpha$  is the wavenumber of the perturbation which propagates with the velocity  $c_p = \frac{\omega}{\alpha_r}$ . The imaginary part  $\alpha_i$  stands for the spatial amplification of the perturbations along the path of the jet. Using mass and vorticity conservation expressions, and linearising, leads to a differential equation linking  $\alpha$ ,  $\omega$  and  $\phi$  to the unperturbed velocity profile of the jet. Thus, the amplification of the perturbations along the path of the jet depends on the frequency of the perturbation and the velocity profile of the jet.

At a first approximation, the perturbation convection velocity is proportionnal to the center velocity of the jet  $c_p \approx 0.3u_j$ . Coltman [26] stated that a phase optimum of the oscillation is reached when the time taken by the perturbations to travel through the mouth of the instrument  $\frac{u_j}{W}$  is half the sound period  $\frac{T}{2}$ . A natural indicator of the blowing state of the instrument would then be the Strouhal number, which is the ratio of the frequency times the distance traveled between the channel and the labium and the jet velocity. In order to describe the blowing on an oscillation regime by a dimensionless number, we use the inverse of the Strouhal number, or dimensionless jet velocity,  $\theta$ , as the jet velocity is directly linked to the mouth pressure control parameter (as discussed in section 7.3.2) :

$$\theta = Str^{-1} = \frac{u_j}{fW} \quad (7.2)$$

At the phase optimum defined by Coltman with the convection velocity of the perturbations, we have  $\frac{0.3u_{jopt}}{W} = 2f$  and thus  $\theta_{opt} = \frac{u_{jopt}}{fW} \approx 6$ . The dimensionless velocity  $\theta$  appears to be a blowing indicator, independently of the note played. In playing conditions, standard values are  $7 < \theta < 17$ , while  $\theta$  may be as low as 3 for artificial blowing on the first oscillating regime. For high  $\theta$  values, jet velocity is high relatively to the regime played. This eventually leads to a jump to the higher regime. On the other hand, for low values of  $\theta$ , the oscillation can jump to the lower regime or even stop.

Verge *et al.* [111] showed that the spectral content of the inner field of recorders strongly depends on the values of  $\theta$ . In particular, for  $8 < \theta < 10$ , the amplitude of the second harmonic of the inner field presents a strengthening up to 20dB, depending on the relative tuning of the passive resonances of the pipe, as discussed by Coltman [29]. Thus,  $\theta$  is considered as a good descriptor of the state of the instrument.

Moreover, the spectral content of the inner field is tightly related to the radiated field's spectral content : in the experiments, the inner pressure  $p$  is measured at a distance  $\Delta x$  (taking into account the acoustic length corrections) of the exit of the pipe. As the waves in the resonator are stationary, the pressure  $p(x, t)$  can be written as :

$$p(x, t) = p_{in} \sin(kx)e^{j\omega t}, \quad (7.3)$$

where  $k$  is the wavenumber, and  $p_{in}$  the amplitude of the stationary wave.

In a low frequency frictionless approximation, the radiation of one end of the pipe can be described as a monopole, and is then related to the acoustic flow  $\phi$ . The flow  $\phi$  is simply derived from the inner pressure by Euler's equation, that leads to  $\phi = -jS\frac{p_{in}}{\rho c}$ , where  $S$  is the section of the opening. Levine & Schwinger [76], in Chaigne & Kergomard [23], derive a low-frequency approximation of the radiated field from a non-flanged pipe, that can be written, in the axis of the pipe :

$$P_{out}(r) = jk\rho_0c\phi \left( 1 + \frac{Z_R}{\rho_0c_0} \right) \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}, \quad (7.4)$$

where  $\rho_0$  is the density of air at rest,  $c_0$  is the acoustic celerity, and  $Z_R = \rho_0c_0 \left( \frac{1}{4}k^2 \left( \frac{D}{2} \right)^2 + j\zeta k \frac{D}{2} \right)$  is the radiation impedance (Levine & Schwinger [76]).

$P_{out}$  shows a highpass behaviour. Using equation (7.3) and under the assumption of low frequency ( $k\Delta x \ll 1$ ), equation 7.4 can be written :

$$\tilde{P}_{out}(r) = S \frac{p(\Delta x) e^{-jkr}}{\Delta x} \frac{1}{4\pi r}, \quad (7.5)$$

that is, at low frequencies the spectral content of the radiated pressure can be approximated by the spectral content of the pressure inside the pipe.

In this study a pressure sensor is flushed in the resonator at the position  $x = D$  from the block, where  $D$  is the pipe diameter. The pipe diameter is small compared to the wavelengths of the acoustic waves  $\lambda$ . This means that  $kD = \frac{2\pi D}{\lambda} \ll 2\pi$  ; with these parameters, comparing the approximation of the radiated field,  $\tilde{P}_{out}(r)$ , to the radiated field  $P_{out}(r)$ , the approximation proves to be valid within the range of  $6dB$  up to  $5000Hz$  for the bass recorder, and up to  $14000Hz$  for the soprano.

However, this model only takes into account the radiation at the blown end. A development taking the radiation at the other end of a cylindrical pipe can be found in Chaigne & Kergomard [23]. Furthermore, the influence of the room should also be studied to predict the radiation of the instrument with accuracy. For these reasons, the internal field is considered in the study.

## 7.3 Description of the instruments

In the following a specific recorder family is studied. The recorders are baroque model *Aesthé*, made by the canadian recorder maker Jean-Luc Boudreau. The recorders are showed on figure 7.2. The frequencies of their lowest notes are  $174Hz$  (F) for the bass,  $262Hz$  (C) for the tenor,  $349Hz$  (F) for the alto,  $523Hz$  (C) for the soprano and  $698Hz$  (F) for the soprano. A  $15cm$  long ruler is also displayed as a scale reference.

Before studying the playing of a single player on the five recorders, we consider in this section their dimensions, as determined by the maker, and the resulting mouth pressure-flow characteristics.

### 7.3.1 Dimensions of the recorders

In the family studied, the soprano recorder has a compass two octaves higher than the bass recorder. This means, from an acoustic point of view, that there is a four-fold decrease in the lengths of their resonators. It is obvious that the different dimensions of a recorder are not related to those of an other with a simple homothetic relation : if all the dimensions of the recorder were related by a factor of four between the biggest and the smallest ones, all the dimensions of the player would have to be related in such an order of magnitude to. The volume of air needed to blow the biggest recorder would then be sixtyfour times the one needed to blow the smallest.

The dimensions measured on the recorders are the lengths ( $L_c$ ), the widths and the heights of the channel exits ( $H$  and  $h$ ) and entrance (*resp.*  $h_e$  and  $H_e$ ), the distances between the channels and the labiums ( $W$ ), the lengths of the chamfers and the diameters of the pipes ( $D$ ). In the case of the bass recorder, the bocal is removed to get an acces to the entrance of the



FIG. 7.2: Photography of the five recorders studied. With the bass recorder, the player blows in a bocal, through the “S”-shaped pipe. In the experiments, the instrument is blown directly from the flow channel entrance.

Recorder	Channel-labium distance ( $W$ ) (mm)	Channel entrance width ( $H_e$ )(mm)	Channel exit width ( $H$ ) (mm)	Channel length ( $L_c$ ) (mm)	Pipe diameter ( $D$ ) (mm)	Channel entrance height ( $h_e$ ) (mm)	channel exit height ( $h$ ) (mm)
Bass	7.5	21	19.24	61	32.1	0.98	0.85
Tenor	5.9	15.25	14.45	70.1	22.4	1.18	1
Alto	5.60	13.6	12.24	57	17.5	1.27	0.74
Soprano	4.45	10.22	9.48	44.7	13.2	1.08	0.67
Sopranino	4.15	7.48	7.50	34.8	10.6	1.25	0.8

TAB. 7.1: Measured lengths for the five recorders. Measurements of  $h$  and  $h_e$  are less accurate

windway. The diameters of the pipes are measured in the cylindrical part of the bore, through a hole at the labium level. Please note that due to the size and the curved shape of the excitation region, measurements are less accurate for high pitched recorders, especially for the length of the chamfers. For the same reason, the measurements of the heights ( $h$ ) of the channels exit are less accurate. However, one can note that they are always smaller than the heights of the entrances ( $h_e$ ).

Table 7.1 shows the width  $H$  and length  $L_c$  of the channel and the distance  $W$  between the channel exit and the labium measured in the five recorders. These parameters show the greatest variation from an instrument to another. All the lengths measured decrease when the compass gets higher, excepted the channel length, that appears to be greater in the tenor recorder than in the bass recorder. The maker J.-L. Boudreau explains this is due to visual aesthetical reasons.

An efficient way to represent the variations of these lengths is to normalise them with the lengths measured on a reference recorder. The alto recorder is chosen as the reference, as its compass is situated in the middle of the compass of the whole family, and as it appears to be central in the making as well as in the practise of the players. The normalised measurements are shown on figure 7.3, with the inverse of the normalised fundamental frequencies of the lowest notes of each recorder : their ratios are the same as the acoustic lengths ratios. Excepted for the

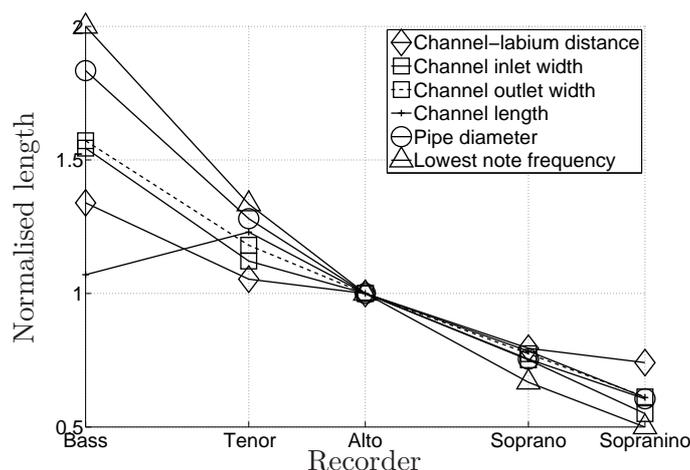


FIG. 7.3: Normalised measurements of the recorders.

pipe diameter, the normalised lengths vary approximatively between  $\frac{1}{2}$  and 1.5.

Figure 7.3 shows that the relations between the alto and the soprano recorders are nearly homothetic with a factor 0.8, while the dispersion between the different lengths is greater for the other instruments of the family. The further the compass of a recorder from the compass of the alto recorder, the greater the dispersion between the normalised lengths.

It is interesting to note that the normalised distance  $W$  is the length that varies the less from one recorder to another. For low-compassed recorder, this length is reduced comparatively to the alto recorder. It is raised comparatively to the alto recorder for high-compassed ones.

The normalised pipe diameter varies between  $\frac{1}{2}$  and almost 2. We know that the quality factor of the resonances of a pipe are tightly linked to its diameter. Thus, the diameter of the pipe has to follow the variations of the pipe length to ensure a constant quality factor. Each quality factor reaches a maximum at a given pipe radius, depending on the mode rank. For values smaller than this radius, viscothermal loss are predominant [94, 68, 23]. Over this radius, the loss is dominated by the open end radiations. A compromise has to be made in the pipe radius to ensure to have a sufficient quality factor for the first resonances of the pipe.

The mouth of the instrument presents a constriction and thus causes an acoustic length correction. The maker is then expected to adjust the mouth surface in relation to the section of the pipe. Figure 7.4 shows the ratios of the mouth surface and the pipe section for the five recorders, normalised with this ratio measured on the alto recorder.

Figure 7.4 shows that this ratio increases when the compass gets higher. This variation is quite slow, as the relative ratio increases of a factor two from the lower to the higher recorder. This means that the mouth surfaces are comparatively small in the low compassed instruments.

### 7.3.2 Mouth pressure - flow characteristic

In its functioning, the recorder is excited by a flow, but the parameter controlled by the player is the pressure inside his mouth. Through measurements on flute players, Cossette *et al.* [32] showed that players use antagonistic muscles in order to control the air flow during the playing. This way, they can finely control their mouth pressure. In the recorder playing, the *resistance* of the channel helps to control the flow. The model usually admitted assumes that the jet velocity is given by the Bernoulli equation (7.6) :

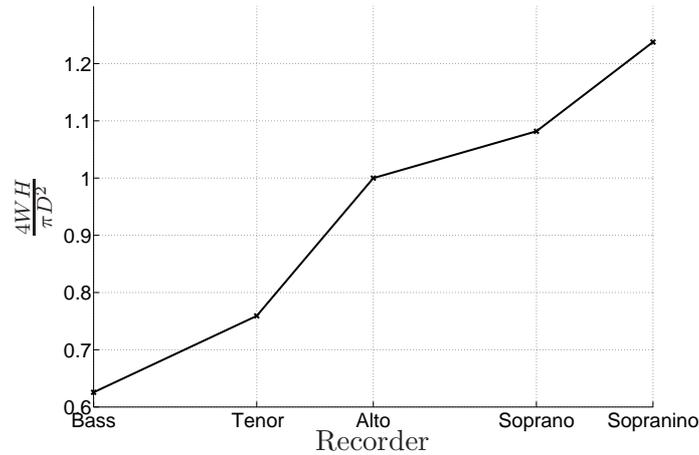


FIG. 7.4: Ratio of the mouth surface and the pipe section for the five flutes of the family, normalised by the ratio for the alto recorder

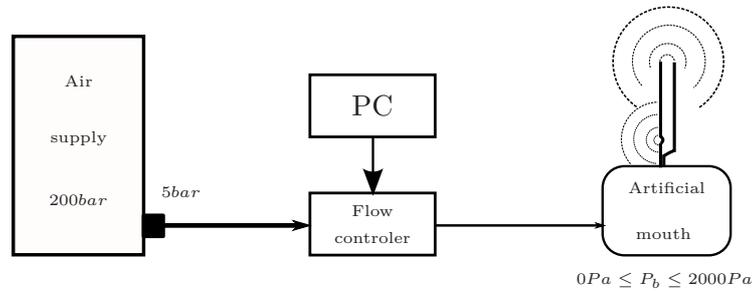


FIG. 7.5: Experimental setup for the measurement of the mouth pressure - flow characteristic

$$u_j = \sqrt{\frac{2P_m}{\rho}}, \quad (7.6)$$

where  $P_m$  is the blowing pressure, measured in the mouth of the player.

This model assumes that there are no viscous losses in the channel. According to the players and the makers, the feeling of a *resistance* to the blowing is an important parameter, as it allows a finer control of the flow. The shape and the length of the channel determine the relation between the mouth pressure and the resulting air flow [107].

The relation between the mouth pressure and the flow entering the channel is measured for the five recorders of the family. Figure 7.5 shows the experimental setup used to measure the channel characteristics. The flow is controlled with a flow regulator (Brooks 5851S) and the mouth pressure is measured with a manometer (Digitron 2020P). Figure 7.6 shows the mouth pressure-flow characteristics for the five recorder.

For a given pressure, the flows measured are quite different, from a recorder to another : the lower is the compass, the greater is the flow. This follows the measurement shown on figure 7.1, since the channels widths and heights are greater in the low compassed recorders. Considering that a low compassed recorder needs a greater flow to be blown than a high-compassed one, this result seems quite intuitive.

The figure 7.6 shows that the mouth pressure - flow characteristics of the Tenor and the Bass

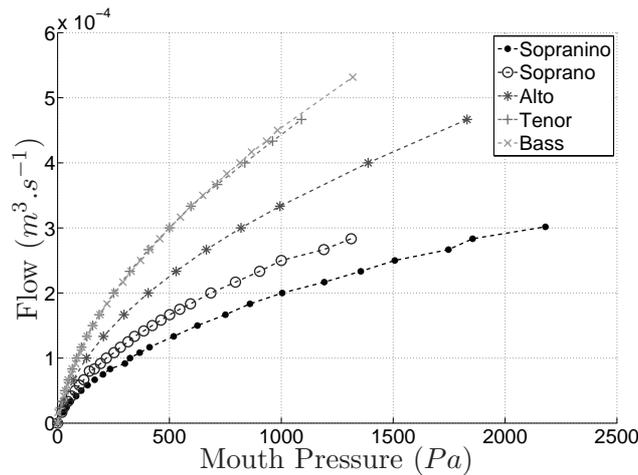
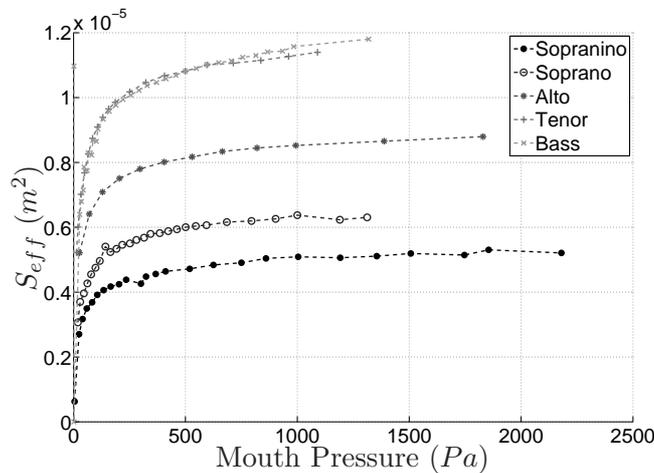


FIG. 7.6: Air flow through the channel as a function of the mouth pressure

FIG. 7.7: Pressure-flow ( $P - Q$ ) characteristics normalised with the velocity computed from the Bernoulli relation, plotted as an effective cross section  $S_{eff} = Q / \sqrt{\frac{2P_m}{\rho}}$ 

recorder are almost identical. This may be related to the blowing capacities of the players : a recorder requiring more air flow would not allow to play sustained notes.

In order to consider the characteristics in terms of *resistance*, flows are normalised with the theoretical flow given by the Bernoulli equation (7.6). Figure 7.7 shows the normalised pressure-flow characteristics. When the mouth pressure increases, the flow tends to behave with the Bernoulli's law, as observed by Martin [78]. In this representation, the curves tend asymptotically to an equivalent channel surface. Despite the great differences between the lengths of the different recorders, the rate of convergence with which the flow tends to behave like a Bernoulli flow is very similar in all the recorders.

## 7.4 Measurements on players

A specificity of the flutes families relies on the fact that a player is supposed to be able to play with any of the instruments.

A second step of the study is thus the measurement of the control parameters of a player in

order to understand the adaptation from an instrument to the other.

### 7.4.1 Experimental set up

The instruments studied are tweaked in order to experiment with a player. A hole is made in the resonator close to the labium (one bore diameter from the block) so that the pressure sensor (B&K 4938) can be inserted to measure the inner pressure of the instrument. Along the channel of the instrument, another hole is put in order to have access to the mouth pressure of the player, with a calibrated differential piezo-resistive pressure sensor (Honeywell 176PC14HG1) placed inside the mouth of the player through a soft tube (25cm long and 1mm internal diameter). The bandpass of the sensor stands between 0Hz and 2kHz.

The player is asked to play several tasks, from scales to excerpts of musical pieces. Both the mouth pressure and the inner pressure are recorded, together with the radiated pressure. The radiated pressure is measured using mk 6 Schoeps microphones in omnidirectionnal mode, at a distance of around 60cm from the player. Recording the inner pressure limits the measurements to be disturbed by the acoustic of the room. Fundamental frequency detections are made using the YIN algorithm [36] on the inner acoustic pressure signal. The beginning and end of each note is taken by hand.

### 7.4.2 Analysis of a scale

Playing scales is a typical exercise in learning an instrument, and is quite automatic after several years of practice. As no musical expression is involved, a scale is expected to provide standard control parameters.

The figure 7.8 presents the mouth pressure as a function of the note played for the five recorders, measured in the playing of a chromatic scale. The median and the distance between the first and third quartiles [103] of the mouth pressure are represented for each note. For a given recorder, the mouth pressure increases with the pitch. At the highest notes, a discontinuity of the mouth pressure is observed (this discontinuity may be easier to observe on the flow curves figure 7.9).

This discontinuity of the control pressure may be linked to a transition to turbulence. Table 7.2 shows the estimation of the Reynolds number of the jet  $Re = \frac{u_j h_{eff}}{\nu}$ , where  $\nu$  is the cinematic viscosity of air,  $U_j$  is the velocity of the jet estimated from the mouth pressure with the Bernoulli relation (equation 7.6), and  $h_{eff}$  is the effective height of the windway exit, obtained by dividing the effective section  $S_{eff}$  by the channel width measured.

The Reynolds number is estimated for two notes : the note juste before the discontinuity, that we call *transition note*, and the highest pitched note of each instrument. Please note that the bass recorder does not present transition note. A transition to turbulence can be expected for  $1000 \leq Re \leq 2000$ .

The Reynolds numbers computed for the transition notes stand between  $2200 \leq Re \leq 2700$ . Again, one should note that using the Bernoulli relation to estimate the jet velocity leads to an overestimation of this velocity, and thus of the Reynolds number. It is interesting to note that the value of the Reynolds number computed with the highest pitched note of the bass recorder (which does not present discontinuity in the mouth pressure) is slightly lower than the Reynolds numbers computed for the transition notes of the other recorders. This may be a clue indicating that the jet in the bass recorder never reached the transition to turbulence in the experiments.

This discontinuity excepted, the logarithm of the mouth pressure seems to evolve linearly with the pitch, or, more generally, the logarithm of the frequency.

Considering the whole family instead of one recorder, it appears that the mouth pressure needed to play depends on the fingering rather than on the pitch. The overall pressure range

Recorder	Transition Reynolds	Highest note Reynolds
Bass	/	2047
Tenor	2371	2612
Alto	2239	2290
Soprano	2541	2028
Sopranino	2378	2930

TAB. 7.2: Estimation of the Reynolds number of the jet at the *transition note* and for the highest note of each recorder

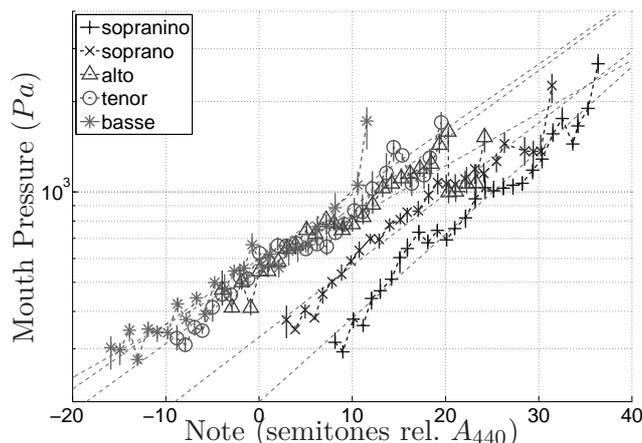


FIG. 7.8: Mouth pressure versus note played for the five flutes in a chromatic scale playing

stands between  $300Pa$  and  $3000Pa$ . This is an important observation, as it means that despite the great differences of compass between the highest and the lowest recorders, the playing technique does not differ much in terms of blowing pressure. From the maker point of view, this can be seen as the way to help the player to adapt on the different recorders. However, the same pressure does not lead to the same flow in the different recorders (see figure 7.6).

Figure 7.9 shows the excitation flow of the different recorders for the same task. The flows are estimated by interpolation of the characteristics of figure 7.6 when the pressure range stands in the range of the characteristics measurement. Outside this range, the flow is estimated with the Bernoulli equation with the equivalent surface deduced from the data presented on figure 7.7.

In this representation, it becomes clear that on their whole compass, the recorders are excited on different registers. Especially for the highest notes, where a sudden decrease of the flow can be seen.

### 7.4.3 Recorder, pitch and spectral centroid

One key point in a family is to keep a sound unity among the different instruments. As with the lengths of the recorders, the spectra of the sound produced by two different recorders are not expected to be related with an homothetic relation. An homothetical relation between the spectra of the different recorders would result in a very dull sound for the low compassed ones, or a very piercing sound for the high compassed ones. In particular, the maker is expected to enhance the spectrum in the high frequency for the low pitched notes to preserve the audibility

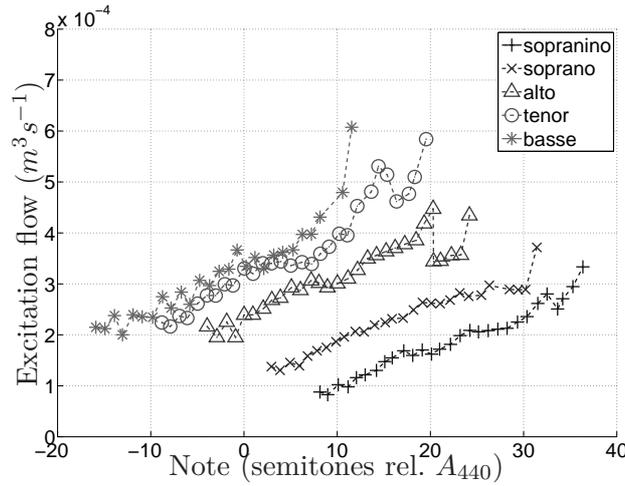


FIG. 7.9: Excitation flow versus note played for the five flutes in a chromatic scale playing

over the tessitura of the whole family.

We use the spectral centroid *CGS* (Grey & Gordon [58]) to describe the balance between high and low frequencies :

$$CGS = \frac{\sum_{f=0}^{Fs} f |A(f)|}{\sum |A(f)|}, \quad (7.7)$$

where  $|A(f)|$  is the modulus of the spectrum, and  $Fs$  is the sampling frequency.

The spectral centroid increases with the frequency of the note played. A more remarkable result is that for a given note played with different recorders, the spectral centroid is of the same order of magnitude. As a consequence, the evolution of the spectral centroid over the tessitura of the whole family is continuous : there is no gap in the spectral centroid between recorders.

The gap between the lowest and the highest notes played in this study is 52 semitones, corresponding to more than 4 octaves, that is, a frequency ratio of more than 16 for the fundamental frequencies. On the other hand, the spectral centroid varies between approximately  $500Hz$  for the lowest note and approximately  $4000Hz$  for the highest note. Thus, the variations of the spectral centroid are less than a half of the pitch variations over the whole tessitura.

Figures 7.10 and 7.11 show the spectral centroid on the spectrograms of the inner pressure field of the bass and soprano recorders. The frequency of the centroid is of the order of magnitude of the third harmonic for lowest notes of the bass recorder, while it follows the fundamental for the soprano recorder.

It is noteworthy that in the frequency range of the spectral centroid presented in figures 7.10 and 7.11, the acoustic pressure radiated through the blown end can be approximated by the inner pressure, as discussed in section 7.2.

## 7.5 Discussion

In the making of a recorder family, some parameters have to be tuned in accordance with the physics of the instruments. Thus, the lengths and diameters of the resonators as the mouth surface depend merely on the compass of each instrument. Other parameters can be tuned with more freedom and reflect the will of the maker, and some are related to the human physiology.

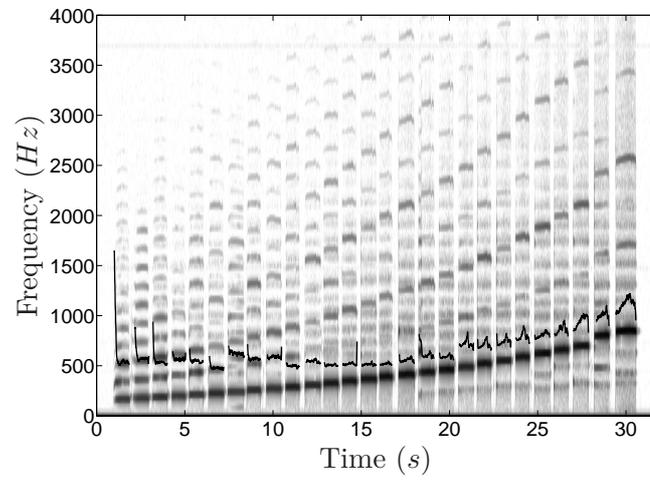


FIG. 7.10: Representation of the spectral centroid (black line) on the spectrogram for the bass recorder

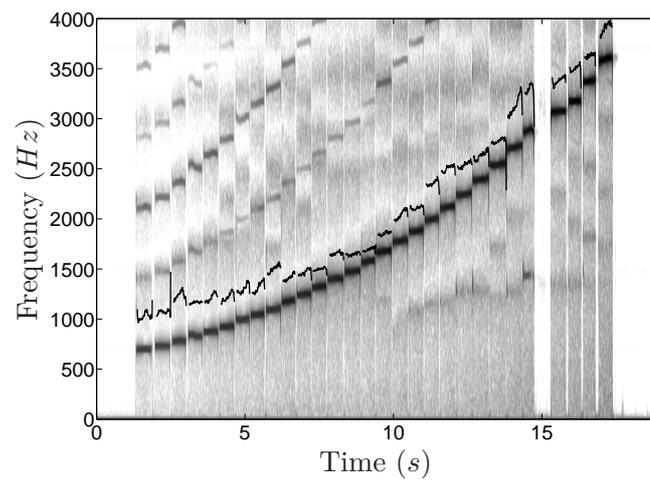


FIG. 7.11: Representation of the spectral centroid (black line) on the spectrogram for the soprano recorder

### 7.5.1 Dimensions of the instruments

As already noticed the lengths of the different recorders of the family are not homothetically related. With an homothetic relation between the lengths of the recorders, each recorder would need to be played by a player whose capacities are related with the compass. In a first place, the maker has thus to tune the parameters of the instruments so that they can be played by the same player.

Figure 7.8 shows on a scale task that the mouth pressure used to play depends on the fingering of the instrument rather than on the played note. But considering these measurements together with the mouth pressure - flow characteristics (figure 7.6) shows that the incoming flow is different from an instrument to an other with the same mouth pressure (figure 7.9).

The maker can tune the required mouth pressure and the incoming flow independently by tweaking the channel geometry and the jet width. This provides the *resistance* needed to increase the mouth pressure while playing. This *resistance* can be illustrated considering the normalised characteristics (figure 7.7) : for the playing range observed, the flow inside the channel is closer to a Bernoulli flow with recorders presenting a higher compass than with recorders presenting a lower compass, while the flow is greater with low-compassed recorders.

On figure 7.12, the diameters of the recorders (table 7.1) are compared with the pipe diameters of the Prestant organ stop of the *basilique de la Madeleine* in Saint-Maximin, as measured by Cheron [24]. The pipe diameters of the organ are fitted with Fletcher's empirical law [48]. It is remarkable that in the middle of their tessitura, the recorder pipe diameters fit very well with the organ pipe diameters. The representation of the recorder diameters assumes that the bores are cylindrical and does not take into account tone holes. Thus, it should be considered as a representation of the order of magnitude.

On the same figure, the results of the computation of the pipe diameter maximising the quality factor of the three first resonances of an open-open cylindrical pipe are also displayed. The detail of the computation is presented in appendix A.1.

The principle of this computation is not new and is based on the same principle as the calculus of the pipe diameter variation law derived by Fletcher & Rossing [49], that leads to similar results. However, the value of the quality factor  $Q_n$  of the  $n$ th resonance of the pipe is here directly estimated, and leads to the variation law of the pipe diameter that appears to be a power of the frequency.

In a simplified description of the oscillation in a recorder as a looped system (Chaigne & Kergomard [23]), the quality factor is an important parameter since it controls the slope of the phase shift around the resonances. This determines the frequency shift with the blowing blowing. The amplitude of the pipe response should as well be considered, especially around the oscillation threshold.

Moreover, considering a cylindrical pipe open at both ends may seem to be an oversimplification. Again, the aim of this estimation is to be as simple as possible, and adding the conicity, the constriction at the end of the pipe and the tone holes would be necessary for an accurate calculation for each fingering.

It is worth to note that the pipe diameters are of the same order of magnitude. Please note that the computation takes into account radiation and viscothermal losses in the pipe [76, 23], but neither the conicity of the recorder pipes, nor the tone-holes, open or closed.

Considering figure 7.12, it seems that pipe diameters are greater than the diameter maximising the quality factor of any pipe mode. For diameters greater than the diameter maximising the quality factor of a mode, losses are dominated by sound radiation. The recorders diameters plot do not take account of the conicity of the resonator either.

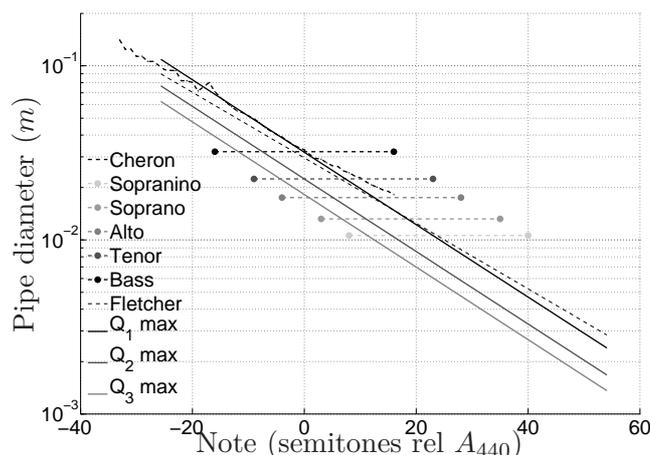


FIG. 7.12: Comparison between the diameters of organ pipes with the diameters of the recorders versus the note played. The optimal diameters of cylindrical open-pipes, in terms of modes quality factors are displayed as well as Fletcher's empirical law for pipes diameters

### 7.5.2 Mouth pressure

As noticed on figure 7.8, the natural logarithm<sup>1</sup> of the mouth pressure evolves linearly with the note played (relatively to  $A_{440}$ ) for each flute. This can be written as :

$$\ln P_m = A \left[ 12 \log_2 \left( \frac{f}{440} \right) \right] + \ln P_{440}, \quad (7.8)$$

where  $A$  expresses the slope of the linear fit, and  $P_{440}$  the mouth pressure used to play an  $A_{440}$  within the fit. Equation 7.8 can be rewritten as :

$$P_m = P_{440} \left( \frac{f}{440} \right)^{\frac{12A}{\ln 2}} \quad (7.9)$$

This is of course a very crude approximation, as it fits with the same curve the different blowing pressure needed for the different registers of the instrument. The exponent  $\alpha = \frac{12A}{\ln 2}$  expresses the slope of the linear fit, and  $P_{440}$  is the reference blowing pressure at  $440Hz$ . The values of these parameters are displayed respectively on figures 7.13a and 7.13b.

As in the figure 7.4, the alto recorder seems to mark a breaking between the recorders : its reference blowing pressure appears to be slightly higher, and the slope of its playing pressure lower than one could expect considering the reference pressures of the other recorders.

### 7.5.3 Sound amplitude

For the purpose of being played together, the relative sound intensities of the recorders have to be of the same order of magnitude. Figure 7.14 presents the acoustic pressure amplitude, in dB SPL, measured inside the instrument as a function of the note played. Please note that the inner field is composed by stationary waves, and the amplitude is a function of the position of the microphone in the resonator. In all the recorders, the microphone is mounted, at a distance of one bore diameter from the block.

As shown in figure 7.14, the sound amplitude raises with the frequency within a range of  $20dB$ , and a slope of approximatively  $10dB$  per octave. This might be linked to the fact that

<sup>1</sup>Please note that the figure 7.8 is plotted on a  $\log_{10}$  scale

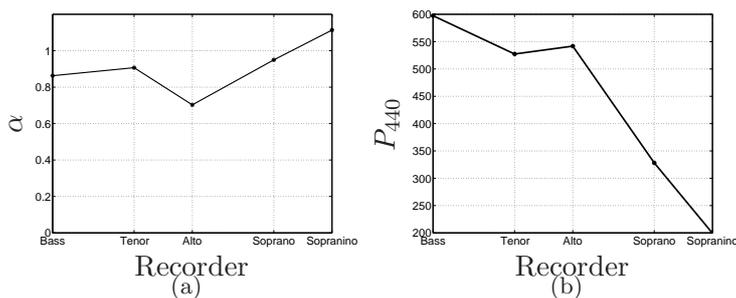


FIG. 7.13: Parameters  $e^\alpha$  and  $P_{440}$ , the reference blowing pressure at  $440Hz$ , of the fit of the mouth pressure

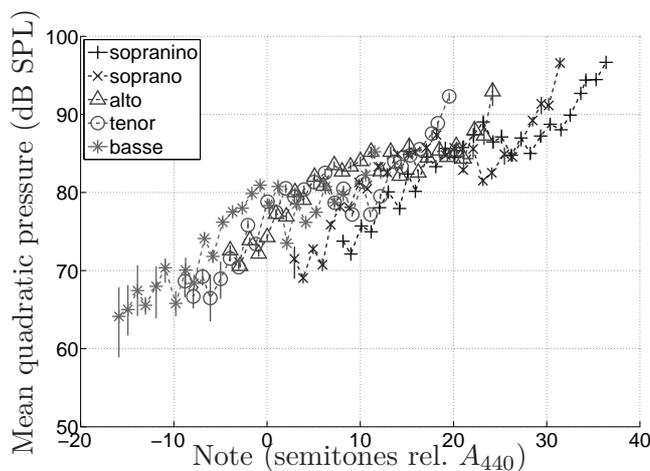


FIG. 7.14: Inner mean quadratic acoustic pressure as a function of the note played, measured at a distance of one bore diameter from the block

the source strength is, as a first approximation, proportionnal to the total jet flow. The mean quadratic pressure of the inner field presents also discontinuities at register changes with each recorder.

The radiated pressure has been recorded with a Schoeps mk 6 microphone couple in an acoustically untreated room. The microphones have not been calibrated and the intensity scale is relative to 1.

One key difference between figures 7.14 and 7.15 is the differences of sound pressure. While the slopes of the sound amplitudes versus the note played are of the same order of magnitude in the inner and radiated field, the differences between the recorders are reduced in the radiated field. One has to be careful with the interpretation of the radiated amplitude, as the room is acoustically untreated. Moreover, the instrument radiates through different holes, which leads to complicated interference patterns.

### 7.5.4 Dimensionless velocity

As already said, some of the making parameters of a recorder, as the pipe length, are determined by the physics of the instrument. On a second place, the making parameters can be used in order to tune the sounding of the instruments. Again, with homothetical relations between the excitation mechanisms of the recorder, the resulting spectra would be related with homothetic

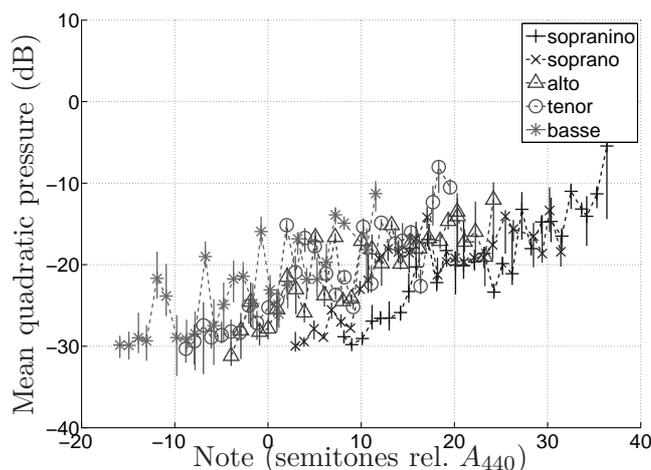


FIG. 7.15: Mean quadratic pressure as a function of the note played for the radiated pressure, measured at a distance of 60cm from the recorder

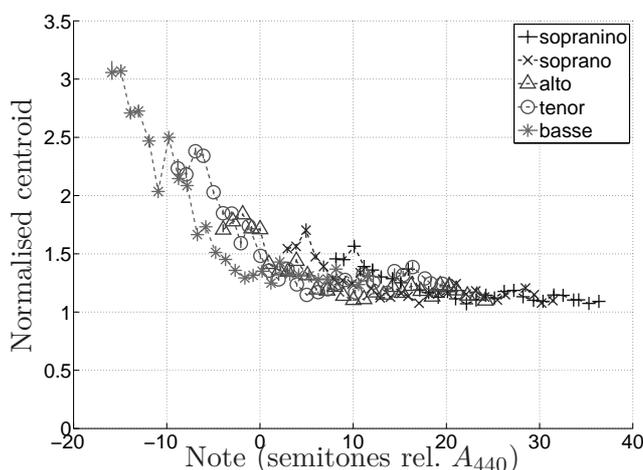


FIG. 7.16: Normalised spectral centroid calculated on the inner sound field with the scale task

relations, leading to a dull sound for low compassed recorders.

Normalising the spectral centroid with the fundamental frequency measured shows an emphasis of the higher frequency for low-compassed recorders. Moreover, the normalised centroid tends to the unity for the highest notes (figure 7.16). As observed in figures 7.10 and 7.11, for the lowest notes, the normalised centroid tends to 3 and tends to 1 at highest pitches. At a given pitch played with different recorders, the normalised spectral centroids are of the same order of magnitude.

It is noteworthy that the normalised centroid presents a change in slope around  $A_{440}$ . The centroid raises fastly when the pitch becomes lower, but decreases slowly when the pitch becomes higher than  $440Hz$ .

As discussed in section 7.2, the dimensionless velocity  $\theta = \frac{U_j}{fW}$  is a good indicator of the blowing state of the instrument. In particular, spectral enrichment is observed when  $\theta$  raises. It has been observed in section 7.3.1 that the distance between the channel exit and the labium,  $W$ , is comparatively short fo low compassed recorders than for high-compassed ones. Keeping

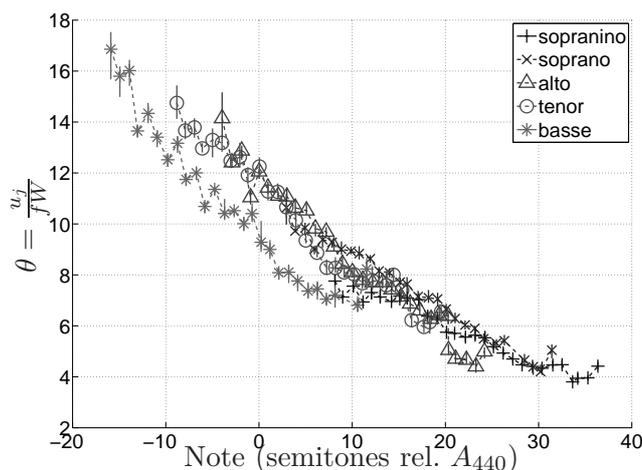


FIG. 7.17: Dimensionless velocity  $\theta$  as a function of the note played for the five recorders

the other parameters fixed, this leads  $\theta$  to be relatively higher in low-compassed recorders than in high-compassed ones.

Figure 7.17 shows the dimensionless velocity of the jet as a function of the note played for the five recorders. The jet velocity is computed with the Bernoulli's relation, due to the lack of knowledge on the velocity profile of the jet and on the channel exit surface. Thus, the dimensionless velocity  $\theta$  is slightly overestimated. However, comparing the mouth pressures measured on figure 7.8 with the normalised characteristics on figure 7.7, leads to think that the approximation is good, except for the very low notes of each instrument.

Except for the bass recorder, the dimensionless velocities  $\theta$  of the different recorders match for a given note. On the whole compass of the family,  $\theta$  decreases linearly when the pitch of the note increases. Around  $A_{440}$ , values of  $\theta$  are  $8 \leq \theta \leq 12$ . Below this pitch, the inner sound field presents an enrichment (figure 7.16), and the values of  $\theta$  are consistant with the measurement by Verge *et al.* [111].

## 7.6 Conclusion

The study presented in this paper aims at understanding the characteristics of the different recorders that contribute to build a homogenous family through a greater than 4 octaves compass. The study is based on geometrical measurements on five handmade recorders designed to provide a homogenous family. The data is interpreted within the framework of the current knowledge on aeroacoustic sound production in flute-like instruments.

The main results indicate that the family is designed to provide an easy and homogenous control of the five instruments by using a common blowing pressure range, corresponding to a similar behaviour of the mouth pressure-flow characteristic. This may provide a homogenous feeling of *resistance* for the five recorders. The sounding homogeneity of the family is controled both through a higher excitation flow in the low pitched instruments and an increase of the spectral content for the low notes.

Our study is restricted to a specific recorder family and the result presented should be compared to others families in order to settle whether the ideas are general or specific to the family studied. Moreover, blowing and sounding parameters were studied for only one player. This also restricts the conclusions, eventhough the scale task studied here does not appear to be highly dependant on the players as far as mean blowing pressures are studied.

## Acknowledgements

The authors wish to thanks N. Fourdrin, E. Benguigui, L. Colson, J.-L. Boudreau, J.-Y. Roosen. This work has been supported by the french Agence Nationale de la Recherche's CONSONNES project.



# Conclusion

Le travail présenté dans ce document concerne l'influence de la géométrie de la lumière sur le jet dans un instrument de type flûte à bec ; il comporte une partie expérimentale, des simulations numériques, ainsi que de la modélisation d'écoulement.

La géométrie de la lumière est connue par les facteurs et les musiciens comme un élément déterminant de la qualité d'un instrument. Cependant son influence sur le comportement des écoulements est encore mal comprise.

Dans un premier temps, l'effet de la géométrie sur la naissance d'un jet est étudiée expérimentalement et numériquement. Cette étude est motivée par des résultats de la littérature, montrant des différences de comportement dans les transitoires d'attaque d'une flûte à bec simplifiée, selon le type de géométrie de la lumière.

Le dispositif expérimental consiste en la visualisation par la méthode des Schlieren du jet émergent de trois géométries types : une géométrie droite, des chanfreins à quarante-cinq degrés, et une géométrie présentant des arrondis. Les visualisations sont filmées à la caméra rapide.

Les visualisations ne montrent pas de grande influence de la géométrie sur la largeur du champignon, ni du jet aux points de décollement. L'analyse des profils de vitesse dans les simulations numériques confirment cette observation, et met en lumière la dépendance de cette largeur au nombre de Reynolds de l'écoulement.

Un modèle de réceptivité d'un jet à une perturbation transverse, tenant compte de la géométrie de la lumière est développé. Comportant nombre d'hypothèses simplificatrices, ce modèle prédit néanmoins une influence de la géométrie de la lumière sur le comportement du jet, selon la pression de contrôle et la fréquence de jeu, en décomposant la perturbation du champ acoustique selon une composante transversale et longitudinale.

L'observation de l'harmonisation d'une flûte par un facteur montre les effets considérables découlant de la présence de chanfreins, tant sur la stabilité des régimes de l'instrument que sur son timbre et son *volume sonore*.

L'influence de la géométrie sur la stabilité des régimes est explorée expérimentalement à travers le jeu à la bouche artificielle d'une flûte à bec dont la géométrie de la lumière peut être changée. Le comportement de cet instrument est étudié avec des géométries droite, présentant des chanfreins à 45 degrés, et présentant de arrondis.

L'étude des régimes de l'instrument pour les différents bocs confirme l'influence de la géométrie de la lumière sur le comportement de l'instrument. Ainsi, la protection offerte par le retrait de la lumière de l'influence directe du champ acoustique issu du résonateur, par l'intermédiaire de chanfreins ou d'arrondis semble améliorer considérablement la stabilité des régimes de l'instrument.

L'étude du comportement de la flûte lors d'attaques montre également des différences de durée de transitoire selon le type de géométrie. La durée des régimes transitoires apparaît comme

étant reliée à la stabilité des régimes de l'instrument, et augmente à l'abord des seuils de changement de régime.

La simplification du modèle de réceptivité indique que selon les paramètres de contrôle et la fréquence de jeu, la contribution transversale ou longitudinale peut devenir dominante. La vitesse adimensionnée critique  $\theta_c$ , synthétisant le comportement de la réceptivité du jet selon l'angle de pénétration des perturbations, apparaît être un critère de prédiction de la stabilité des régimes.

Parallèlement, la mesure des paramètres de contrôle de flûtistes expérimentées montre une adaptation du jeu à la géométrie de l'excitateur. Bien que le lien entre la géométrie de la lumière et l'adaptation du contrôle ne semble pas être unilatéral, cela montre le rôle important joué par ces paramètres de facture sur la sonorité et le comportement d'un instrument, ainsi que sur le jeu d'un instrumentiste.

En particulier, il ressort de l'étude d'une famille de flûtes à bec que le dimensionnement du système excitateur (canal, chanfreins, distance au biseau) est effectué de sorte que, d'une part, les paramètres de contrôle soient homogène sur tous les instruments, et d'autre part que le timbre de la famille (étudié à travers le centre de gravité spectral) soit homogène.

## Perspectives

Le travail présenté dans ce manuscrit confirme donc l'influence de détails fins de la géométrie du système excitateur des flûtes, telle qu'elle a pu être observée ; la modélisation de l'influence de la géométrie sur la réceptivité du jet est encourageante, dans le sens où elle prédit des différences de comportement selon le type de géométrie.

Cependant, le comportement du modèle doit être confronté à l'expérience de façon à évaluer sa validité. Pour ce faire, le modèle de synthèse doit être utilisé dans les mêmes conditions qu'à la bouche artificielle (consignes de pression en rampe et en créneaux). Ainsi, les pressions de changement de régime peuvent être mesurées précisément, de même que le contenu spectral du champ de pression interne de l'instrument aux seuils de changement de régime. L'acquisition des données générées par le programme nécessite cependant un effort d'implémentation supplémentaire.

La modélisation de la réceptivité du jet repose sur de nombreuses approximations. En particulier, l'hypothèse consistant à considérer un système invariant par translation conduit à négliger les termes convectifs, surestimant ainsi les termes de dérivées temporelles. Ces simplifications sont de plus contradictoires avec le fait que l'interaction entre le jet et le champ acoustique est localisée aux points de décollement.

De plus, De la Cuadra [37] a montré expérimentalement le lien entre l'amplitude d'oscillation du jet à sa naissance et l'épaisseur des couches limites acoustiques et de l'écoulement. Ce lien est confirmé lors de l'harmonisation d'une flûte à bec, par le rôle joué par la voute du canal, contrôlant le développement des couches limites de l'écoulement. Le modèle de réceptivité présenté dans ce manuscrit considère un écoulement de Poiseuille, c'est-à-dire dont les couches limites sont complètement développées.

La poursuite de la modélisation de l'effet des paramètres de facture concernerait donc la prise en compte du développement des couches limites du jet, tributaire de la géométrie interne du canal.

Une autre approche consiste à effectuer un calcul numérique de l'instrument complet. Ceci

représente une gageure, étant données les différentes échelles et approximations utilisées pour décrire les écoulements selon les parties de l'instrument.

Le code SAFARI, développé à EDF, est un code de résolution multi-domaine des équations de Navier-Stokes compressibles. Ainsi, différentes résolutions spatiales peuvent être employées selon les échelles des phénomènes étudiés. De plus, le caractère faiblement dispersif du schéma de résolution employé permet une grande précision quant à l'acoustique de l'instrument.

Des simulations numériques de l'instrument complet ont été entreprises, mais étant donnée la complexité du problème, le coût de calcul s'avère être très élevé : les calculs effectués sur deux cents processeurs pendant plusieurs dizaines d'heures permettent de décrire les écoulements dans l'instrument complet pendant les toutes premières millisecondes seulement. À titre de comparaison, les simulations numériques effectuées avec GERRIS présentées dans ce document, décrites par les équations de Navier-Stokes incompressibles et ne pouvant donc pas rendre compte de l'acoustique, et bi-dimensionnelles représentent des temps de calcul de l'ordre de quelques heures sur un processeur standard.

Des simulations préliminaires en trois dimensions de départs de jets ont fait apparaître des effets spectaculaires de déformation du champignon initial. En effet, ce dernier est formé d'un anneau tourbillonnaire, qui se contracte alternativement selon deux directions.

Ce phénomène n'a jamais été observé dans le cadre de nos expériences, dimensionnées de telle sorte à favoriser un comportement bi-dimensionnel des écoulements ; cependant, il est peu probable qu'il y soit inexistant, et il est possible qu'il joue un rôle sur le comportement du jet lors de sa naissance. La quantification de l'influence de ces effets tri-dimensionnels sur les expérimentations et leurs écarts avec les simulations purement bi-dimensionnelles semble nécessaire.

Le jeu de l'instrument à la bouche artificielle permet d'observer des comportements impossibles à obtenir dans d'autres conditions de jeu, en particulier près des seuils d'oscillation, où le système est extrêmement instable. Un accès à de telles zones de fonctionnement peut s'avérer très riche en renseignements sur le fonctionnement physique de l'instrument.

De plus, les études de plus en plus nombreuses des paramètres de contrôle mesurés lors du jeu d'instrumentistes tendent à montrer que le comportement des instruments de musique peut être complètement différent d'avec une bouche artificielle. Il semble donc que certains paramètres fondamentaux ne sont actuellement pas pris en comptes ou considérés comme secondaires dans les modèles actuels.

Enfin, malgré le manque des données de contrôle et de pression interne dans la flûte harmonisée, l'analyse du son rayonné par l'instrument peut être plus poussée, en considérant que les différentes étapes de l'harmonisation peuvent être rapprochées des géométries étudiées à la bouche artificielle, en particulier de la géométrie droite (avant harmonisation) et des différents types de chanfreins.

Le synthétiseur par modélisation physique développé par De la Cuadra offre de plus l'opportunité de synthétiser le comportement de l'instrument lors des différentes étapes de l'harmonisation. Bien qu'irréaliste dans l'état actuel des connaissances, la synthèse par modèle physique de flûte pourrait alors être employée dans un but prédictif, pour assister la facture instrumentale.





## Troisième partie

# Annexes



## Annexe A

# Estimation of the variations of the quality factor of a pipe with its radius

### A.1 Estimation of the variations of the quality factor of a pipe with its radius

The passive resonances of an open-open pipe are studied here. At frequency close to the resonance frequencies of the pipe, a great part of the acoustic energy is kept in the pipe in the form of stationary waves, while a small part of the energy is dissipated by two mechanisms : viscothermal losses near the walls of the pipe, and acoustic radiation at the extremities. The quality factor describes the ratio of energy kept by the pipe near a resonance frequency with the quantity of energy lost.

The quantity of energy loss affects the quality factor  $Q_n$  of the resonance modes of the pipe. Moreover, losses are dependent of the pipe radius : for narrow pipes, viscous losses are dominant. In the case of very wide pipes, the energy is lost through radiations.

We intend here to estimate the quality factor  $Q_n$  of the different resonance modes of an open pipe, as a function of the radius  $a = \frac{D}{2}$  of the pipe. The following discussion is only valid for low levels, for which waves are governed by the linear acoustics laws. The solution is written using a perturbation method under the assumption of low frequencies  $\frac{2\pi}{k} \gg a$ , and pipe radiuses large compared to the thickness of the boundary layers.

At low frequencies, plane waves travel in the pipe. For harmonic excitation, the acoustic pressure and velocity are of the form :

$$\begin{cases} p(x, t) &= (Ae^{-jkx} + Be^{jkx})e^{j\omega t} \\ v(x, t) &= \frac{1}{\rho c}(Ae^{-jkx} - Be^{jkx})e^{j\omega t} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

At low frequencies, the radiation efficiency is very poor, so that  $|B| \approx |A|$  and the waves are stationary. The acoustic impedance at the abscissa  $x$  is then written  $Z(x) = -j\rho c \tan(Kx - \varphi)$ .

At  $x = L$ , the acoustic impedance is given by the radiation impedance (Levine et Schwinger [76]) ; then, writting the low frequency developement of the radiation impedance :

$$-j\rho c \tan(KL - \varphi) = \rho c \left( \frac{1}{4}k^2 a^2 + j0.6ka \right)$$

At low frequencies, the modulus of the radiation impedance is low compared to  $\rho c$ . With a

first order development, we get :

$$-\varphi = -KL + j\frac{1}{4}k^2a^2 - 0.6ka \quad (\text{A.2})$$

At  $x = 0$ , the impedance of the pipe is a radiation impedance :

$$-j \tan(-\varphi) = -\frac{1}{4}k^2a^2 - j0.6ka$$

Using the  $\pi$ -periodicity of the  $\tan(x)$  function, and the low modulus of the radiation impedance we get :

$$\varphi = j\frac{1}{4}k_n^2a^2 - 0.6k_na - n\pi \quad (\text{A.3})$$

And combining equations A.2 and A.3, brings :

$$K_nL + 1.2k_na - j\frac{1}{2}k_n^2a^2 = n\pi \quad (\text{A.4})$$

There is no viscous losses outside the pipe. The dispersion relation is simply  $k_n = \frac{\omega_n}{c}$ , where  $\omega$  is the pulsation of the wave, and  $c$  the propagation velocity of waves. Inside the pipe, viscous losses and thermal transfer exist, and the dispersion relation of the waves is written  $K_n = \frac{\omega_n}{c} + (1-j)\chi_n$ , where  $\chi_n = 3 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{f_n}}{a} = \chi'_n \frac{\sqrt{f_n}}{a}$  (Chaigne and Kergomard [23]).

Equation A.4 can then be rewritten :

$$\frac{\omega_n}{c}(L + 1.2a) + \chi_nL - j\left(\chi_nL + \frac{1}{2}\frac{\omega_n^2}{c^2}a^2\right) = n\pi \quad (\text{A.5})$$

The quality factor  $Q_n$  is defined such as :  $\omega_n = \Omega_n \left(1 + \frac{j}{2Q_n}\right)$ . Which leads to :

$$\frac{\Omega_n}{c}(L + 1.2a) + \chi_nL + \frac{\Omega_n^2a^2}{2c^2Q_n} + j\left[\frac{\Omega_n}{2cQ_n}(L + 1.2a) - \chi_nL - \frac{\Omega_n^2a^2}{2c^2}\right] = n\pi \quad (\text{A.6})$$

The real part of equation A.6 can be approximated simply by  $\Omega_n \approx \frac{n\pi c}{L+1.2a}$ . Putting  $\Omega_n$  in the imaginary part of equation A.6, we get finally :

$$Q_n = \frac{\Omega_n}{2c} \frac{L + 1.2a}{\chi_nL + \frac{\Omega_n^2a^2}{2c^2}} \quad (\text{A.7})$$

Figure A.1 shows the variation of the quality factors of the five first resonances of a 64cm long pipe open at both ends, versus the pipe radius.

Searching  $a$  such as  $\frac{\partial Q_n}{\partial a} = 0$  leads to :

$$-1.2\frac{\Omega_n^2}{2c^2}a^4 - 2\frac{\Omega_n^2L}{2c^2}a^3 + 2.4 \times \chi'_n \sqrt{\frac{\Omega_n}{2\pi}}La + \chi'_nL^2 = 0 \quad (\text{A.8})$$

Figure 7.12 is drawn by solving equation A.8 numerically for different pipe lengths.

As shown by Chaigne & Kergomard [23], the constriction at the active end of the pipe acts as a mass that can be expressed as a length correction  $\Delta L$ , added to the pipe length  $L$ . In the equations (A.4) to (A.8)  $\Delta L$  should be added to the resonator length in order to take into account the effect of the constriction.

A.1. ESTIMATION OF THE VARIATIONS OF THE QUALITY FACTOR OF A PIPE WITH ITS RADIUS15

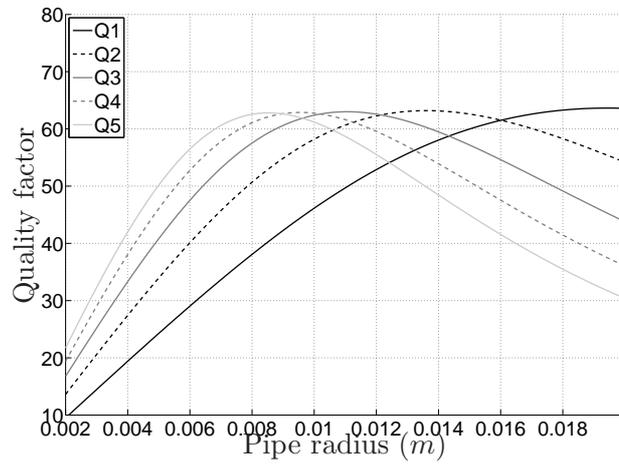


FIG. A.1: Quality factor  $Q_n$  of the five first modes of a 64cm long pipe open at its ends



## Annexe B

# Protocoles de mesure avec des flûtistes

# Protocole Expérimental

Flûte à bec

Le LAM  
Gamme diatonique ascendante détachée

Musical staff 1: Detached diatonic ascending scale, tempo 60. The staff shows a sequence of notes: C4, D4, E4, F4, G4, A4, B4, C5, all marked with a 'd' for detached.

Gamme diatonique ascendante liée

Musical staff 2: Ligated diatonic ascending scale, tempo 60. The notes are connected by a slur, indicating they are played together.

Mordant et coups de langue

Empty musical staff 3.

Gamme chromatique ascendante détachée

Musical staff 4: Detached chromatic ascending scale, tempo 60. The notes are: C4, C#4, D4, D#4, E4, E#4, F4, F#4, G4, G#4, A4, A#4, B4, C5, all marked with a 'd' for detached.

Mordant et coups de langue

Empty musical staff 5.

Notes développées

Musical staff 6: Developed notes exercise. The staff shows notes with diamond-shaped ornaments above them, indicating a specific playing technique.

Mordant et coups de langue

Empty musical staff 7.

Coups de langue

Musical staff 8: Tongue strokes exercise, tempo 60. The staff shows a sequence of notes with 'T' (tongue stroke) and 'D' (detached) markings below them.

Plus rapide !

Musical staff 9: Tongue strokes exercise, tempo 100. Similar to staff 8, but at a faster tempo.

Mordants

Musical staff 10: Mordant exercise. The staff shows notes with mordant ornaments above them.

etc

Coups de langue

Musical staff 11: Tongue strokes exercise. The staff shows notes with 'D' and 'G' markings below them, indicating specific tongue positions or strokes.

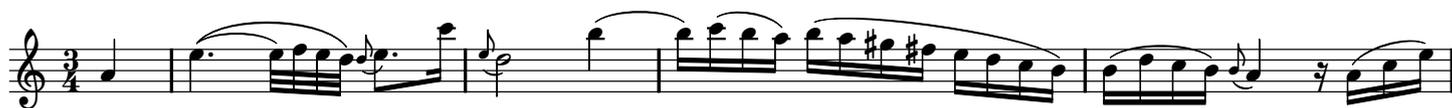
Au clair de la lune

Musical staff 12: 'Au clair de la lune' exercise. The staff shows a sequence of notes in a specific key signature and time signature.

Bach E moll



Bach Passion selon Saint Matthieu



Gavotte en rondeau (Bach)



# Protocole Expérimental flûtiste 1

Flûte à bec

Gamme diatonique ascendante détachée Le LAM

Musical notation for a detached diatonic ascending scale in G major (one flat). The tempo is marked as quarter note = 60. The scale is written on a single staff with a treble clef and a common time signature.

Gamme diatonique ascendante liée

Musical notation for a legato diatonic ascending scale in G major. The tempo is marked as quarter note = 60. The scale is written on a single staff with a treble clef and a common time signature.

Gamme chromatique ascendante détachée

Musical notation for a detached chromatic ascending scale in G major. The tempo is marked as quarter note = 60. The scale is written on a single staff with a treble clef and a common time signature.

Notes développées

Musical notation for an exercise of developed notes. The notes are written on a single staff with a treble clef and a common time signature, each with a diamond-shaped articulation mark.

Coups de langue

Musical notation for an exercise of tongue strokes. The notes are written on a single staff with a treble clef and a common time signature. The tempo is marked as quarter note = 60. The notes are marked with 'T' for tongue strokes and 'D' for diaphragm strokes.

Plus rapide !

Musical notation for a faster exercise of tongue strokes. The notes are written on a single staff with a treble clef and a common time signature. The tempo is marked as quarter note = 100. The notes are marked with 'T' for tongue strokes and 'D' for diaphragm strokes.

Exercice 1

Musical notation for Exercise 1, a simple ascending scale in G major. The notes are written on a single staff with a treble clef and a common time signature. The exercise ends with "etc".

Exercice 2

Musical notation for Exercise 2, a simple ascending scale in G major with a flat. The notes are written on a single staff with a treble clef and a common time signature. The exercise ends with "etc".

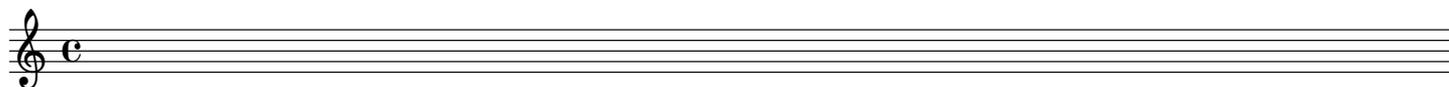
Exercice 3

Musical notation for Exercise 3, a simple ascending scale in G major. The notes are written on a single staff with a treble clef and a common time signature. The exercise ends with "etc".

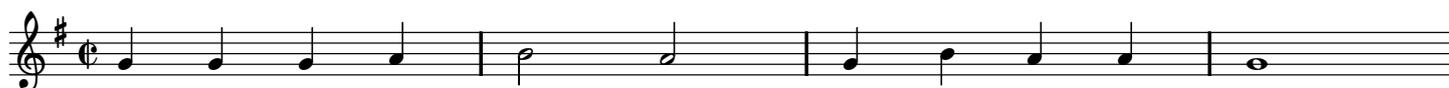
Exercice 4

Musical notation for Exercise 4, a simple ascending scale in G major. The notes are written on a single staff with a treble clef and a common time signature. The exercise ends with "etc".

## Exercice tremolo



## Au clair de la lune



## Bach E moll



## Bach Passion selon Saint Matthieu





## Annexe C

# Contenu des prises de son faites chez Philippe Bolton le 29 avril 2009

Cette annexe recense pour mémoire le contenu des fichiers de prise de son effectuées dans l'atelier de Philippe Bolton le 29 avril 2009.

### Contexte

Nous avons passé une journée dans l'atelier de Philippe Bolton pour observer et discuter de la facture de flûtes, notamment du réglages des chanfreins. Le but étant de comprendre la façon de procéder et de tester les instruments afin d'atteindre le son désiré.

Dans un deuxième temps, Philippe Bolton a été invité à essayer la flûte Zen On avec les pièces d'embouchure usinées et à commenter : l'instrument est-il intéressant ? Que faudrait-il modifier pour le rendre plus intéressant ?

Puis des flûtes proposant des esthétiques sonores différentes sont enregistrées (gamme et petite pièce de musique). Les différences principales de ces instruments résident dans la forme de la perce.

### **(Petite discussion) (13 :42)**

Discussion à propos de la correction de la sonorité ventuse de certains instruments : convergence du canal. Comparaison de deux flûtes de même modèle (celles qui sonnaient ventues) mais à des diapasons différents.

Discussion à propos des différents paramètres de facture.

Présentation de la tête sur laquelle on travaille.

### **Bloc (1 :51)**

Discussion à propos du bouchon, de la courbure de l'objet.

### **Mise en place des chanfreins (4 :16)**

La flûte est jouée avant la mise en place des chanfreins : notes difficiles à passer/instables, manque de volume.

## Façon de procéder (0 :59)

Poursuite de la discussion sur la façon de procéder du facteur d'instruments : De quelle façon les paramètres sont-ils imbriqués les uns dans les autres. Plus taille en direct du chanfrein dans le bloc (dans un silence absolument religieux).

## Chanfrein prudent (4 :30)

Commentaires sur le premier chanfrein. La flûte est jouée, différences avec l'instrument avant la mise en place du chanfrein. Gain en stabilité, gain en attaques. Comparaison avec une tête finie : manque de volume avec la tête non finie, plus difficulté de contrôle de l'instrument sur certaines notes : l'instrument **résiste**<sup>1</sup>.

## (Erreur de manip' ...) (0 :10)

Discussion ésotérique sur la place de l'homme dans le diagramme du yin et du yang. Ou alors discussion sur une façon de tailler l'instrument, on ne sait plus trop.

## Taille du 2ème chanfrein (4 :37)

Après la première taille de chaque chanfrein. Plus de timbre, attaques améliorées. Puis passage de papier abrasif sur le chanfrein du haut, côté canal (point de décollement, donc) pour améliorer les graves. (à 1 :27, le bruit qu'on entend est le découpage du papier, pas le passage du papier de verre sur le chanfrein!)

Puis évaluation de la voute.

## Voute recreusée (0 :49)

Gain en volume, mais il persiste quelques instabilités sur les notes graves.

## Après recreusement de la voute / Rajout de chanfreins (1 :46)

Gain pas évident.

## (Son de carillon) (0 :12)

C'est très beau ...

## Après retravail du chanfrein du haut (4 :59)

Elle *frétille* moins. Puis petit coup de papier de verre sur le chanfrein du haut. Discussion sur l'effet de la perce (entre autre sur certaines notes qui peuvent ne pas sonner à cause de détails de perce). Suit la pause repas.

---

<sup>1</sup>Dans un sens différent de celui u'on admet habituellement

## **Avant ajustement de la hauteur du canal (2 :01)**

Après la pause repas, pendant laquelle le bloc a baigné dans du solvant pour éliminer les problèmes de condensation. Question de l'influence des chanfreins sur la position du canal (référence à un livre : ça ne change pas grand chose ...)

## **(Sèche cheveux) (0 :07)**

Enregistrement du sèche cheveux ...

## **Après ajustement de la hauteur du canal (bouchon) (1 :14)**

Gain en volume sonore et en stabilité.

## **(...) (1 :17)**

Regard à travers le canal, observations, commentaires. Nouveau passage de papier de verre (plus fin) dans le bloc por creuser la voute du canal.

## **Après avoir refait le canal du bloc (3 :11)**

Après avoir retailé la voute du canal côté bloc. le son est plus doux. La flûte a de plus en plus l'air d'une flûte. Face creuse sur le bouchon. Pourquoi ?

## **Après réarrangement du chanfrein du bloc (2 :18)**

Après retaille du chanfrein. Petit retour en arrière ? Mais avec plus de volume ? De la difficulté de comparer la taille des chanfreins.

## **Après réarrangement du chanfrein du Haut (1 :25)**

Le chanfrein, à l'œil n'est pas symétrique. La stabilité sur le fa est améliorée.

## **Après retailage du chanfrein du haut (3 :44)**

...

## **après passage de papier de verre sur le chanfrein du haut (0 :14)**

...

## **essai des pièces en alu sur la Zen On (43 :52)**

D'abord une flûte à perce cylindrique.

**Différentes flûtes : Flûte Médiévale soprano à perce cylindrique i (saturé) (0 :38)**

Attention! Ça sature!

**Différentes flûtes : Flûte Médiévale soprano à perce cylindrique ii (saturé : -5dB) (0 :42)**

Attention! Ça sature!

**Différentes flûtes : Flûte Médiévale soprano à perce cylindrique iii (-5dB en plus + limiteur ?) (0 :50)**

**Différentes flûtes : Soprano XVIIème perce légèrement conique (1 :00)**

**Différentes flûtes : Alto médiévale cylindrique (0 :26)**

**Différentes flûtes : Alto baroque conique irrégulière (0 :27)**

**Différentes flûtes : Ténor médiévale cylindrique (1 :00)**

**Différentes flûtes : Ténor renaissance perce en escalier (0 :53)**

**Différentes flûtes : Ténor mi XVIIIème tournée comme une flûte traversière (1 :01)**

# Table des figures

1.1	représentation schématique d'une flûte . . . . .	14
1.2	Aperçu de la variété des flûtes, d'après Grove [59] . . . . .	14
1.3	Représentation bouclée d'un instrument à embouchure de flûte . . . . .	16
1.4	Fréquence fondamentale d'oscillation en fonction de la vitesse $U_j$ du jet, pour une flûte alto sur un doigté de sol, à la bouche artificielle . . . . .	18
1.5	Amplitude des trois premiers harmoniques du spectre du champ interne d'une flûte à bec jouée par un flûtiste professionnel, en fonction de la vitesse adimensionnée du jet $\theta$ (d'après Almeida [5]) . . . . .	19
1.6	Fréquence fondamentale d'oscillation en fonction de la vitesse du jet adimensionnée	20
1.7	Modèle de flûte à une dimension . . . . .	22
2.1	Schéma des lignes de courant près du point de décollement d'un écoulement (d'après Tritton [108]). Il y a une zone de recirculation après le point de décollement (S) ; c'est-à-dire que le sens de l'écoulement selon $x$ est inversé . . . . .	30
2.2	Profil de Bickley et profils de Nolle pour $n = 2$ et $n = 5$ . Plus $n$ est grand, plus le profil de Nolle tend vers un profil de vitesse carré. Le profil de Bickley est un cas particulier de profil de Nolle ( $n = 1$ ) . . . . .	32
2.3	Schéma d'une couche de cisaillement de type $errf(\frac{y}{\delta})$ . . . . .	33
2.4	Schéma de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, d'après Fabre <i>in</i> Chaigne & Kergomard [23]. Lorsqu'une perturbation est appliquée à l'interface, la distribution des vitesses est asymétrique (a), accumulant la vorticit�� aux points not��s C (b). Cette accumulation amplifie la perturbation, l'interface finissant par d��ferler sur elle m��me (c). . . . .	34
2.5	Les deux modes d'instabilit�� d'un jet : a) sinuoux, b) varicose . . . . .	35
2.6	Partie imaginaire du nombre d'onde complexe $\alpha$ , calcul�� avec diff��rents profils de vitesse de jet, avec l'��quation de Rayleigh . . . . .	35
2.7	Visualisation de l'oscillation du jet dans une fl��te �� g��om��trie id��alis��e. L'amplitude des oscillations limite la validit�� de la description lin��aire . . . . .	36
3.1	Illustration du principe du maillage adaptatif, d'apr��s Popinet [95] . . . . .	44
3.2	Repr��sentation sch��matique d'un maillage de fl��te sous SAFARI comprenant quatre maillages pr��cis et un maillage large . . . . .	45
3.3	Exemple de maillage r��alis�� sous FREEFEM++ . . . . .	46
3.4	Exemple de simulation de jet dont la limite du domaine est une condition de sortie fluide : les tourbillons sont r��fl��chis au bord et entraînent le fluide . . . . .	48
3.5	Simulation de naissance de jet dont les conditions de sortie fluide sont accompagn��es d'une baisse de la r��solution du maillage. La fronti��re de gauche du domaine impose une condition de sym��trie . . . . .	49

3.6	Simulation de jet perturbé dont les conditions de sortie fluide sont accompagnées d'une zone éponge dont la viscosité est augmentée tangentiellement à la frontière	49
3.7	Champ de vitesse extrait de calcul de l'oscillation du jet autour du biseau lors d'un calcul de flûte complète effectué avec SAFARI . . . . .	50
4.1	Schéma du dispositif expérimental produisant des départs impulsionsnels du jet . . . . .	55
4.2	Schéma de la bouche artificielle dont la géométrie de sortie peut être modifiée . . . . .	55
4.3	Signal de pression dans la bouche lors de l'impulsion, mesuré avec la géométrie droite . . . . .	56
4.4	Mesures de pressions dans la bouche artificielle lors de la rupture de la membrane avec trois géométries étudiées. Les différences d'amplitude sont vraisemblablement liées aux variations de comportement mécanique de la membrane . . . . .	57
4.5	Pression mesurée dans la bouche d'un flûtiste lors d'une attaque <i>staccato</i> . . . . .	57
4.6	Naissances de jets filmées à la caméra rapide pour les trois différentes géométries étudiées : a) géométrie droite, b) chanfreins à 45 degrés, c) arrondis . . . . .	59
4.7	Détail de la mesure de la pression dans la bouche ; les tops des images de la figure 4.6 sont représentés . . . . .	60
4.8	Nombre de Reynolds instantané des jets étudiés . . . . .	61
4.9	Schéma du domaine de simulation des naissances de jets . . . . .	61
4.10	Vitesse centrale du jet calculée à l'aide de l'équation de Bernoulli instationnaire pour la mesure avec la géométrie droite . . . . .	62
4.11	Simulations des naissances de jets pour les géométries et les consignes visualisées sur la figure 4.6 : a) géométrie droite, b) chanfreins à 45 degrés, c) arrondis . . . . .	64
4.12	Simulations de la naissance du jet avec les trois géométries pour $Re = 100$ , $Re = 500$ et $Re = 1000$ . Le temps de simulation est $T_s = 2$ , soit respectivement $T_e = 0.02s$ , $T_e = 0.004s$ et $T_e = 0.002s$ avec $U_j = 0.804m.s^{-1}$ , $U_j = 4.02m.s^{-1}$ et $U_j = 8.04m.s^{-1}$ . . . . .	66
4.13	Profil de vitesse à une distance de $2h$ (a) et $4h$ (b) de la sortie du canal pour les trois géométries à $Re = 100$ . . . . .	66
4.14	Profil de vitesse à une distance de $2h$ (a) et $4h$ (b) de la sortie du canal pour les trois géométries à $Re = 500$ . . . . .	67
4.15	Profil de vitesse à une distance de $2h$ (a) et $4h$ (b) de la sortie du canal pour les trois géométries à $Re = 1000$ . . . . .	67
4.16	Images issues de la visualisation de naissances de jets avec quatre arrondis différents : $R_c = h$ , $R_c = 2h$ , $R_c = 3h$ et $R_c = 4h$ . Les pressions d'alimentation présentent des variations entre les mesures. Malgré les différences de géométries, les épaisseur de jet varient peu, en particulier pour les trois premiers rayons de courbure . . . . .	68
5.1	The three studied channel exit geometries . . . . .	74
5.2	Experimental setup . . . . .	75
5.3	Schematics of the simulation domain . . . . .	76
5.4	Evolution of the parameters $U_0$ and $b$ of the fitted Bickley profile versus the distance from the mouth . . . . .	77
5.5	Error between the velocity profile ( $U_s$ ) and the fitted Bickley profile ( $U_b$ ) normalised by the central velocity ( $U_0$ ) versus the distance from the mouth . . . . .	78
5.6	Estimation of $\alpha$ in the simulations (a) and experiments (b) versus $St_h$ . The infinite Bickley instability is also showed . . . . .	79
5.7	Detail of the perturbation velocity in the vicinity of the separation points of the jet in the simulations : (a) with a squared geometry ; (b) with a rounded geometry . . . . .	80

5.8	Amplitude of the transverse component of the perturbation field at half the height of the channel for the three geometries studied. The perturbation velocities are normalised by the jet velocity. The channel exit is at $x = 0$ . The modulus of the perturbation of a potential flow is also represented . . . . .	81
5.9	Schematics of the considered system in the model. Both the base velocity profile (full line) and the perturbation velocity (dashed arrows) are translation invariant in the $x$ -direction . . . . .	83
5.10	Imaginary part of the complex wave number $\alpha$ calculated for different velocity profiles with the Rayleigh equation . . . . .	83
5.11	Profile of the perturbation field at the channel exit as computed from the simulations (full lines) and approximations used in the model (dashed lines). In the model $v_w$ is assumed to be constant while $u_w$ grows linearly through the height of the channel. The velocity boundary condition has an amplitude of $\frac{U_0}{10}$ . . . . .	85
5.12	Module of the velocity correction $\tilde{u}$ profile due to the perturbation for eight different phases of oscillation. The phases are taken relatively to the oscillation of the maximum of $\tilde{u}$ . . . . .	86
5.13	Corrected velocity profile at the same phases of oscillation for a boundary condition of $\frac{U_0}{10}$ , in the case of a squared exit. The displacement of the max of the velocity profile is noted $\epsilon_0$ . . . . .	86
5.14	Displacement of the flow in the channel. The phase of the perturbation is also plotted . . . . .	87
5.15	Phase shift $\Delta\phi$ between the perturbation $\overline{u_w}$ and $\tilde{u}$ for different values of $St$ with the chamfered exit . . . . .	88
5.16	Comparison of the simulated velocity correction (a) with the correction predicted by the model (b) for the different geometries studied . . . . .	89
5.17	Comparison of $\epsilon_0$ calculated in the simulations as well as with the model for the geometries studied at different Strouhal numbers . . . . .	90
5.18	Exponential fit of the modelled $\epsilon_0$ versus $St$ . . . . .	90
6.1	Philippe Bolton découpe un chanfrein au ciseau à bois dans le bouchon de la flûte en chantier . . . . .	97
6.2	Comparaison des spectres des prises de son avant et après la taille du premier chanfrein (sur un sol) . . . . .	97
6.3	Spectrogrammes des mêmes notes jouées avant et après la taille du premier chanfrein. La dynamique, en niveau de gris, est de $40dB$ . . . . .	98
6.4	Représentation schématique du bec de la flûte <i>Zen-On</i> . Les cotes sont en millimètres	99
6.5	Photographie de la pièce d'embouchure de la flûte à bec modifiée et de quelques becs usinés. La pièce d'origine est disposée en bas à gauche de l'image . . . . .	100
6.6	Admittances d'entrée du résonateur de la flûte à bec calculées d'après la géométrie du résonateur pour les deux doigtés étudiés . . . . .	101
6.7	Fréquence de jeu en fonction de la pression de contrôle, mesurée pour le doigté de sol avec les trois becs étudiés . . . . .	103
6.8	Fréquence de jeu en fonction de $\theta = \frac{U_j}{fW}$ , mesurée pour le doigté de sol avec les trois becs étudiés . . . . .	104
6.9	Fréquence de jeu en fonction de $\theta = \frac{U_j}{fW}$ , mesurée pour le doigté de si bémol avec les trois becs étudiés . . . . .	105
6.10	Neuf premières secondes du spectrogramme de la pression interne de la flûte sur le doigté de si bémol, avec la sortie droite . . . . .	105
6.11	Amplitude des premiers harmoniques de la pression interne au changement de régime pour (a) le doigté de sol et (b) le doigté de si bémol . . . . .	106

6.12	Amplitude adimensionnée du fondamental de l'oscillation dans la flûte en fonction de $\theta$ avec le doigté de sol . . . . .	107
6.13	Diagramme de changement de régime mesuré lors des attaques brusques sur le doigté de sol, avec la géométrie droite . . . . .	108
6.14	Spectrogramme d'une attaque dans la partie hystérétique du diagramme de changement de régime . . . . .	109
6.15	Spectrogramme du signal de pression interne pour une pression de consigne de $230Pa$ avec la géométrie arrondie . . . . .	110
6.16	Détection du transitoire d'attaque : on cherche les instants où les variations du flux spectral dépassent le double de l'écart-type défini sur la deuxième moitié de la consigne . . . . .	111
6.17	Détection du transitoire d'attaque : le système se stabilise provisoirement, provoquant une baisse du flux spectral . . . . .	111
6.18	Instants de détection de partie transitoire en fonction de la pression dans la bouche pour les trois géométries étudiées : géométrie droite (a), chanfreins (b), arrondis (c) . . . . .	111
6.19	Moyenne et écarts-types des flux spectraux mesurés pour les trois géométries en fonction de la pression . . . . .	112
6.20	Représentation de la hiérarchie des objets dans le programme, d'après de la Cuadra [37] . . . . .	113
6.21	Schéma-bloc du modèle simplifié de réceptivité. La branche du haut correspond à la perturbation longitudinale, la branche du bas à la perturbation transversale . . . . .	114
6.22	Schéma de l'oscillateur numérique à deux modes. $NL$ est une fonction non linéaire (ici $NL(x) = \tanh(x)$ ) . . . . .	115
6.23	Diagrammes de changement de régime de l'oscillateur à deux modes pour différentes valeurs du gain d'exposition. . . . .	116
6.24	Partie amplificatrice du module de la fonction de transfert de la boucle ouverte pour des valeurs d'exposition telles que $\gamma G_p = 5$ et $\gamma G_p = 20$ . Lorsque le gain dû à la protection augmente, la plage de fréquence pour laquelle les oscillations sont amplifiées s'élargit . . . . .	117
6.25	Fonctions de transfert de l'oscillateur en boucle ouverte pour différentes vitesses de jet, avec (a) $\gamma G_e = 20$ et (b) $\gamma G_e = 2000$ . . . . .	118
6.26	Diagrammes de changements de régime de l'oscillateur pour différentes valeurs de la vitesse adimensionnée critique $\theta_c$ . . . . .	119
6.27	Diagrammes de changement de régime de l'oscillateur à deux modes pour différentes valeurs d'exposition lorsque $\theta_c = 0.0003$ . . . . .	120
6.28	Pression de contrôle en fonction de la note jouée pour les trois géométries, mesurée avec deux flûtistes confirmés . . . . .	123
7.1	Schematics of the excitator of a flute-like instrument. The chamfers are not displayed, and the curvatures inside the channel are exaggerated for readability . . .	129
7.2	Photography of the five recorders studied. With the bass recorder, the player blows in a bocal, through the "S"-shaped pipe. In the experiments, the instrument is blown directly from the flow channel entrance. . . . .	132
7.3	Normalised measurements of the recorders. . . . .	133
7.4	Ratio of the mouth surface and the pipe section for the five flutes of the family, normalised by the ratio for the alto recorder . . . . .	134
7.5	Experimental setup for the measurement of the mouth pressure - flow characteristic	134
7.6	Air flow through the channel as a function of the mouth pressure . . . . .	135

7.7	Pressure-flow ( $P - Q$ ) characteristics normalised with the velocity computed from the Bernoulli relation, plotted as an effective cross section $S_{eff} = Q/\sqrt{\frac{2P_m}{\rho}}$ . . .	135
7.8	Mouth pressure versus note played for the five flutes in a chromatic scale playing	137
7.9	Excitation flow versus note played for the five flutes in a chromatic scale playing	138
7.10	Representation of the spectral centroid (black line) on the spectrogram for the bass recorder . . . . .	139
7.11	Representation of the spectral centroid (black line) on the spectrogram for the soprano recorder . . . . .	139
7.12	Comparison between the diameters of organ pipes with the diameters of the recorders versus the note played. The optimal diameters of cylindrical open-pipes, in terms of modes quality factors are displayed as well as Fletcher's empirical law for pipes diameters . . . . .	141
7.13	Parameters $e^\alpha$ and $P_{440}$ , the reference blowing pressure at $440Hz$ , of the fit of the mouth pressure . . . . .	142
7.14	Inner mean quadratic acoustic pressure as a function of the note played, measured at a distance of one bore diameter from the block . . . . .	142
7.15	Mean quadratic pressure as a function of the note played for the radiated pressure, measured at a distance of $60cm$ from the recorder . . . . .	143
7.16	Normalised spectral centroid calculated on the inner sound field with the scale task	143
7.17	Dimensionless velocity $\theta$ as a function of the note played for the five recorders . .	144
A.1	Quality factor $Q_n$ of the five first modes of a $64cm$ long pipe open at its ends . .	155



# Bibliographie

- [1] <http://www.freefem.org/>.
- [2] <http://gfs.sourceforge.net>.
- [3] <http://gfs.sourceforge.net/tests/tests/index.html>.
- [4] <http://gfs.sourceforge.net/tests/tests/poiseuille.html>.
- [5] A. Almeida. Evolution of sound spectra of flue instruments with the control parameters and the role of aeroacoustical sources. In *Proceedings of ISMA 2007*, 2007.
- [6] A. Bagué. Étude expérimentale de l'influence de l'arrondi des lèvres dans les flûtes. Master's thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2005.
- [7] P. Basu, D. Rudoy, and P. J. Wolfe. A nonparametric test for stationarity based on local fourier analysis. In *Proceedings of ICASSP 2009*, 2009.
- [8] D. Bedos de Celles. *L'art du facteur d'orgues*. Bärenreiter Kassel, 1963.
- [9] J. P. Bello, L. Daudet, S. Abdallah, C. Duxbury, M. Davies, and M. B. Sandler. A tutorial on onset detection on music signals. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 13(5) :1035–1047, 2005.
- [10] W. Bickley. The plane jet. *Phil. Mag.*, 23 :727–731, 1937.
- [11] W. K. Blake. *Mechanics of flow induced sound and vibration*. Academic Press, 1986.
- [12] F. Blanc, P.-Y. Lagrée, P. de la Cuadra, and B. Fabre. Influence of the geometrical parameters in flue instruments on the vorticity modulation near the separation points of the jet. In *Proceedings of Acoustics'08*, 2008.
- [13] F. Blanc, P.-Y. Lagrée, B. Fabre, and A. Almeida. Influence of the geometry of the channel exit on the jet birth in flue instruments. In *Proceedings of Isma 2007*, 2007.
- [14] O. Blanc. *Algorithmes d'analyse syntaxique par grammaires lexicalisées : optimisation et traitement de l'ambiguïté*. PhD thesis, Université de Marne la Vallée, 2006.
- [15] T. Boeck and S. Zaleski. Viscous versus invicid instability of two phase mixing layers with continuous velocity profile. *Physics of fluids*, 17 :..., 2005.
- [16] C. Bogey and C. Bailly. Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulations : far field formulation and validation test cases. *Acta Acustica united with Acustica*, 88(4) :463–471, 2002.
- [17] C. Bogey and C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations. *Journal of Computational Physics*, 194 :194–214, 2003.
- [18] G. B. Brown. On vortex motion in gaseous jets and the origin of their sensitivity to sound. *Proceedings of the Physical Society*, 51 :784–793, 1939.
- [19] A. Buschner. *Les instruments de musique populaire*. Grund, Paris, 1969.
- [20] M. Castellengo. Spectrographie des transitoires d'attaque des instruments à embouchure de flûte. In *Proceedings of the international congress of acoustics*, volume 8(1), page 337, 1974.

- [21] M. Castellengo. *Contribution à l'étude expérimentale des tuyaux à bouche*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 1976.
- [22] M. Castellengo. Acoustical analysis of initial transients in flute-like instruments. *Acta Acustica united with Acustica*, 85(3) :387–400, 1999.
- [23] A. Chaigne and J. Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. Belin, 2009.
- [24] P. Cheron. *L'orgue de Jean-Esprit et Joseph Isnard dans la basilique de la Madeleine à Saint-Maxime 1774*. ARCAM, 1991.
- [25] J. W. Coltman. Resonance and sounding frequencies of the flute. *Journal of the Acoustical Society of America*, 40 :99–107, 1966.
- [26] J. W. Coltman. Sounding mechanism of the flute and organ pipe. *Journal of the Acoustical Society of America*, 44 :983–992, 1968.
- [27] J. W. Coltman. Sound radiation from the mouth of an organ pipe. *Journal of the Acoustical Society of America*, 46 :477, 1969.
- [28] J. W. Coltman. Jet drive mechanisms in edge tones and organ pipes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 60(3) :725–733, 1976.
- [29] J. W. Coltman. Mode stretching and harmonic generation in the flute. *Journal of the Acoustical Society of America*, 88(5) :2070–2073, 1990.
- [30] J. W. Coltman. Jet offset, harmonic content, and warble in the flute. *Journal of the Acoustical Society of America*, 120(4) :2312–2319, 2006.
- [31] N. J. Conard, M. Malina, and C. Münzel. New flutes document the earliest musical tradition in southwestern germany. *Nature*, 460 :737–740, 2009.
- [32] I. Cossette, P. Monaco, A. Aliverti, and P. T. Macklem. Chest wall dynamics and muscle recruitment during professional flute playing. *Respiratory Physiology and neurology*, 160 :187–195, 2008.
- [33] L. Cremer and H. Ising. Die selbsterregten Schwingungen von Orgelpfeifen. *Acustica*, 19(3) :143–153, 1967-1968.
- [34] D. G. Crighton, A. P. Dowling, J. E. Ffowcs Williams, M. Heckl, and F.G. Leppington. *Modern methods in analytical acoustics : lecture notes*. Springer-Verlag, 1992.
- [35] M. Dauvois, X. Boutillon, B. Fabre, and M. P. Verge. Sons et musique au paléolithique. *Pour la Science*, 253, 1998.
- [36] A. de Cheveigné and H. Kawahara. Yin, a fundamental frequency estimator for speech and music. *Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4) :1917–1930, 2002.
- [37] P. de la Cuadra. *The sound of oscillating air jets : Physics, modeling and simulation in flute-like instruments*. PhD thesis, University of Stanford, 2005.
- [38] P. de la Cuadra, C. Vergez, and B. Fabre. Visualization and analysis of jet oscillation under transverse acoustic perturbation. *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, 14 :355–374, 2007.
- [39] M. Demoucron. *On the control of virtual violins - Physical modelling and control of bowed string instruments*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2008.
- [40] S. Dequand. *From Technological Applications to the Flute*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2001.
- [41] P. G. Drazin. *Introduction to Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press, 2002.
- [42] T. Emmert. *Development of a multidomain high-order algorithm for computational aeroacoustics : application to subsonic and transonic confined flows*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2007.

- [43] B. Fabre. *La production du son dans les instruments de musique à embouchure de flûte : modèle aero-acoustique pour la simulation temporelle*. PhD thesis, Université du Maine, 1992.
- [44] B. Fabre and A. Hirschberg. Physical modeling of flue instruments : a review of lumped models. *Acta Acustica united with Acustica*, 86 :599–610, 2000.
- [45] B. Fabre, A. Hirschberg, and A. P. J. Wijnands. Vortex shedding in steady oscillation of a flue organ pipe. *Acta Acustica united with Acustica*, 82 :863–877, 1996.
- [46] B. Fabre, A. Hirschberg, A. P. J. Wijnands, and A. van Steenbergen. Transitoire d’attaque des instruments à embouchure de flûte. *Supplément au journal de Physique III*, 2 :67–70, 1992.
- [47] N. H. Fletcher. Sound production by organ flue pipes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 60(4) :926–936, 1976.
- [48] N. H. Fletcher. Scaling rules for organ flue pipe ranks. *Acustica*, 37(3) :131–138, 1977.
- [49] N. H. Fletcher and T. D. Rossing. *The physics of musical instruments*. Springer Verlag, 1991.
- [50] N. H. Fletcher and S. Thwaites. Wave propagation on an acoustically perturbed jet. *Acustica*, 42 :323–334, 1979.
- [51] V. François. Comportement du jet dans une flûte : influence de la géométrie du canal sur le couplage entre le jet et et champ acoustique. Master’s thesis, Supaéro - Université de Toulouse III, 2008.
- [52] J. B. Freund. Proposed inflow/outflow boundary condition for direct computation of aerodynamic sound. *AIAA Journal*, 35 :740–742, 1997.
- [53] D. Fuster, A. Bagné, T. Boeck, L. Le Moyne, A. Leboissetier, S. Popinet, P. Ray, R. Scardovelli, and S. Zaleski. Simulation of primary atomization with an octree adaptive mesh refinement and vof method. *International Journal of Multiphase Flows*, 35(6) :550–565, 2009.
- [54] J. Gabriels. Acoustical analysis of recorder making and playing. Master’s thesis, TU Eindhoven, 2006.
- [55] J. Galway. *Flute*. Kahn & Averill, 2006.
- [56] V. Gibiat. Phase space representations of acoustical musical signals. *Journal of sound and vibration*, 123(3) :529–536, 1988.
- [57] F. Golanski, V. Fortuné, and E. Lamballais. Noise radiated by a non-isothermal, temporal mixing layer. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 19(6) :391–416, 2005.
- [58] J. M. Grey and J. W. Gordon. Perceptual effects of spectral modifications on musical timbres. *Journal of the Acoustical Society of America*, 63(5) :1493–1500, 1978.
- [59] G. Grove. *Dictionary of music and musicians*. Macmilan, 2001.
- [60] H. Helmholtz. *On the sensations of tone*. Dover, 1954.
- [61] A. Hirschberg, J. Kergomard, and G. Weinreich. *Mechanics of musical instruments*. Springer Verlag, 1995.
- [62] G. C. J. Hofmans. *Vortex Sound in Confined Flows*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1998.
- [63] D. K. Holger, T. A. Wilson, and G. S. Beavers. Fluid mechanics of the edgetone. *Journal of the Acoustical Society of America*, 62(5) :1116–1128, 1977.
- [64] M. S. Howe. *Acoustics of fluid-structure interactions*. Cambridge university press, 1998.

- [65] C. M. Hutchins. A 30-year experiment in the acoustical and musical developpement of violin-family instruments. *Journal of the Acoustical Society of America*, 92(2) :639–650, 1992.
- [66] E. W. S. Kam, R. M. C. So, and R. C. K. Leung. Non-reflecting boundary conditions for one-step lbm simulation of aeroacoustics. In *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (27th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2006.
- [67] J. S. Keeler. The attack transients of some organ pipes. In *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, volume 85(3), pages 378–391, 1972.
- [68] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Sanders. *Fundamentals of acoustics*. John Wiley & Sons, Inc., fourth edition edition, 2000.
- [69] G. Kooijman. *Acoustical Response of Shear Layers*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2007.
- [70] P. K. Kundu and I. M. Cohen. *Fluid mechanics*. Academic press, 2002.
- [71] H. Kühnelt. Vortex sound in recorder- and flute-like instruments : Numerical simulation and analysis. In *ISMA Proceedings*, 2007.
- [72] P.-Y. Lagrée, C. Ségoufin, and B. Fabre. Using reduced navier stokes prandtl equations to evaluate the stability characteristic of recorder jets. *BONNE QUESTION ? , ?? : ? ?*, 2005.
- [73] L. Landau and E. Lifchitz. *Physique théorique*, volume 6. Mir, 1989.
- [74] E. Leipp. *Acoustique et musique*. Masson, 1980.
- [75] S. V. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, 103 :16–42, 1991.
- [76] H. Levine and J. Schwinger. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. *Physical review*, 73(4) :383–406, 1948.
- [77] D. H. Lyons. Resonance frequencies of the recorder (english flute). *Journal of the Acoustical Society of America*, 70(5) :1239–1247, 1981.
- [78] J. Martin. *The acoustics of the recorder*. Moeck, 1994.
- [79] G. E. Mattingly and W. O. Criminale. Disturbance characteristics in a plane jet. *The physics of fluids*, 14 :2258–2264, 1972.
- [80] M. Meissner. Aerodynamically excited acoustic oscillations in cavity resonator exposed to an air jet. *Acta Acustica united with Acustica*, 88 :170–180, 2002.
- [81] W. Merzkirch. *Flow visualization*. Academic press, 1987.
- [82] R. Meylan. *La flûte*. Payot, 1974.
- [83] N. Montgermont, B. Fabre, and P. de la Cuadra. Flute control parameters : fundamental techniques overview. In *Proceedings of ISMA 2007*, 2007.
- [84] W. Möhring. On flows with vortex sheets and solid plates. *Journal of sound and vibratuion*, 38(3) :403–412, 1975.
- [85] P. A. Nelson, N. A. Halliwell, and P. E. Doak. Fluid dynamics of a flow excited resonance, part ii : Flow acoustic interaction. *Journal of sound and Vibration*, 91(3) :375–402, 1983.
- [86] A. W. Nolle. Sinuous instability of a planar jet : Propagation parameters and acoustic excitation. *Journal of the Acoustical Society of America*, 103(6) :3690–3705, 1998.
- [87] A.W. Nolle and T. L. Finch. Starting transients of some organ pipes in relation to pressure rise time. *Journal of the Acoustical Society of America*, 91(4) :2190–2202, 1992.
- [88] J. P. Nougier. *Méthodes de calcul numérique*. Masson, 1989.

- [89] A. R. Paterson. *A first course in fluid dynamics*. Cambridge university press, 1983.
- [90] X. Pelorson, A. Hirschberg, R. R. Van Hassel, and A. P. J. Wijnands. Theoretical and experimental study of quasisteady-flow separation within the glottis during phonation. application to a modified two-mass model. *Journal of the Acoustical Society of America*, 96(6) :3416–3431, 1994.
- [91] Georges Perc. Experimental demonstration of the tomatotopic organization in the soprano (cantatrix sopranaica l.). *Banana Split*, 2 :1–9, 1980.
- [92] M. C. A. M. Peters. *Aeroacoustic sources in internal flows*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1993.
- [93] Peyo. *Johan et Pirlouit : La flûte à six schtroumpfs*. Dupuis, 1960.
- [94] A. D. Pierce. *Acoustics : an introduction to its principles and applications*. McGraw-Hill Book Company, 1981.
- [95] S. Popinet. Gerris : a tree-based adaptive solver for the incompressible euler equations in complex geometries. *J. Comput. Phys.*, 190(2) :572–600, 2003.
- [96] S. Popinet. Free computational fluid dynamics. *ClusterWorld*, 2(6), June 2004.
- [97] A. Powell. On the edgetone. *Journal of the Acoustical Society of America*, 33(4) :395–409, 1961.
- [98] A. Powell. Theory of vortex sound. *Journal of the Acoustical Society of America*, 36(1) :177–195, 1964.
- [99] J. W. S. Rayleigh. *The Theory of Sound*. Dover, New York, 1877.
- [100] M. Rebillat. Projet sur l’auto-oscillation dans les instruments de la famille des flûtes, 2008. Projet de Master 2 ATIAM.
- [101] T. Robin. Influence de la géométrie de sortie sur l’excitation du jet dans les flûtes. Master’s thesis, Université Paris XII, 2003.
- [102] P. G. Saffman. *Vortex Dynamics*. Cambridge university press, 1997.
- [103] G. Saporta. *Probabilités analyse des données et statistique*. Éditions Technip, 1990.
- [104] H. Schlichting and K. Gersten. *Boundary layer theory*. Springer verlag, 2000.
- [105] X Serra and J. Simth III. Spectral modeling synthesis : a sound analysis/synthesis system based on a deterministic plus stochastic decomposition. *Computer Music Journal*, 14(4) :12–23, 1990.
- [106] C. Ségoufin. *Production de son par interaction écoulement/résonateur acoustique : Influence du système amont, application à la flûte à bec*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2000.
- [107] C. Ségoufin, B. Fabre, M.-P. Verge, A. Hirschberg, and A. P. J. Wijnands. Experimental study of the influence of the mouth geometry on sound production in a recorder-like instrument windway length and chamfers. *Acta Acustica*, 86 :649–661, 2000.
- [108] D. J. Tritton. *Physical Fluid Dynamics*. Oxford science publication, 1999.
- [109] M.-P. Verge. *Aeroacoustics of confined jets with applications to the physical modeling of recorder-like instruments*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1995.
- [110] M.-P. Verge, R. Caussé, B. Fabre, A. Hirschberg, A. P. J. Wijnands, and A. van Steenbergen. Jet oscillations and jet drive in recorder-like instruments. *Acta acustica*, 2 :403 :419, 1994.
- [111] M.-P. Verge, B. Fabre, A. Hirschberg, and A. P. J. Wijnands. Sound production in recorder-like instruments. i. dimensionless amplitude of the internal acoustic field. *Journal of the Acoustical Society of America*, 101(5) :2914–2924, 1997.

- [112] M.-P. Verge, B. Fabre, W. E. A. Mahu, A. Hirschberg, R. R. van Hassel, A. P. J. Wijnands, J.J. de Vries, and C.J. Hogendoorn. Jet formation and jet velocity fluctuations in a flue organ pipe. *Journal of the Acoustical Society of America*, 95(2) :1119–1132, 1994.
- [113] M. P. Verge, A. Hirschberg, and R. Caussé. Sound production in recorderlike instruments. ii. a simulation model. *Journal of the Acoustical Society of America*, 101 :2925–2939, 1997.
- [114] J. Wolfe, J. Smith, J. Tann, and N. H. Fletcher. Acoustic impedance spectra of classical and modern flute. *Journal of sound and vibration*, 243(1) :127–144, 2001.
- [115] J. Zhang, G. Harbottle, C. Wang, and Z. Kong. Oldest playable musical instruments found at jiahu early neolithic site in china. *Nature*, 401 :366–368, September 1999.



## Résumé

Ce travail porte sur la production de son par interaction entre un écoulement et un résonateur : le couplage est affuté de manière importante par le détail géométrique de la lumière comme en témoigne la facture de la flûte à bec, dans laquelle des chanfreins sont taillés à la sortie du canal. Ce point de facture est considéré comme étant crucial, tant pour le timbre et la stabilité de l'instrument que pour le confort de jeu de l'instrumentiste.

Des visualisations de naissances de jets à la caméra rapide complétées par des simulations numériques révèlent que la géométrie de la sortie du canal a une influence sur le comportement du jet faible par rapport au nombre de Reynolds de l'écoulement, et indiquent que le rôle joué par les chanfreins se situe dans l'interaction entre le jet et le champ acoustique issu du résonateur de l'instrument.

Un modèle analytique simple de réceptivité d'un jet soumis à une perturbation transverse est développé, tenant compte de la géométrie de la lumière. Ce modèle est étudié dans le cas d'un oscillateur simple. Le comportement d'un instrument dont la géométrie du système excitateur peut être changée est étudié à la bouche artificielle, et l'adaptation du contrôle exercé par un instrumentiste est considérée.

Enfin, l'étude d'une famille de flûtes révèle que le facteur adapte la géométrie de l'excitateur dans chaque instrument dans deux buts : d'une part le spectre des notes des flûtes les plus graves est enrichi. D'autre part, les pressions de jeu sont du même ordre de grandeur pour tous les instruments.

**Mots-clefs** : Flûte ; Réceptivité de jet ; Simulation numérique ; Visualisation d'écoulement ; Modélisation ; Auto oscillation.

## Abstract

This work is about sound production by the interaction between a jet flow and a resonator : the coupling is very sensitive to small geometric details of the flue. For instance, in the recorder making, chamfers are essential at the flue exit to provide a good sound quality and stability, as well as a good playing comfort.

High speed flow visualisations together with numerical simulations show that the shape of the flue has a small influence, compared to the Reynolds number of the flow, on the jet birth. The flue geometry is thus expected to influence mainly the interaction between the jet and the acoustic flow.

A simple analytical model of the jet receptivity to transverse perturbation, taking into account the shape of the flue, is developed. The behaviour of the model is studied in the case of a simple oscillator. Experimentally, the behaviour of a recorder, which flue can be changed, is studied, played with an artificial mouth, and players adaptation to the geometry is also considered.

Finally, the study of a recorder family reveals that the makers adapts the excitor geometry with two aims : on one hand, the sound is made homogeneous among the instruments by enriching the sound of lower notes. On the other hand, the mouth pressure needed to play are of the very same order of magnitude with all the recorders of the family.

**Keywords** : Flue instrument ; Jet receptivity ; Numerical simulation ; Flow visualisation ; Modelisation ; Auto oscillation.